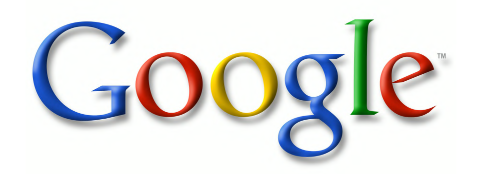
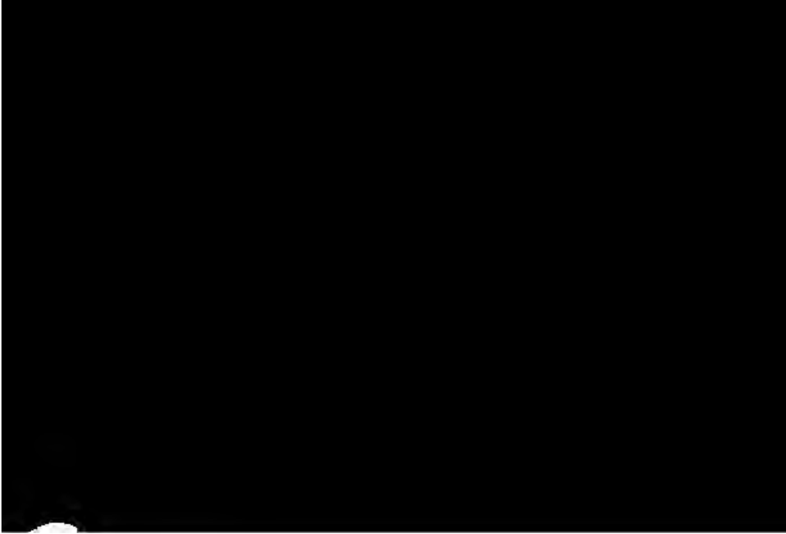




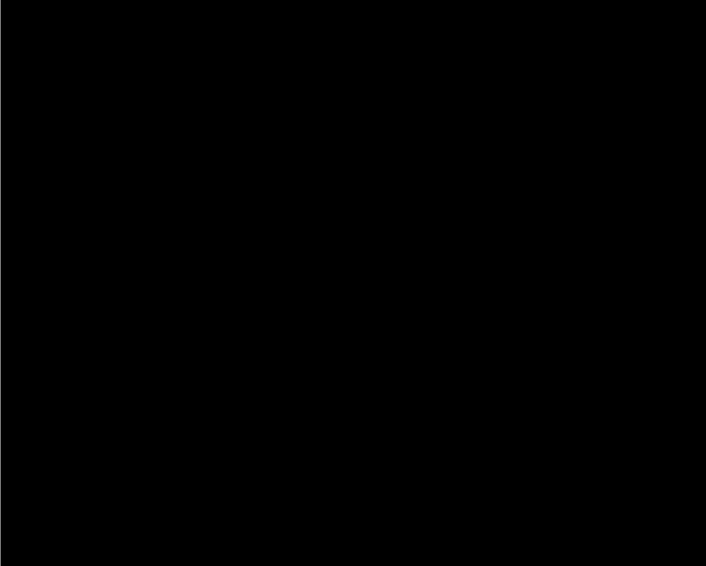






A. v. Dörßner.

: Jenaische A. d. W. Nachr. 1892 Nr. 21



Vom Licht.

Bearbeitet

von

J. F. W. Herschel.

Aus dem Englischen übersetzt

von

Dr. J. C. Eduard Schmidt,
Privatdocent auf der Universität zu Göttingen

Mit 11 lithographirten Tafeln.

Stuttgart und Tübingen,
in der J. G. Cotta'schen Buchhandlung.
1831.

Vom Licht.

Erster Abschnitt.

Vom nicht polarisirten Lichte.

§. I.

Einleitung.

1. In diesem Werke nehmen wir uns vor, die Eigenschaften des [illegible] die physisch-mathematischen Gesetze, welche die Richtung, In[illegible] Zustand der Polarisation, Farben und Interferenzen der Licht[illegible]n bestimmen, abzuhandeln; die Theorie auseinander zu setzen, [illegible] man aufgestellt hat, um die verwickelten und schönen optischen [illegible]ungen zu erklären; die Gesetze des Sehens, und ihre, durch [illegible] Scharfsinn des Naturforschers und des Künstlers hervorgebrachte [illegible]ung auf die Verbesserung des Gesichts, um diejenigen Gegen[illegible] und Erscheinungen, die sonst wegen ihrer Entfernung oder Klein[illegible]eren Sinnen entgehen, zu untersuchen, auseinanderzusetzen.

[illegible] Das Gesicht ist der vollkommenste unserer Sinne; es ge[illegible] uns die verschiedenartigsten und genauesten Erfahrungen, und [illegible] Uebung das größte Vergnügen. Setzen wir auch alle Rück[illegible] auf Nützlichkeit bei Seite, so ist schon die bloße Empfindung [illegible]t eine Quelle von Annehmlichkeiten. Man hat Beispiele genug [illegible] Individuen, denen seit ihrer Kindheit durch einen natürlichen [illegible] der Gebrauch der Augen versagt war, und deren größtes Ver[illegible] noch in dem schwachen Glanz bestand, den ein schwacher Son[illegible]en in ihren unempfindlichen Organen erregte. Betrachten wir [illegible] die deutlichen Begriffe von Gestalt und Bewegung, den wun[illegible]en Reichthum und die Verschiedenheit von Farben, so wie den [illegible], daß wir, vermöge der richtigen Eindrücke, die wir durch das [illegible] über die Lage und Entfernung der Gegenstände erhalten, uns

überall hin versetzen können, so müssen wir uns in Erstaunen Dankbarkeit verlieren.

3. Welches sind die Mittel, und wie ist der Mechanismu schaffen, wodurch uns diese unschätzbare Wohlthat zu Theil w Schon die bloße Neugierde kann uns auf diese Untersuchung le aber ein näheres Interesse nöthigt uns dieselbe weiter zu verfo Durch die Erkenntniß einer Sache gelangt dieselbe in unsere Ge und eine sorgfältige Untersuchung der Mittel, durch deren Hülfe sehen, könnte uns nicht allein, sondern hat uns wirklich auf k liche Hülfsmittel geleitet, wodurch dieser besondere Sinn zu e außerordentlichen Grade verstärkt und verbessert werden kann, dem dem Menschen zu gleicher Zeit die Fernsichtigkeit des A und der in die kleinste Entfernung reichende Blick des Insects getheilt wird, durch welche die Altersschwäche abgewendet, oder selben abgeholfen, ja wodurch das verlorene Gesicht selbst w hergestellt, und die Wohlthat desselben nach langen Jahren Mangels wiedergegeben, oder denen, die seit ihrer Kindheit des sichts verlustig waren, ertheilt werden kann. So wie wir aber in sern Untersuchungen weiter fortschreiten, finden wir Bewegungsgr genug, die bloß intellectuell sind, um dieselben immer fortzus Eine lange Reihe von einzelnen Anwendungen und wunderbaren findungen eröffnet sich uns, in welcher die äußersten Extreme Größe und Feinheit sich vermischen, von denen das eine unsere griffe übersteigt, das andere ihnen entschlüpft. Rücksichtlich de sondern Eigenschaften, die dem Licht in seinen verschiedenen Zustä der Polarisation zugehören, verschafft es dem Naturforscher n Kenntniß der innern Beschaffenheit der Körper und der Natur der teriellen Welt, die gänzlich von den allgemeinen Eindrücken über stalt, Farbe, Entfernung u. s. w., die der gewöhnliche Mensch b verschieden ist. Ihre Begriffe gehören freilich in dieser Rücksicht dem Verstande als den Sinnen an, aber sie sind deßwegen doch weniger wirklich oder weniger zuverlässig. Polarisirtes Licht ist in Händen des Naturkundigen nicht bloß ein Mittel des Sehens, es i Instrument, durch welches er gleichsam die Atome der Körper f das Daseyn von Kräften und Eigenschaften entdeckt und aufsucht, bloß durch einen solchen Zeugen zur Gewißheit erhoben werden kön und die mit den wichtigsten und verwickeltsten Untersuchungen Studium der Natur verbunden sind.

4. Die Alten stellten sich vor, das Sehen geschähe durch eine Art
von Ausfluß aus dem Auge nach dem gesehenen Gegenstande hin.
Wäre dieß der Fall seyn, so wäre keine Ursache vorhanden, warum
man nicht eben so gut im Finstern sehen könnte. Es ist aber doch zum
Sehen eines Gegenstandes, etwas mehr erforderlich, als dessen bloße
Gegenwart. Derselbe muß sich in einem gewissen Zustande befinden,
welchen wir leuchtend nennen. Unter den Körpern besitzen einige
an sich selbst die Eigenschaft, in unsern Augen die Empfindung von
Helligkeit oder Licht hervorzubringen, wie die Sonne, die Sterne,
Licht, glühendes Eisen, u. s. w. Solche Körper heißen selbst-
leuchtend, allein der bei Weitem größere Theil besitzt diese Eigen-
schaft nicht. Letztere bleiben im Finstern unsichtbar, wenn auch das
Auge nach ihnen gerichtet ist, und heißen daher dunkel, nicht-
leuchtend. Alle an sich nicht leuchtenden Körper, die keinen Eindruck
im Auge hervorbringen, werden jedoch leuchtend, sobald sie in das Be-
reich eines selbstleuchtenden Körpers gelangen. Wird ein Licht in ein
dunkles Zimmer gebracht, so sehen wir nicht allein das Licht, sondern
die im Zimmer befindlichen Gegenstände werden zugleich sichtbar. So
lange das Licht da bleibt, sind sie alle leuchtend geworden, und in den
Stand gesetzt, wiederum andere Gegenstände zu erleuchten. So macht
ein Sonnenstrahl, der in ein dunkles Zimmer auf ein Blatt Papier
fällt, dasselbe leuchtend und daher sichtbar, und dieses wird wiederum
das ganze Zimmer erleuchten, und die darin befindlichen Gegenstände
sichtbar machen, so lange das Sonnenlicht auf dasselbe zu fallen nicht
aufhört. Der Mond und die Planeten sind dunkle Körper, aber die-
jenigen Theile ihrer Oberfläche, auf welche die Sonne scheint, werden
leuchtend, und verrichten dieselben Wirkungen als selbstleuchtende Kör-
per. Wir sehen daher, daß die Verbindung, welche wir Licht nen-
nen, nicht bloß zwischen leuchtenden Körpern und unserem Auge, son-
dern auch zwischen leuchtenden und nichtleuchtenden, oder überhaup
allen andern Körper besteht.

5. Viele Körper besitzen die Eigenschaft, diese sonderbare Ver-
bindung zwischen leuchtenden Körpern und unserem Auge, oder andern
Körpern aufzuheben. Eine zwischen die Sonne und unser Auge ge-
haltene metallene Platte verhindert, daß wir die Sonne sehen kön-
nen; hält man sie zwischen die Sonne und ein Blatt weißes Papier,
oder einen andern Gegenstand, so wirft dieselbe einen Schat-
ten auf den Gegenstand, d. h. sie macht denselben nichtleuchtend.

Aus dieser Fähigkeit, die die Körper besitzen, das Licht aufzufa
erfahren wir, daß die Mittheilung desselben in geraden Linien gesc
Wir können nicht durch eine gebogene metallene Röhre sehen,
nicht den geringsten Lichtstrahl durch drei Oeffnungen erhalten,
drei Metallplatten, welche in einiger Entfernung hinter einand
hen, angebracht sind, ausgenommen in dem Fall, daß alle drei
nungen in grader Linie liegen. Außerdem sind die Schatten der
per, wenn sie auf ebenen Flächen aufgefangen werden, welche
recht auf der Linie stehen, in der der leuchtende Körper liegt,
Durchschnitt des den Schatten hervorbringenden Körpers ähnlich,
ches nicht der Fall seyn könnte, wenn nicht das Licht von den Gr
des Durchschnitts in grader Linie nach den Rändern des Scha
fortginge. Wir drücken diese Eigenschaft dadurch aus, daß wir s
„das Licht fließe, strahle, oder werde von leuchtenden Körpe
graden Linien fortgepflanzt", unter diesem Ausdruck ve
man aber die bloße Thatsache, ohne daß man über die nähere Art
ser Mittheilung dadurch entscheiden will. Außerdem fließt es
denselben nach allen Richtungen aus, denn wir sehe
in jeder Lage des Auges, vorausgesetzt, daß nicht durch die Da
schenkunft eines andern Körpers, das Licht aufgehalten werde. D
ist der eigentliche Unterschied zwischen leuchtenden Körpern und
schen Bildern, von denen, wie wir sehen werden, das Licht nu
gewissen Richtungen ausgeht. Ob es nach allen Richtungen gle
förmig ausströmt, wird späterhin untersucht werden.

6. Das Licht strahlt auch von jedem Punkt (wenigstens vo
dem physischen Punkt) eines leuchtenden Körpers aus.
könnte diesen Satz vielleicht als einen identischen betrachten, denn
jenigen Punkte eines leuchtenden Körpers, von denen kein Licht
fließt (wie von den Sonnenflecken) sind wirklich dunkel, und der
per ist nur theilweise leuchtend; die Gestalt der Flecken sieht man
deßwegen, weil die sie umgebende leuchtende Oberfläche nothwendi
weise dieselbe Gestalt haben muß. Jedoch muß dieser Satz wohl
merkt werden, aus Ursachen, die man dann deutlicher einsehen w
wenn wir von der Entstehung der Bilder reden werden. Es ist m
lich, ja sogar wahrscheinlich, daß eine leuchtende Oberfläche, so
zum Beispiel die Flamme eines Lichtes, bloß aus einer ungeheuern,
doch endlichen Anzahl leuchtender Punkte bestehe, die von nicht le
tenden Räumen umgeben sind, aber diese Idee läßt keinen in die

...lenden Beweis zu, und es ist für unseren Zweck hinreichend, ... unsere Sinne reichen, anzunehmen, daß jeder physische Punkt ... leuchtenden Oberfläche eine besondere und unabhängige ... von Licht ist. Wir können vermittelst eines Teleskops die Son-...scheibe so viel wir wollen, vergrößern, und bloß die kleinsten Theile ... auffangen (Flecke ausgenommen), so wird doch der Sicht-...keit eines Theils derselben dadurch, daß wir alle übrigen aus-...ßen, kein Abbruch geschehen. In diesem Sinn genommen, ist ... kein identischer, sondern eine wichtige Thatsache, aus der wir ... Folgerungen ziehen werden.

7. Scheint die Sonne durch eine kleine Oeffnung, und werden ...strahlen in beträchtlicher Entfernung hinter derselben auf ... weißen Tafel aufgefangen, so sehen wir einen hellen runden Fleck, ... vergrößert, indem die Tafel weiter von der Oeffnung entfernt ... Mißt man den Durchmesser dieses Bildes bei verschiedenen ...fernungen, so wird man finden, daß der Winkel, welchen der Fleck ...mittelpunkt der Oeffnung bildet, beständig derselbe ist (indem wir ... einige geringe Ursachen, welche eine Verschiedenheit hervor-... können, nicht mit berücksichtigen), und zwar dem scheinbaren ...messer der Sonne gleich kommt. Die Ursache hiervon liegt am ...; von jedem Punkt der Sonnenscheibe geht Licht durch die Oeff-... und setzt seinen Weg in grader Linie fort, bis es die Tafel er-... Es entspricht daher jedem Punkt der Sonne ein Punkt auf ... Tafel, und der ganze kreisrunde Fleck ist in der That ein Bild ... Darstellung der Sonnenscheibe. Daß dieses wirklich der Fall ... sieht man ganz deutlich, wenn man den Versuch zur Zeit einer ...finsterniß anstellt, wo das Bild auf der Tafel, anstatt rund ..., gehörnt erscheint, wie die Sonne selbst. *) Macht man ... ähnliche Art mit einer Nadel eine Oeffnung in ein Kartenblatt, ... hält dasselbe zwischen ein Licht und ein Stück weißes Papier, so ... man auf dem Blatt Papier ein genaues Bild der Flamme, wel-...ches eine umgekehrte Lage hat, und sich vergrößert, wenn man ... Papier von der Oeffnung entfernt. Stellt man in einem verfin-

*) Bei der Sonnenfinsterniß vom 7 September 1820 war dieses gehörnte ...bilden sehr auffallend bei den leuchtenden Zwischenräumen der Schatten ... kleinen unregelmäßigen Gegenständen, als Baumblättern u. s. w. Es wurde sogar von solchen bemerkt, die von der Sache gar keinen Begriff hatten.

sterten Zimmer eine weiße Tafel in der Entfernung von einigen
hinter einer kleinen runden Oeffnung auf, so erhält man eine ge
Abbildung aller außerhalb befindlichen Gegenstände, sowohl ihrer
stalt als Farbe nach; die sich bewegenden Gegenstände sieht ma
Bewegung, ruhende in Ruhe. (Fig. 6). Um dieses zu verst
müssen wir uns erinnern, daß alle dem Licht ausgesetzten Gegens
leuchtend sind, daß von jedem physischen Punkt derselben Licht
allen Richtungen ausstrahlt, so daß jeder Punkt auf der Tafel
von jedem Punkt des Gegenstandes erhält. Dasselbe kann man
der Oeffnung sagen, allein das Licht, welches auf dieselbe fällt,
hindurch, und setzt seinen Weg hinter demselben in geraden L
fort. Auf diese Art wird die Oeffnung der Scheitel eines kegelfö
gen Körpers, der auf beiden Seiten verlängert ist, und auf der e
Seite das Object, auf der andern Seite die Tafel zur Grundfläche
Der Durchschnitt dieses Kegels durch die Tafel ist das Bild, we
wir auf derselben entworfen sehen, und das den einfachsten Lehrs
der Geometrie zufolge dem Object genau ähnlich, aber von verke
Lage seyn muß.

8. Machen wir nun in der Tafel, welche das Bild der S
auffängt, eine andere kleine Oeffnung, und stellen hinter dieselbe
zweite Tafel, so wird das Licht, welches auf die von der Oeff
eingenommene Stelle fällt, durch dieselbe hindurchgehen, und di
dere Tafel erreichen; es ist aber einleuchtend, daß dieses Licht sich
weiter ausbreiten wird, nachdem es durch die zweite Oeffnung ge
gen ist, auch kein zweites vollständiges Sonnenbild hervorbri
kann, sondern bloß ein Bild von dem sehr kleinen Theil der Son
scheibe geben wird, welcher dem Raume entspricht, den die Oeff
auf der ersten Tafel einnimmt. Die Linien, welche die kegelför
Fläche begränzen, werden in diesem Fall viel weniger divergiren,
wenn die Oeffnungen sehr klein und weit von einander entfernt
so wird dieser kegelförmige Körper sich einer physischen Linie näh
und dieses um so mehr, je kleiner die Oeffnungen und je größer di
genseitigen Entfernungen sind (Fig. 7). Wenn wir annehmen,
die Oeffnungen auf bloße physische Punkte reducirt sind, so ma
diese kegelförmigen Körper das aus, was wir Lichtstrahlen nen
Mathematisch genommen, ist ein Lichtstrahl eine unendlich kleine
ramide, deren Scheitel im leuchtenden Punkt befindlich ist, zu
Grundfläche einen unendlich kleinen Theil einer von dem leucht

[illegible] erleuchteten Oberfläche hat, und die wir als mit dem leuchtenden [illegible], wie derselbe auch beschaffen seyn mag, angefüllt betrachten [illegible]. Diese Pyramide wird in homogenen Mitteln, wenn der [illegible] des Strahls nicht unterbrochen wird, von graden Linien begränzt. [illegible] Fälle eintreten (wie dies auch wirklich geschieht), in welchen der [illegible] des Lichts gekrümmt oder plötzlich gebrochen wird, so können wir [illegible] immer noch als eine von krummen oder gebrochenen Seiten [illegible] Pyramide ansehen, oder wir können, der Kürze wegen, nach [illegible]schiedenen Umständen, an ihre Stelle eine bloße grade, krumme [illegible] gebrochene mathematische Linie setzen.

9. Das Licht gebraucht Zeit zu seiner Fortpflanzung. Zwei [illegible]obachter, welche sich in verschiedenen Entfernungen von einem plötz[illegible] sichtbar werdenden leuchtenden Gegenstand befinden, werden den[illegible] nicht in demselben mathematischen Zeitpunkt erblicken. Der nä[illegible] sieht ihn früher als der entferntere, eben so wie zwei in unglei[illegible] Entfernungen stehende Personen den Knall einer Kanone zu ver[illegible] Zeitpunkten hören. Auf gleiche Weise wird ein Beobachter, [illegible] der leuchtende Gegenstand plötzlich erlischt, denselben noch einige [illegible] hernach sehen, als ob er noch leuchtete, und diese Zeit wird desto [illegible] dauern, je mehr die Entfernung beträgt. Dieser erwähnte [illegible] ist aber so ungeheuer klein, bei allen Entfernungen, die auf [illegible] Oberfläche der Erde vorkommen, daß er völlig unmerklich ist; allein [illegible] der unermeßlichen Ausdehnung des Himmelsraums verhält sich [illegible] Sache anders. Die Eintritte und Austritte der Trabanten des [illegible] in und aus dem Schatten desselben, werden viel eher sicht[illegible] (beinahe eine Viertelstunde), wenn die Erde in ihrer kleinsten Ent[illegible] vom Jupiter ist, als wenn sie sich in ihrer größten Entfer[illegible] befindet. Das Licht gebraucht also Zeit, um einen [illegible] zu durchlaufen. Es hat eine endliche, obgleich ungeheure [illegible]schwindigkeit, nämlich von 192500 englischen Meilen in einer Se[illegible], und diese wichtige Schlußfolge, die durch Rechnung aus der [illegible] erwähnten Erscheinung abgeleitet ist, und die uns durch ihre [illegible] Begriffe übersteigende Ausdehnung geneigt machen könnte, eine [illegible] Erklärungsart aufzusuchen, erhält ihre vollkommene Bestäti[illegible], durch eine andere astronomische Erscheinung, die Aberration [illegible] Abirrung des Lichts, welche sich (ohne daß wir in eine nähere Un[illegible]suchung der Art und Weise, wie das Sehen hervorgebracht wird, [illegible]) folgendermaßen erklären läßt.

10. Man fange einen von dem Stern S, welcher sich i großer Entfernung befindet, daß alle Strahlen von ihm als par angesehen werden können, herkommenden Strahl auf einer kle Tafel A auf (Fig. 1), die in ihrer Mitte eine äußerst geringe nung A hat; dem durch die Oeffnung hindurch gehenden Strahl man in irgend einer Entfernung AB eine große Tafel B senkrecht gegen, und es möge B der Punkt seyn, auf welchen der Strahl fällt, indem man den ganzen Apparat als ruhend betrachtet. De wir uns dann die beiden Punkte A und B durch eine gerade Linie bunden, so giebt diese Linie die Richtung an, in welcher der St seinen Weg wirklich vollendet hat, und dient zugleich zur Bestimm der Lage des Sterns vermittelst des Winkels, den dieselbe mit eine sten Linie z. B. der Verticallinie bildet. Der Einfachheit wegen len wir diesen Winkel gleich Null annehmen, d. h. der Stern soll senkrecht über unserm Haupte befinden; dann wird der Punkt B, chen der Strahl trifft, dadurch gefunden, daß man vom Punkt A Bleiloth herabfällt, und die Richtung, in welcher uns der Stern liegen scheint, wird genau mit der Richtung der Schwere übereins men. Auf diese Art wird es sich verhalten, wenn wir die Erde, Beobachter und den ganzen Apparat als ruhend annehmen; nun len wir aber beide in horizontaler Richtung AC, BD, mit gleich miger und gleicher Geschwindigkeit fortbewegt annehmen, so wird Bewegung für den Beobachter unmerklich seyn, und das Bleiloth nau so wie vorher hängen, indem es mit demselben Punkt auf der fel zusammenfällt. In dem Zeitpunkt, zu welchem der Strahl vom Stern durch die Oeffnung A geht, mögen A und B die Oeffn und den senkrecht unter derselben befindlichen Punkt auf der Tafel deuten. Ist der Strahl durch die Oeffnung hindurch gegangen, setzt er seinen Weg in derselben geraden Linie SAB wie vorher, g unabhängig von der Bewegung des Apparats fort, und nach der t, welche der Entfernung AB, dividirt durch die Geschwindigkeit Lichts, gleich ist, erreicht derselbe die untere Tafel. In dieser Zeit ben sich aber die Oeffnung, die Tafeln und die Verticallinie um ei Raum Aa = Bb fortbewegt, der gleich ist der Zeit t, multipli mit der Geschwindigkeit derselben, oder gleich AB, multiplicirt der Geschwindigkeit der Erde und dividirt durch die Geschwindig des Lichts.

In dem Augenblick, in welchen dann der Strahl die untere

...st, wird das Bleiloth nicht von A nach B, sondern von a nach b ...ängen, und da a die wirkliche Oeffnung und B der wirk... Einfallspunkt des Lichtstrahls auf der Tafel ist, so ... der Beobachter, der nach diesen Beobachtungen urtheilen muß, ...wendigerweise auf den Gedanken geleitet werden, daß der Strahl ... einer senkrechten Richtung abgelenkt worden sey, und sich nach ... Richtung der Bewegung der Erde zu, um einen Winkel gegen die ...calllinie neige, dessen Tangente $\frac{Aa}{AB}$ oder die Geschwindigkeit der ..., dividirt durch die Geschwindigkeit des Lichts ist.

11. Das Auge ist ein solcher Apparat. Seine Netzhaut ist die ...fel, auf welche das Licht vom Stern oder einem andern leuchten... Körper fällt, und wir urtheilen über die Lage desselben nur nach ... Punkt in dieser Tafel, auf welchen wirklich der Eindruck gemacht ...den ist. Die Pupille ist die Oeffnung. Bewegt man seinen Kör... nach einer Seite zu mit einer Geschwindigkeit, die gegen die Ge...windigkeit des Lichts in einigem Verhältniß steht, während das ... eine feste Richtung beibehält, so wird die Netzhaut ihre Stel... während der Zeit, in welcher das Licht den Raum von der Pu... zur Netzhaut durchläuft, geändert haben, und der Punkt, welcher ... Eindruck des leuchtenden Körpers erhält, wird nicht derjenige ..., welcher ihn empfangen hätte, wenn der Beobachter in Ruhe ...eben wäre; diese Abweichung ist die Aberration des Lichts.

12. Jeder Beobachter auf der Erde nimmt an der allgemeinen ...wegung der Erde Theil, die in ihrer jährlichen Bahn um die Sonne ... bedeutend ist, und obgleich sie der des Lichts bei Weitem nicht ...kommt, so ist sie doch in Vergleichung mit der letztern keines... unmerklich. Es werden also die Sterne, die Sonne, der ... und die Planeten von ihren wahren Oertern nach der Richtung ...rückt erscheinen, nach welcher sich die Erde bewegt.

13. Diese Richtung ändert sich in jedem Augenblick, da die ... eine gekrümmte Bahn um die Sonne beschreibt. Die Richtung, ... welcher diese scheinbare Verrückung eines Sterns von seinem wah... Ort geschieht, ist daher immerwährend veränderlich, d. h. der ...nbare Ort beschreibt eine kleine Bahn um den wahren Ort. Diese ...rrung ist nun diejenige, auf welche wir vorhin hinzeigten. Es ... von Bradley als eine Thatsache angemerkt, deren Ursache er ... nicht kannte, daß die Sterne jährlich am Himmel kleine Ellipsen

von 40 Secunden im Durchmesser zu beschreiben scheinen. Die E
deckung der Geschwindigkeit des Lichts, vermittelst der Finsternisse
Jupiters=Trabanten, die damals neuerdings von Römer gemacht w
den war, gab aber bald ein Mittel zur Erklärung dieser Erscheinu
Spätere Beobachtungen, vorzüglich die von Brinkley und Stru
haben uns in den Stand gesetzt, mit großer Genauigkeit den num
schen Werth dieser Ungleichheit anzugeben, und daraus die Geschw
digkeit des Lichts abzuleiten, die sich auf diese Weise zu 191515 en
schen Meilen in einer Secunde findet, welches Resultat von dem v
gen nur um zwei Hunderttheile des Ganzen abweicht. Diese letzt
Bestimmung besitzt ohne Zweifel einen bedeutenden Vorzug vor
erstern.

14. Diese Erscheinung ist aber nicht die einzige Belehru
welche uns die astronomischen Beobachtungen rücksichtlich des Li
geben. Wir erfahren durch dieselbe ebenfalls, daß das Licht d
Sonne, der Planeten und der Fixsterne sich mit e
ner und eben derselben Geschwindigkeit bewegt. D
wir nun wissen, daß diese Körper sich in verschiedenen und veränd
lichen Entfernungen von uns befinden, so schließen wir daraus, d
die Geschwindigkeit des Lichts unabhängig von der besondern Quel
aus welcher es herfließt, und der Entfernung, die es durchlaufen m
ehe es unser Auge erreicht, seyn wird.

15. Die Geschwindigkeit des Lichts kann daher in den frei
und vielleicht leeren Räumen, die zwischen uns und den Planeten u
Fixsternen liegen, nicht anders als gleichförmig angenommen werd
und die Berechnungen der Finsternisse der Trabanten des Jupiter,
wie der Oerter der entfernten Planeten, welche vermittelst dieser V
aussetzung mit den Beobachtungen übereinstimmen, beweisen, daß
wirklich sich so verhält. Tritt das Licht in andere Mittel über, w
wenn es z. B. innerhalb der Gränzen der Atmosphären der Erde o
der Planeten sich befindet, so müssen wir schließen, daß seine G
schwindigkeit sich ändert, wovon wir späterhin die Ursache angeb
werden; allein wir haben auf keine Weise Ursache anzunehmen, d
die Geschwindigkeit in den verschiedenen Theilen einer und eben dersel
homogenen Materie geändert wird.

16. Die Geschwindigkeit, welche wir für das Licht gefund
haben, so erstaunungswürdig sie uns auch scheinen mag, ist eine v
den Folgerungen, die eine solche Evidenz besitzen, als die Wissensch

nur ihnen zu geben vermag, und sie kann dazu dienen, uns zu andern Zahlengrößen vorzubereiten, die noch mehr unsere Bewunderung erregen müssen. Wenn wir die Größe der Naturerscheinungen nach dem schwachen Maßstab, an den wir auf unserm Planeten gewöhnt sind, zu messen versuchen, so bemerken wir erst die Unbedeutendheit desselben im Weltall. So richtig auch alle diese Resultate sind, so sind wir doch nicht im Stande, uns deutliche Begriffe von denselben zu machen; wir verlieren uns in den ungeheuern Zahlen, und sind genöthigt auf andere Mittel zu sinnen, um uns klare Vorstellungen von diesen Größen zu machen. Eine Kanonenkugel würde wenigstens siebzehn Jahre gebrauchen, um die Sonne zu erreichen, wenn wir annehmen, daß sie sich immer mit der Geschwindigkeit bewegt, die sie bei ihrem Austritt aus der Mündung der Kanone hatte. Das Licht durchläuft denselben Raum in 7½ Minuten. Der schnellste Vogel würde bei möglichster Eile beinahe drei Wochen nöthig haben, um die Erde zu umkreisen. Das Licht legt denselben Weg in einer Zeit zurück, die viel geringer ist, als ein einziger Flügelschlag ausmacht, und doch ist die Geschwindigkeit des Lichts sehr gering, gegen die Räume, die es zu durchlaufen hat. Es läßt sich beweisen, daß das Licht vom nächsten Fixsterne nicht wohl eher als nach fünf Jahren bei uns ankommen kann, und die Teleskope zeigen uns Gegenstände, die viele tausendmal weiter entfernt sind.

Dieses sind aber lauter Betrachtungen, die eher zur Astronomie als zu dem gegenwärtigen Gegenstand gehören, und wir wollen daher zu der Betrachtung der Erscheinungen des ausströmenden Lichts zurückkehren.

---

§. II. Photometrie.

17. Unter diesen Erscheinungen ist gewiß eine der auffallendsten, die Abnahme der Erleuchtungskraft irgend einer Quelle des Lichts, die aus dem Zuwachs der Entfernung entsteht. Wir können beim Scheine einer Lichtflamme in einer gewissen Entfernung sehr gut lesen; setzt man aber das Licht zweimal oder zehnmal so weit fort, so sind wir nicht mehr im Stande bei dieser Erleuchtung dieselbe Schrift zu lesen.

Die numerische Angabe der verschiedenen Abstufungen der Lichtstärke, machen den Zweig der optischen Wissenschaften aus, welchen man die **Photometrie** nennt (φως Licht, μετρω messen).

18. Ist das Licht ein materieller Ausfluß, ein Etwas, welches sich nach allen Richtungen zerstreut, so ist es einleuchtend, daß dieselbe Lichtmenge, die sich auf der Oberfläche einer Kugel zerstreut, deren Mittelpunkt der leuchtende Punkt ausmacht, sich bei der Fortsetzung ihres Weges auf immer größern Kugeloberflächen, welche mit der ersten concentrisch sind, ausbreiten muß, und daß die Intensität des Lichts, oder die Anzahl der Strahlen, welche auf ein bestimmtes Stück der Oberfläche fallen, bei jeder dieser concentrischen Kugelflächen, sich umgekehrt wie die ganzen Oberflächen, auf denen es sich verbreitet, verhalten muß, d. h. umgekehrt wie die Quadrate der Halbmesser, oder wie die Entfernungen vom leuchtenden Punkte. Man kann denselben Gegenstand, ohne diese Voraussetzung zu machen, auch folgendermaßen in Deutlichkeit setzen. Man setze ein Licht hinter eine Tafel voll gleicher und ähnlicher kleiner Oeffnungen, so wird das Licht durch dieselben hindurch scheinen, und an allen übrigen Stellen aufgefangen werden, indem dasselbe einen Strahlenbündel von der Form einer Pyramide bildet, deren Scheitel in der Lichtflamme befindlich ist. Hält man ein Blatt weißes Papier hinter die Tafel, so wird dasselbe überall mit leuchtenden Flecken besäet seyn, die genau dieselbe Lage haben als die Oeffnungen in der Tafel. Nimmt man die Oeffnungen so klein an, ihre Anzahl so groß, und die Entfernung des Auges vom Papier so bedeutend, daß es die einzelnen Flecke nicht unterscheiden kann, so wird das Auge immer noch einen allgemeinen Eindruck von Glanz erhalten; das Papier erscheint erleuchtet und von scheckigem Ansehen, welches aber um so gleichförmiger wird, je kleiner und näher bei einan-

[redacted]

hinter befindliche Lichtpyramide halte man ein kleines Stück weißes Papier von gegebener Oberfläche, z. B. von einem Quadratzoll, so daß dasselbe gänzlich innerhalb der Pyramide zu liegen kommt. Es ist einleuchtend, daß die Anzahl der Lichtstrahlen, welche auf dasselbe fallen, desto geringer ist, je weiter von der Tafel abwärts es gehalten wird, weil die ganze Anzahl von Strahlen, die durch die Tafeln gehen, sich nach und nach über einen größern Raum ausbreiten. Befände sich das Papier ganz nahe an der Tafel, so würde es so viel Strahlen erhalten, als die Anzahl der Oeffnungen beträgt, welche auf der Tafel in dem Raume eines Quadratzolles befindlich sind, allein in der doppelten Entfernung von vier Fuß von der Lichtflamme, breitet sich dieselbe Strahlenmenge, vermöge ihrer Divergenz, über vier Quadratzoll aus, und das Papier kann nur den vierten Theil der Strahlen erhalten. Bezeichnet man also die Erleuchtung, welche dann statt findet, wenn das Licht ganz nahe an die Tafel gehalten wird, durch I, so ist dieselbe in der doppelten Entfernung nur $\frac{I}{4}$, in der Dfachen Entfernung, ist die Erleuchtung $\frac{I}{D^2}$, indem sich die Flächen der Durchschnitte einer Pyramide wie die Quadrate ihrer Entfernung vom Scheitel verhalten.

20. Da diese ganze Schlußfolge von der Anzahl und Gestalt der Oeffnungen unabhängig ist, und daher auch vom Verhältniß der Summe ihrer Flächen zu dem undurchlöcherten Theil der Tafel, so kann man dieses Verhältniß sich bis ins Unendliche vermehrt denken. Die Tafel verschwindet dann, und das Papier wird ganz frei erleuchtet. Hieraus schließen wir, daß sobald ein kleiner ebener Gegenstand von gegebenem Flächeninhalt einem leuchtenden Punkte frei und senkrecht in verschiedenen Entfernungen ausgesetzt wird, so ist die Lichtmenge, welche derselbe erhält, oder die Stärke der Erleuchtung, unter übrigens gleichen Umständen, in verkehrtem Verhältniß des Quadrats der Entfernung vom leuchtenden Punkte.

21. Wird ein einzelnes Licht vor eine erwähntermaßen durchlöcherte Tafel gestellt, und die Strahlen in einer bestimmten Entfernung vermittelst einer andern Tafel aufgefangen, so kann die Stärke der Erleuchtung durch eine gegebene Größe J ausgedrückt werden. Wird nun ein zweites Licht unmittelbar hinter das erste gesetzt, und mit ihm so nahe als möglich in Berührung gebracht, so daß es durch

dieselben Oeffnungen scheint, so bemerkt man, daß die Erleucht der Tafel sich vermehrt, obgleich die Anzahl und Größe der erleu teten Flecke dieselbe bleibt. Man sagt dann, die Beleuchtung nes jeden Punktes habe mehr Intensität. Nimmt man nun Abstand des Auges immer so groß an, und die erleuchteten Punkte klein, daß dieselben nur einen allgemeinen Eindruck von Glanz geb ohne daß die einzelnen Punkte sich unterscheiden lassen, und rückt eine Licht ein wenig auf die Seite, ohne seine Entfernung zu ände so wird auch die Beleuchtung des Papiers oder der zweiten Tafel, n geändert worden seyn. In diesem Fall ist die Zahl der erleuchte Punkte verdoppelt, aber ein jeder derselben erhält nur halb so viel L als vorher. Dasselbe findet bei einer beliebigen Anzahl von Licht statt. Hieraus schließen wir, daß die Erleuchtung einer Fläche c stant bleibt, wenn die Anzahl der Lichtstrahlen, welche sie empfän sich umgekehrt wie die Intensität der einzelnen Strahlen verhält, u daß daher die Erleuchtungsstärke der Anzahl und der Intensität Lichtstrahlen zu gleicher Zeit proportional ist.

22. Denken wir uns nun an die Stelle einer beliebigen Anz neben einander stehender Lichter bloß leuchtende physische Punkte, wird jeder derselben den Scheitel einer Strahlenpyramide ausmach und die Anzahl der auf dem Papier gleichmäßig erleuchteten Punk also auch die Erleuchtung des Papiers selbst, wird der Anzahl leuchtenden Punkte proportional werden. Nehmen wir daher Anzahl derselben unendlich groß, ihre Größe als unendlich klein so daß dieselben eine continuirliche leuchtende Oberfläche bilden, so w ihre Anzahl durch den Flächeninhalt dieser Oberfläche dargestellt w den. Die Erleuchtung des Papiers wird sich also, unter übrig gleichen Umständen, wie der Inhalt der Oberfläche, die wir von glei förmigem Glanz annehmen, verhalten.

23. Verbinden wir alle diese Umstände mit einander, so seh wir, daß wenn ein gegebener Gegenstand von einer kleinen, aber d merklichen Fläche erleuchtet wird, so ist die Stärke der Erleu tung dem Flächeninhalt der leuchtenden Oberfläch multiplicirt mit der Intensität der Erleuchtung kraft und dividirt durch das Quadrat der Entfe nung der erleuchteten Fläche, proportional.

24. Die vorhergehenden Schlüsse lassen sich nur in dem Fall a wenden, wenn die leuchtende Scheibe ein kleines Stück einer Kug

Oberfläche ausmacht, die mit dem Object concentrisch ist, da in diesem Fall alle Punkte des erleuchteten Gegenstandes gleichweit vom leuchtenden entfernt sind, und das Licht senkrecht auffällt. Wird der Gegenstand in geneigter Lage dem Licht ausgesetzt, so muß man sich die Oberfläche desselben in unendlich kleine Theile zerlegt denken, von denen ein jeder als die Grundfläche einer schiefen Pyramide angesehen werden kann, die zu ihrem Scheitel irgend einen Punkt des leuchtenden Körpers hat; dann ist der senkrechte Durchschnitt der Pyramide in demselben Abstand von dem leuchtenden Punkte, gleich der Grundfläche, multiplicirt mit dem Sinus ihrer Neigung gegen die Axe der Pyramide, oder gleich dem Elemente der erleuchteten Fläche, multiplicirt mit dem Sinus des Neigungswinkels des Strahls gegen dasselbe. Es ist aber einleuchtend, daß die Anzahl der Strahlen, die auf die Basis fallen, eben so groß ist, als die Anzahl derjenigen, die auf den Durchschnitt fallen; und da sich dieselben über eine größere Fläche verbreiten, so wird die Wirkung darin bestehen, daß die Grundfläche in dem Verhältniß weniger erleuchtet wird, welches die Fläche des Durchschnitts zu der der Grundfläche besitzt, d. h. in dem Verhältniß des Sinus des Neigungswinkels. Die Erleuchtung des Durchschnitts, war aber (23) gleich der Fläche des leuchtenden Körpers, multiplicirt mit der Erleuchtungskraft desselben, und dividirt durch das Quadrat der Entfernung; folglich ist die Erleuchtung des Elements der Oberfläche gleich dem erwähnten Quotienten, multiplicirt mit dem Sinus des Neigungswinkels des Strahls; setzt man daher die Fläche des leuchtenden Körpers A, die Erleuchtungskraft I, die Entfernung D, und die Neigung des Strahls gegen die erleuchtete Fläche θ, so wird die Intensität der Erleuchtung derselben durch $\frac{A \,.\, I \,.\, \sin\theta}{D^2}$ dargestellt werden.

25. Bezeichnet L die absolute Lichtmenge, welche von einem leuchtenden Punkte nach einer gegebenen Richtung ausfließt, und die die absolute Helligkeit desselben genannt werden kann, so erhalten wir $L = A \,.\, I$, vorausgesetzt, daß die Oberfläche des leuchtenden Körpers senkrecht auf der gegebenen Richtung steht. Ist dieses nicht der Fall, so muß A den Durchschnitt einer cylindrischen Oberfläche bedecken, die durch die Gränzen des leuchtenden Körpers bestimmt wird, und dessen Axe der gegebenen Richtung parallel ist; folglich giebt in diesem Fall der Ausdruck $\frac{L \sin\theta}{D^2}$ die Intensität der Erleuchtung des Elements der Oberfläche an.

Um die Anwendung dieser Grundsätze zu erläutern, wollen wir folgende Aufgabe auflösen.

Aufgabe.

26. **Eine kleine weiße Fläche liegt horizontal auf einem Tische, und wird durch ein Licht erleuchtet, welches sich in einer gegebenen horizontalen Entfernung von derselben befindet; wie groß muß die Höhe der Lichtflamme über dem Tisch seyn, damit die Fläche die möglich größte Erleuchtung erhält.**

Es sey (Fig. 2) A die Fläche, BC die Lichtflamme; man setze $AB = a$, $AC = D$, $BC = \sqrt{D^2 - a^2}$; da sich nun, unter übrigens gleichen Umständen, die Erleuchtung von A wie $\frac{\sin CAB}{AC^2}$, oder wie $\frac{CB}{AC^3} = \frac{\sqrt{D^2 - a^2}}{D^3}$, welches wir durch F bezeichnen wollen, verhält, so müssen wir diese Größe zu einem Maximum machen, folglich wird $d\,F = o$, oder auch $d\,.\,F^2 = o$; dies giebt

$$d\,.\left\{\frac{1}{D^4} - \frac{a^2}{D^6}\right\} = o$$

$$-\frac{4}{D^5} + \frac{6\,a^2}{D^7} = o.$$

oder $$2\,D^2 - 3\,a^2 = o\,.$$

Hieraus findet sich $D = a\sqrt{\tfrac{3}{2}}$,

$$BC = \sqrt{D^2 - a^2} = \frac{a}{\sqrt{2}} = 0,707\ .\ AB.$$

[redacted]

[...]eninhalt derselben, dividirt durch das Quadrat ihrer Entfernung [v]om Auge.

29. Erklärung. Der wirkliche Glanz eines leuchtenden Gegenstandes, ist die Intensität des Lichts jedes physischen Punktes in seiner Oberfläche, oder das numerische Maß der Stärke der Erleuchtung, welche ein solcher Punkt (von gegebener Größe) einem gegebenen Gegenstand in einer bestimmten Entfernung mittheilen würde, und die man mit einer als Einheit angenommenen Erleuchtung vergleicht. Wenn wir vom Glanz eines leuchtenden Gegenstandes sprechen, so ist damit immer der wirkliche Glanz desselben gemeint.

30. Erster Zusatz. Folglich steht die Stärke der Erleuchtung eines Gegenstandes, welcher einem leuchtenden Körper in senkrechter Stellung ausgesetzt wird, im zusammengesetzten Verhältniß der scheinbaren Größe des leuchtenden Körpers und des Glanzes desselben.

31. Zweiter Zusatz. Umgekehrt kann man auch sagen, daß wenn die scheinbare Größe und der Glanz eines leuchtenden Körpers dieselben bleiben, auch die Erleuchtung sich nicht ändert. So würde z. B. die durch directen Sonnenschein geschehende Erleuchtung dieselbe seyn, als wenn ein kreisförmiger Theil der Sonnenoberfläche von einem Zoll im Durchmesser in einer Entfernung von zehn Fuß vom beleuchteten Gegenstande aufgestellt würde, und der übrige Theil der Sonnenscheibe vernichtet wäre; denn dieser kreisförmige Ausschnitt, würde in der besagten Entfernung dieselbe scheinbare Größe als die Sonne selbst haben. Dieses Beispiel mag dazu dienen, um einen Begriff von dem starken Glanz der Sonne zu geben.

32. Erklärung. Der scheinbare Glanz eines Gegenstandes oder leuchtenden Punktes, ist der Grad der Erleuchtung seines Bildes im Auge. Bloß dieser Erleuchtung nach können wir vom Glanze eines Gegenstandes urtheilen. Ein leuchtender Körper kann in der Wirklichkeit glänzender seyn als ein anderer, aber wenn durch irgend [ein]e Ursache die Erleuchtung seines Bildes im Auge geschwächt wird, [so] erscheint er nicht glänzender, als es nach Verhältniß seiner verminderten Intensität des Glanzes geschehen kann. So können wir z. B. [d]ie Sonne durch ein dunkles Glas, oder durch den am Horizont befindlichen Dunst immerwährend betrachten.

33. Erklärung. Die absolute Helligkeit eines leuchtenden Körpers ist die Summe aller Elemente seiner Oberfläche, nachdem jedes derselben mit seinem Glanz multiplicirt ist; hat die Oberfläche in allen

senkrechter als schiefer Richtung, dieselbe Lichtmenge ausschickt. sich aber die scheinbare Größe dieser Fläche wie der Sinus ihrer gung gegen die Gesichtslinie verhält, d. h. wie der Sinus des flußwinkels, so vertheilt sich diese Lichtmenge über eine kleinere F also nimmt die Lichtstärke oder der scheinbare Glanz der Fläche im gekehrten Verhältniß des Sinus des Ausflußwinkels zu. Wen Gegentheil, wie man auch wohl Ursache hat anzunehmen, das nicht bloß von der Oberfläche, sondern aus einer wirklichen Tie nerhalb der Körper herkommt, ferner die Oberflächen nicht genau thematische Flächen ausmachen, sondern aus Reihen physikal Punkte bestehen, die sich durch Anziehung und Abstoßung in ihr genseitigen Lage erhalten, und endlich die ausfließende Lichtmenge von einem Punkte herkommt, von den umliegenden Punkten m cirt wird, so hat man gar keine Ursache einen gleich starken Au nach allen Richtungen zu anzunehmen, und man muß die Erfah zu Hülfe rufen, um das wahre Gesetz auszumitteln.

Die Astronomie lehrt uns, daß die Sonne eine Kugel ist. verschiedenen Theile der Sonnenscheibe werden uns daher unter j nur denkbaren Neigungswinkel gegen die Gesichtslinie erscheinen. tersuchen wir nun die Oberfläche der Sonne vermittelst eines Teles so erscheint uns der nach der Sonnenrande hin liegende Theil ke weges heller, als die Mitte der Sonnenscheibe. Wäre aber die pothese des nach allen Seiten zu gleichförmigen Lichtausströmens tig, so würde der Glanz von der Mitte nach dem Rande zu zuneh und an den Rändern unendlich groß werden, so daß die Sonnens uns mit einem Ringe umgeben erscheinen würde, dessen Glan endlich größer wäre, als die im Mittelpunkt befindlichen Theile. gegen könnte man freilich den sehr richtigen Einwurf machen, daß gleich die Sonne, im Allgemeinen genommen, eine kugelför Gestalt hat, doch ihre Oberfläche voll von örtlichen Unregelmäß ten ist, und auf diese Art jeder kleine Theil derselben die größt liche Verschiedenheit in den Neigungswinkeln unserm Auge darb so daß der Glanz eines jeden Theils einen Mittelwerth aller mög Abstufungen ausmacht, und hierdurch ein gleichförmiges An gewinnt.

40. Bouguer in seinem Traité d'Optique, Paris 1760. giebt an, daß er durch directe Messungen gefunden habe, die mi Theile der Sonnenscheibe seyen wirklich viel glänzender als die Rä

are Helligkeit, sich wie $\frac{AI}{D^2}$ verhält, wo I der wirkliche Glanz Körpers ist. Folglich wird der scheinbare Glanz der Größe $: \frac{A}{D^2}$, d. h. der Größe I proportional, und ist von A und D ig unabhängig. Der scheinbare Glanz bleibt also bei allen Entungen derselbe, und ist bloß dem wirklichen Glanze des Gegenndes proportional. Dieser Satz wird von den Schriftstellern über tif gewöhnlich so vorgetragen, daß sie sagen, die Gegenstände scheinen in allen Entfernungen mit gleichem Glanze, ches bloß vom scheinbaren Glanz verstanden werden muß. Auch fordert dieser Satz, wenn er richtig seyn soll, daß man den beim urchgange des Lichtes durch verschiedene Mittel stattfindenden Verl desselben nicht berücksichtige.

38. Der Ausflußwinkel eines Lichtstrahls von einer leuchnden Oberfläche ist die Neigung des Strahls gegen die Oberfläche i demjenigen Punkt derselben, von welchem er ausfließt.

39. Es ist lange Zeit hindurch unter den Optikern die Frage wesen, ob die Intensität des Lichts von leuchtenden Körpern nach len Richtungen zu dieselbe ist, oder ob sie nicht vom Ausflußwinl abhängt. Euler hat in seinen Réflexions sur les divers degrés : la lumière du soleil etc. Mémoires de Berlin 1750, pag. 280 n erstern Grundsatz angenommen. Lambert hingegen, in seiner hotometrie S. 41 behauptet, daß die Intensität des Lichts, oder e Dichtigkeit der Strahlen, die nach irgend einer Richtung von eir leuchtenden Oberfläche ausgehen, dem Sinus des Ausflußwinkels oportional ist. Wäre uns die innere Natur des Lichts bekannt, d die Art, auf welche die Körper das Licht ausschicken und zurückwer-, so dürfte es möglich seyn, diese Frage a priori zu entscheiden. enn wir z. B. gewiß wären, daß das Licht bloß von den Theilen s Körpers ausfließt, die seine äußere Oberfläche ausmachen, und ß der Ausfluß des Lichts aus jedem physischen Punkt, mit dem der rigen in gar keinem Zusammenhange stünde, und sich gleichförmig ch allen Seiten ausbreitete, so würde die ganze Lichtmasse, die von nem gewissen Stücke der Oberfläche ins Auge gelangt, unter jedem sflußwinkel dieselbe bleiben, indem jeder Punkt einer ebenen Fläche, m über derselben befindlichen Auge in jeder beliebigen Stellung sichtr ist, und wir außerdem annehmen, daß dieser Punkt sowohl in

schiedenen Winkeln zu gleicher Zeit sieht, immer mit vollk gleichförmigem Glanze erscheinen; auch kann die Ecke, welche l den an einander liegenden Seitenflächen trennt, nicht erkannt w und dreht man die ganze Stange um ihre Axe, so wird man d wegung nur durch die abwechselnde Zunahme und Abnahme des baren Durchmessers derselben erkennen, je nachdem sie bald Diagonale, bald von der Seite gesehen wird, und sie wird imm Ansehen einer flachen Platte haben, welche dem Auge in senk Richtung auf die Gesichtslinie vorgehalten wird. Diese und ähnliche Versuche mit künstlich erleuchteten Oberflächen, welc Leser ohne Schwierigkeit sich ausdenken und anstellen kann, auch die von Ritchie im Edinburgh Philosophical Journal er ten, sind hinreichend, um den §. 41 erwähnten Grundsatz festzu gegen welchen, aus schon erwähnten Ursachen, die von Bougu gegebene Beobachtung über den ungleichförmigen Glanz der S scheibe von keinem bedeutenden Gewicht seyn kann.

43. Hieraus folgt, daß die Oberflächen von leuchtende pern, wenigstens ihre kleinsten Theile, nicht nach allen Richt das Licht in gleicher Menge aussenden, sondern daß im Geg die ausströmende Lichtmenge sich wie der Sinus Ausflußwinkels verhält.

Aufgabe.

44. Die Erleuchtung zu bestimmen, welche kleine ebene Fläche erhält, die auf irgend eine Ar Strahlen eines leuchtenden Körpers von belie Größe, Gestalt und Entfernung ausgesetzt ist, i man zugleich annimmt, daß der leuchtende Kö überall gleichen Glanz besitzt.

Man denke sich die Oberfläche des leuchtenden Körpers in u lich kleine Elemente zerlegt, von denen ein jedes als der schiefe S schnitt einer Pyramide angesehen werden kann, deren Schei Mittelpunkt der unendlich kleinen erleuchteten Fläche B liegt (Fi Es sey PQ irgend ein solches Element und man verlänge Pyramide BP, bis sie die Himmelskugel in p trifft, und dasel Fläche PQ in dem kleinen Raum pq darstellt; auf dieselb stelle man den ganzen leuchtenden Körper CDEF auf der G cdef dar. Es sey π Q ein Durchschnitt der Pyramide APQ echt auf ihre Axe; dann wird vermöge des so eben aufge

r Sonne ausmachen, umgiebt. Dieses könnte möglicherweise seyn, aber bei unserer Unwissenheit in diesen Gegenständen, s sehr unphilosophisch gehandelt seyn, zu einer Sache, die so merhalb unseres Bereiches liegt, seine Zuflucht zu nehmen, Grundgesetz über die Weise des Ausströmens des Lichtes festzu= Man kann bemerken, daß der oben erwähnte Einwurf, sich mit gleicher Kraft bei allen Oberflächen anwenden läßt. Un= wir ein Stück weißes Papier durch ein Vergrößerungsglas, wir, daß seine Oberfläche im höchsten Grade rauh und grob sich auf keine Art der Ebene nähert; dieses findet bei allen en statt, die rauh genug sind, um das Licht zurückzuwerfen.

Da wir aber bloß mit solchen leuchtenden Oberflächen uns ftigen haben, welche in der Natur wirklich vorkommen, so ir die Eigenschaften derselben so annehmen, wie wir dieselben ınd indem wir jede Betrachtung über die Gesetze bei Seite ie beim Ausströmen des Lichts von mathematischen Oberflä= inden könnten, nehmen wir als ein Resultat der Beobach= daß leuchtende Oberflächen, bei jeder Neigung ie Gesichtslinie gleich glänzend erscheinen.
n kann dies mit der Oberfläche eines glühenden Eisens ver= ein scheinbarer Glanz wird nicht merklich vermehrt, wenn lbe schief gegen das Auge hält.

Nehmen wir eine glatte viereckige Stange von Eisen, oder Silber, oder einen polirten Cylinder von irgend einem Me= bis zum Glühen erhitzt ist, und bringen diese Gegenstände

zwei aneinanderliegenden Höhenkreisen eingeschlossen, so wird ϵ
$= dz.\ d\ \theta.\ \sin z.$ Hieraus erhalten wir

$$L = \iint d\ \theta.\ d\ z.\ \sin z.\ \cos z.$$
$$= \frac{1}{2} \iint d\ \theta.\ d\ z.\ \sin 2\ z.$$
$$= \frac{1}{2} \int (\theta + C).\ dz.\ \sin 2\ z.$$

und nehmen wir das Integral von $\theta = o$, bis $\theta = AG$, wo die Amplitude des Sectors bedeutet, die wir durch a bezeichnen len, so kommt:

$$L = \frac{a}{2} \int dz.\sin 2\ z$$
$$= \frac{a}{2} \left(C - \frac{1}{2} \cos 2z\right),$$

welches von $Z = o$ bis $z = 90^o$ genommen, sich auf $L = \frac{a}{2}$ redu

49. Erster Zusatz. Dieses ist das Maß der Erleuchtu kraft des Sectors, nach demselben Maßstabe, nach welchem die leuchtungskraft einer unendlich kleinen im Zenith befindlichen F A durch A selbst dargestellt werden würde. Denn in diesem hat man

$$\cos z = 1,\ \iint d\,d\,A.\cos z = A.$$

50. Zweiter Zusatz. Nach demselben Maßstab würde die leuchtungskraft der ganzen Halbkugel π seyn, wo $\pi = 3{,}141{,}592,$ .... ist.

51. Beispiel 2. Man verlangt die Erleuchtun kraft eines kreisförmigen Stückes der Himmelsku dessen Mittelpunkt das Zenith ist.

Nennt man wie früher z die Zenithdistanz irgend eines ments, θ das Azimuth desselben, so erhalten wir

$$d\,d\,A = d\theta.dz.\sin z$$

und daher auch

$$L = \iint.d\theta.dz.\sin z.\cos z.$$
$$= \int \theta \cdot \frac{dz.\sin 2z}{2.} = \pi \int dz.\sin 2\ z,$$

indem man das Integral von $\theta = o$ bis $\theta = 2\pi$ ausdehnt. S giebt

$$L = \pi.\left(\text{const.} - \frac{1}{2} \cos 2\ z\right)$$

u läßt man diesen Ausdruck für $z = o$ verschwinden, so erhält man

$$L = \frac{\pi}{2}\left(1 - \cos 2\,z\right) = \pi \,.\, \sin z^2.$$

52. **Dritter Zusatz.** Die Erleuchtungskraft eines kreisför- [illegible] leuchtenden Körpers, dessen Mittelpunkt das Zenith ist, ver- [illegible]lt sich wie das Quadrat des Sinus des scheinbaren Halbmessers.

53. **Beispiel 3.** Man verlangt die Erleuchtungskraft irgend [illegible] kreisförmigen Ausschnitts zu bestimmen.

Es sey TKLM der erleuchtende Kreis, man denke sich denselben [illegible] concentrische Ringe zerlegt, und zerlege diese Ringe wie [illegible] (Fig. 4) in unendlich kleine Parallelogramme Xx, die durch [illegible] einander unendlich nahe liegende Halbmesser SX, Sx ausge- [illegible] werden. Man setze

$ZS = a$, $SX = x$, $ZX = z$,

Winkel $ZSX = \varphi$, $ST = r$.

Die Fläche $ddA = Xx = dx.d\varphi.\sin x$

$L = \int\int d\varphi.dx.\sin x.\cos z.$

[illegible] der sphärischen Trigonometrie erhält man aber

$\cos z = \cos a.\cos x + \sin a.\sin x.\cos\varphi.$

[illegible], wenn man diesen Werth in vorige Gleichung substituirt

$$L = \int\int dx.d\varphi.\sin x.\left\{\begin{matrix}\cos a.\cos x\\ + \sin a.\sin x.\cos\varphi\end{matrix}\right\}$$

Führt man die erste sich auf φ beziehende Integration aus, und [illegible] das Integral von $\varphi = o$ bis $\varphi = 360° = 2\pi$ aus, so kommt

$L = \int dx.\sin x.\,2\pi.\,\cos a.\cos x.$

Integrirt man von Neuem nach x, und nimmt das Integral von [illegible] o bis $x = ST = r$, so erhalten wir

$$L = \frac{\pi.\cos a}{2}\left(1 - \cos 2r\right) = \pi.\cos a.\sin r^2.$$

Dieses Resultat ist besonders einfach und merkwürdig. Es zeigt, [illegible] wenn man die Erleuchtungskraft irgend eines leuchtenden kreis- [illegible] Körpers von beliebigem Durchmesser haben will, der sich in [illegible] bestimmten Höhe über dem Horizont befindet, so braucht man [illegible] die Erleuchtungskraft desselben, wenn sich sein Mittelpunkt im [illegible] befindet, mit dem Cosinus der Zenithdistanz, oder dem Sinus [illegible] Höhe seines Mittelpunkts zu multipliciren.

Andere Beispiele finden sich in Lamberts Photometrie C. II, [illegible] welcher auch dieses entnommen ist.

zwei aneinanderliegenden Höhenkreisen eingeschlossen, so wird $= dz. d\,\theta. \sin z.$ Hieraus erhalten wir

$$L = \iint d\,\theta.\, d\,z.\, \sin\, z.\, \cos\, z.$$

$$= \frac{1}{2} \iint d\,\theta.\, d\,z.\, \sin 2\, z.$$

$$= \frac{1}{2} \int (\theta + C).\, dz.\, \sin 2\, z.$$

und nehmen wir das Integral von $\theta = o$, bis $\theta = AG$, wi die Amplitude des Sectors bedeutet, die wir durch a bezeichnen len, so kommt:

$$L = \frac{a}{2} \int dz.\sin 2\, z$$

$$= \frac{a}{2} \left(C - \frac{1}{2} \cos 2z\right),$$

welches von $Z = o$ bis $z = 90°$ genommen, sich auf $L = \frac{a}{2}$ red

49. Erster Zusatz. Dieses ist das Maß der Erleucht kraft des Sectors, nach demselben Maßstabe, nach welchem di leuchtungskraft einer unendlich kleinen im Zenith befindlichen A durch A selbst dargestellt werden würde. Denn in diesen hat man

$$\cos z = 1, \quad \iint d\,d\,A.\cos z = A.$$

50. Zweiter Zusatz. Nach demselben Maßstab würde d leuchtungskraft der ganzen Halbkugel π seyn, wo $\pi = 3{,}141{,}59$ .... ist.

51. Beispiel 2. Man erlangt die Erleuchtu kraft eines kreisförmigen Stückes der Himmelsk

und läßt man diesen Ausdruck für $z = o$ verschwinden, so erhält man

$$L = \frac{\pi}{2}\left(1 - \cos 2z\right) = \pi . \sin z^2.$$

52. Dritter Zusatz. Die Erleuchtungskraft eines kreisförmigen leuchtenden Körpers, dessen Mittelpunkt das Zenith ist, verhält sich wie das Quadrat des Sinus des scheinbaren Halbmessers.

53. Beispiel 3. Man verlangt die Erleuchtungskraft irgend eines kreisförmigen Ausschnitts zu bestimmen.

Es sey TKLM der erleuchtende Kreis, man denke sich denselben in lauter concentrische Ringe zerlegt, und zerlege diese Ringe wie XYZ (Fig. 4) in unendlich kleine Parallelogramme Xx, die durch zwei einander unendlich nahe liegende Halbmesser SX, Sx ausgeschnitten werden. Man setze

$$ZS = a, \; SX = x, \; ZX = z,$$

Winkel $ZSX = \varphi$, $ST = r$.

Die Fläche $ddA = Xx = dx . d\varphi . \sin x$

$$L = \int\int d\varphi . dx . \sin x . \cos z.$$

Vermittelst der sphärischen Trigometrie erhält man aber

$$\cos z = \cos a . \cos x + \sin a . \sin x . \cos \varphi.$$

folglich, wenn man diesen Werth in vorige Gleichung substituirt

$$L = \int\int dx . d\varphi . \sin x . \left\{ \begin{array}{c} \cos a . \cos x \\ + \sin a . \sin x . \cos \varphi \end{array} \right\}$$

Führt man die erste sich auf φ beziehende Integration aus, und dehnt das Integral von $\varphi = o$ bis $\varphi = 360^\circ = 2\pi$ aus, so kommt

$$L = \int dx . \sin x . 2\pi . \cos a . \cos x.$$

Integrirt man von Neuem nach x, und nimmt das Integral von $x = o$ bis $x = ST = r$, so erhalten wir

$$L = \frac{\pi . \cos a}{2}\left(1 - \cos 2r\right) = \pi . \cos a . \sin r^2.$$

Dieses Resultat ist besonders einfach und merkwürdig. Es zeigt, daß wenn man die Erleuchtungskraft irgend eines leuchtenden kreisförmigen Körpers von beliebigem Durchmesser haben will, der sich in einer bestimmten Höhe über dem Horizont befindet, so braucht man nur die Erleuchtungskraft desselben, wenn sich sein Mittelpunkt im Zenith befindet, mit dem Cosinus der Zenithdistanz, oder dem Sinus der Höhe seines Mittelpunkts zu multipliciren:

Andere Beispiele finden sich in Lamberts Photometrie C. II, aus welcher auch dieses entnommen ist.

54. Besitzt die leuchtende Oberfläche nicht überall gleichen Glanz, so erhält man, indem der Glanz des Elements d d A durch I bezeichnet wird

$$L = \int\int I . d d A . \cos z .$$

für den allgemeinen Ausdruck, der Erleuchtungskraft der Oberfläche A. Der Mond, die Venus und der Mercur in ihren verschiedenen Lichtphasen, der Himmel während der Dämmerung, eine weiße, von der Sonne beschienene Kugel u. s. w. geben hierzu Beispiele an, indem diese Gegenstände selbst als leuchtende Körper betrachtet werden.

Aufgabe.

55. Man soll die Erleuchtung einer horizontalen Ebene durch die im Zenith stehende Sonne mit der Erleuchtung vergleichen, welche dieselbe Ebene erhalten würde, wenn die ganze Halbkugel des Himmels einen eben so starken Glanz als die Sonne selbst besäße.

Wir erhalten aus §. 53, $L = \pi . \cos a . \sin r^2$. Bezeichnen wir daher die beiden erwähnten Beleuchtungen durch L und L' so kommt

$$L : L' = \pi . \cos 0^\circ . \sin . (\text{Sonnenhaltmesser})^2$$
$$: \pi . \cos 0^\circ (\sin 90^\circ)^2$$
$$= \sin 16'^2 : 1 = 1 : 46166 .$$

56. Die Erleuchtung, welche eine mit der Sonne in Berührung gebrachte Ebene von derselben erhält, ist eben so groß, als die einer Ebene an der Oberfläche der Erde, welche von der ganzen Halbkugel des Himmels erleuchtet wird, wenn dieser denselben Glanz als die Sonne selbst besitzt. Wir sehen hieraus, daß die Beleuch-

den sie unmittelbar in unsrem Auge hervorbringen. Das
er, obgleich es in einem bewunderungswürdigen Grade gegen
ene Abstufungen der Erleuchtung empfindlich ist, hat doch
ig Fähigkeit, ihre relative Stärke zu beurtheilen, und kann
Identität der Erleuchtung erkennen, wenn dieselbe dem Auge
iedenen Zeiten, vorzüglich nach lange dauernden Zeiträumen
lt wird. In dieser Rücksicht kann man sich auf das Urtheil
es wegen der Messung der Lichtstärke so wenig verlassen, als
Hand, wenn man vermittelst derselben das Gewicht eines Kör=
immen soll. Diese Ungewißheit wird außerdem von der Be=
eit des Organs selbst noch vermehrt, welches sich in einem
ährend schwankenden Zustande befindet, indem die Oeffnung
ille, welche das Licht in das Auge läßt, vermöge des Licht=
h beständig ausdehnt und zusammenzieht, so wie sich auch
findlichkeit der Nerven, welche den Eindruck des Lichts erhal=
ner ändert. Man möge sich nur an die blendende und be=
Kraft eines Blitzes in dunkler Nacht erinnern, und damit
druck vergleichen, welchen ein eben so lebhafter Blitz am Tage
t. In dem einen Fall wird das Auge schmerzhaft angriffen,
heftige Bewegung, in welche die Nerven der Netzhaut ver=
den, ist noch einige Secunden nachher merklich, und zeigt
h die abwechselnden Erscheinungen von eingebildeter Helligkeit
sterniß. Am Tage zeigt sich so etwas nicht, und wir verfol=
Bahn des Blitzes in allen seinen Sprüngen mit der größten
keit und Ruhe, ohne daß wir dabei einen Gedanken von der
Intensität des Lichts desselben haben, der bloß von der vor=

seyn eines Unterschiedes beurtheilen, und sehen, daß der eine zender als der andere ist; allein wir sind ganz unfähig, das zwi beiden stattfindende Verhältniß anzugeben. Man erleuchte die Hälfte eines Bogens Papier durch eine Lichtflamme, die andere mehrere, so wird der Unterschied sogleich bemerkbar seyn. Allein verlange von zehn Personen, aus dem bloßen Ansehn der Fl zu errathen, welche Anzahl Lichter jede der Hälften beleuchte ist es höchst wahrscheinlich, daß nicht zwei mit einander überein men werden. Ja, eine und dieselbe Person wird sogar zu ver denen Zeiten verschiedene Urtheile fällen. Dieser Umstand wirft photometrischen Schätzungen ein neues Hinderniß in den Weg, es scheint, als ob hierdurch die Photometrie einer der feinsten schwierigsten Theile der Optik würde.

60. Allein unter günstigen Umständen kann das Auge er lich genau über die Gleichheit zweier zugleich gesehenen Erl tungen urtheilen, und indem wir uns diesen Umstand zu N machen, können wir bei gehöriger Sorgfalt genaue Beobachtu über die Intensität jeder Erleuchtung anstellen. Wie diese günst Umstände beschaffen sind, wollen wir jetzt betrachten.

61. Erstens. Die Stärke der Erleuchtung, welche vergleichen will, muß mäßig seyn. Ist sie so stark, daß die blendet, oder so schwach, daß man das Auge anstrengen muß, läßt sich kein richtiges Urtheil fällen.

62. Es ist daher selten vortheilhaft, zwei leuchtende Kö direct mit einander zu vergleichen. Man thut im Allgemeinen be eine glatte, weiße Fläche von denselben beleuchten zu lassen, und dem Grade der Erleuchtung derselben zu urtheilen; es ist näm ein an sich klarer Grundsatz, daß zwei leuchtende Kör gleiche absolute Helligkeit haben, wenn dieselben e glatte weiße Fläche, oder zwei gleiche und völlig äl liche Flächen, in gleichen Entfernungen und ähnlic Lage gegen dieselben aufgestellt, gleichmäßig erleucht

63. Zweitens. Die zu vergleichenden leuchtenden Kör oder erleuchteten Flächen müssen von gleicher scheinbarer Größe ähnlicher Gestalt seyn, und so kleine Dimensionen haben, daß m die Erleuchtung in allen ihren einzelnen Theilen als gleich betra ten kann.

64. Drittens. Man muß dieselben nahe an einander a

...mittelbare Berührung bringen, indem die Gränze des einen die ...andern in einer scharf abgeschnittenen graden Linie trifft.

65. Viertens. Sie müssen auf Einmal mit demselben Auge ...achtet werden, und nicht die eine Fläche mit dem einen, die an... ...mit dem andern Auge.

66. Fünftens. Alles andere Licht, außer dem der beiden Flächen, ...Erleuchtung verglichen werden soll, muß weggeschafft werden.

67. Sechstens. Die Lichter, welche beide Flächen erleuchten, ...a von einerlei Farbe seyn. Zwischen sehr verschieden gefärbten ...uchtungen kann man keine genaue Gleichheit hervorbringen, ...größer ihre Verschiedenheit ist, desto ungewisser wird unser Urtheil.

68. Wenn alle diese Bedingungen stattfinden, so können wir ...über über die Gleichheit oder Ungleichheit zweier Erleuchtungen ...theilen. Kann man die Gränze derselben nicht erkennen, indem ...das Auge zurück und vorwärts bewegt, so werden wir versichert ...können, daß ihre Helligkeiten gleich sind.

69. Bouguer hat in seinem Traité d'Optique 1760 p. 35 ...Grundsätze zur Ausmessung oder Vergleichung der verschiede... ...Erleuchtungsgrade angewendet. Zwei Flächen von weißem Pa... ...welche genau gleiche Größe und gleiche zurückwerfende Kraft ...ben, und aus demselben Stück neben einander herausgeschnitten ...werden erleuchtet, die eine von dem Licht, dessen erleuchtende Kraft ...essen werden soll, die andere von demjenigen Licht, dessen Inten... ...nach Belieben durch Veränderung der Entfernung, gewechselt, ...aber genau abgeschätzt werden kann. Das veränderliche Licht ...entfernt oder genähert werden, bis man beide Oberflächen für ...glänzend hält, worauf die verlangte Messung geschehen ist, ...dem man die Entfernungen der leuchtenden Körper ausgemittelt ...oder auf andere Art die deßwegen nöthigen Verbesserungen in ...nung gebracht hat.

70. Neuerdings hat Ritchie eine schöne und einfache An...dung dieses Grundsatzes gemacht. Sein Photometer besteht aus ...em rechtwinklichen Kasten, von ungefähr anderthalb oder zwei Zoll ...Seiterte, der an beiden Enden offen ist, und von welchem ABCD ...(5) einen Durchschnitt vorstellt. Inwendig ist er geschwärzt, ...das fremde Licht zu verschlucken. Es befinden sich in demselben ...rechtwinkliche Spiegelstücke FC, FD, die um 45 Grad gegen ...Axe desselben geneigt sind, und aus einem und demselben recht...

winklichen Streifen geschnitten werden müssen, der doppelt so als jeder Spiegel ist, damit man von der gleichen zurückwerf- Kraft derselben versichert seyn kann. Sie sind so befestigt, d- sich in F in der Mitte einer schmalen Fuge EFG treffen, di- gefähr einen Zoll lang, und einen Achtelzoll breit ist, und m- nem Streifen von feinem Zeuge oder geöltem Papier bedeckt muß. Diese rechtwinkliche Fuge sollte in F mit einem Streifer geschwärztem Kartenpapier versehen seyn, damit das von den Spi- zurückgeworfene Licht sich nicht mit einander vermischen kann.

71. Gesetzt, wir wollten die Erleuchtungskraft zweier l- tenden Körper P und Q, z. B. zweier Lichtflammen vergleichen. müßten in einer solchen Entfernung von einander, und von dem schen denselben befindlichen Apparat aufgestellt werden, daß das eines jeden auf den nächsten Spiegel fällt und auf den entspreche- Theil des Papiers EF oder FG zurückgeworfen wird. Das In- ment muß dann dem einen oder dem andern näher gerückt, oder demselben entfernt werden, bis das Papier auf jeder Seite der I- lung F gleich erleuchtet erscheint. Um dieses beurtheilen zu kön- muß dasselbe durch eine inwendig geschwärzte prismatische Röhre trachtet werden, von welcher das eine Ende auf dem obern Theil des Photometers ruht, das andere ganz nahe an das Auge geha- wird. Sind die Helligkeiten auf diese Art völlig gleich gemacht, sieht man deutlich, daß die vollständigen Erleuchtungskräfte der le- tenden Körper, sich direct wie die Quadrate ihrer Entfernungen der Mitte des Instruments verhalten.

72. Durch Hülfe dieses Instruments kann man leicht einen pirischen Beweis, der Abnahme des Lichts im umgekehrten Verh- niß der Quadrate der Entfernungen geben. Denn stellen wir Lichter in P auf, und eins in Q, die so viel als möglich gleiche Fl- men geben, so wird man finden, daß die Flächen EF, GF des Papie- gleich stark erleuchtet sind, wenn die Entfernungen PF, QF sich 2 zu 1 verhalten, und so auch für jede beliebige andere Anzahl von jeder Seite aufgestellten Lichtern.

73. Um die Vergleichung der Erleuchtung genauer zu mach- muß man die Gleichheit der Helligkeit mehreremale darzustellen such- indem man jedesmal das Instrument ganz herumdreht. Das ar- metische Mittel der verschiedenen Bestimmungen wird dann der Wa- heit sehr nahe kommen.

In einigen Fällen ist es vortheilhafter, die Spiegelgläser ..., indem man einen Streifen Papier über dieselben klebt, ... zwei Flächen von weißem Papier darstellen, die gegen das ... Licht unter gleichen Winkeln geneigt sind. In diesem Fall ... das über die Fuge EFG gelegte Papier weg, und unter- ... untern Theile der weißen Flächen, um sie mit einander zu ... Der Vortheil dieser Einrichtung besteht darin, daß man ... Zwischenraum zwischen den beiden Hälften der Fuge ver- ... die genaue Vergleichung ihrer Erleuchtung etwas unzu- ... macht.

Sind die zu vergleichenden Lichtarten von verschiedenen ..., wie z. B. Tageslicht, Mondlicht, Kerzenlicht, so läßt sich ... vollkommene Gleichheit darstellen (§. 67). Die beste Methode, ... in diesem Fall anzuwenden, besteht darin, daß man ... lange verrückt, bis die eine Seite der Spalte glänzender ... (der Verschiedenheit der Farben ungeachtet); hierauf bewegt ... dieselbe nach der andern Seite zu, bis der andere Theil glänzen- ... darstellt. Die mittlere Stellung zwischen diesen beiden Punk- ... muß man als die wahre Lage annehmen, in welcher die Gleich- ... Erleuchtung stattfindet.

Wollten wir die Grade der Erleuchtung oder den Glanz ... Oberflächen untersuchen, so muß ein bestimmter Theil von jeder ... für die Untersuchung isolirt werden; dieß geschieht am besten ..., daß man zwei geschwärzte Röhren an den Oeffnungen des ... anbringt, welche gleiche Längen haben, und sich in Oeff- ... von gleichem Flächeninhalt endigen, oder an der Mitte des In- ... gleiche Winkel bilden. Diese schneiden daher gleiche schein- ... Flächen von den glänzenden Körpern ab, deren Licht dann auf dem ... Papier in der Fuge EF gleich gemacht wird, eben so wie es ... Lichtern der Fall war. Man sehe Bouguer Traité d' Opti- ... p. 31.

Eine andere Art die Intensität des Lichts zweier leuchten- ... Körper zu vergleichen, die auch sehr schnell und leicht von Statten ..., und in manchen Fällen besondere Vortheile gewährt, ist von ... Rumford angegeben worden. (Man sehe Philosophical Trans- ... Vol. 84, pag. 67). Sie besteht darin, daß man die Schat- ... welche sie auf eine weiße Fläche werfen, die von ihnen zu glei- ... erleuchtet wird, mit einander vergleicht. Wir wollen z. B.

pern gute Gründe anzunehmen, daß die Verschluckung nicht pli
eintritt. Bei krystallisirten Körpern, wenigstens bei denjen
welche gefärbt sind, ist die Verschluckung für die beiden Theile, in n
sich der regelmäßig gebrochene Strahl zerlegt, verschieden, den
tzen gemäß, die wir dann auseinandersetzen werden, wenn wir
der Verschluckung des Lichts reden.

85. Die regelmäßig gebrochenen Theile des weißen oder
nenlichts werden, einige besondere Umstände ausgenommen, in
Menge verschiedenartig gefärbter Strahlen zerlegt, die zugleich in
physischen Eigenschaften von einander Abweichungen zeigen; jede
ser Strahlen setzt dann unabhängig von den übrigen, den Gesetze
regelmäßigen Brechung oder Zurückwerfung gemäß seinen Weg
Die Gesetze dieser Trennung oder Zerstreuung der gefärbten S
len, nebst ihren physischen Eigenschaften, machen den Gegenstan
Farbenlehre aus.

86. Alle diejenigen Lichttheilchen, welche entweder regeln
zurückgeworfen, oder regelmäßig gebrochen werden, erleiden
oder weniger eine Veränderung, die man Polarisation n
vermöge welcher sie, wenn sie ein anderes Medium treffen, bei
Zurückwerfung und Brechung Erscheinungen zeigen, die von der
scheinungen des nicht polarisirten Lichts sehr verschieden
Betrachtet man die Sache im Allgemeinen, so ist das polari
Licht denselben Gesetzen der Zurückwerfung und Brechung unte
sen, als das nicht polarisirte Licht, in so fern wir bloß die
tung berücksichtigen, welche die verschiedenen Abtheilungen, in d
sich beim Aufstoßen eines neuen Mittels trennt, annehmen;
rücksichtlich der relativen Intensität dieser Abtheilungen ist es ver
den, denn diese ändert sich nach der Lage, in welcher die Ober
des brechenden oder zurückwerfenden Mittels, und gewisse eingeb
Linien oder Axen innerhalb derselben dem polarisirten Strahl
gegengestellt werden.

87. Die Lichtstrahlen üben unter gewissen Umständen ein
genseitigen Einfluß auf einander aus, indem ihre Wirkungen na
sondern Gesetzen vermehrt, vermindert oder sonst geändert we
Diesen gegenseitigen Einfluß nennt man die Interferenz en
Lichtstrahlen. Wir wollen nun diese verschiedenen Modificatione
Reihe nach abhandeln, und den Anfang mit der regelmäßigen Zu
werfung des Lichts machen.

II. Von der regelmäßigen Zurückwerfung des nicht polarisirten Lichts von ebenen Flächen.

88. Fällt ein Lichtstrahl auf eine polirte Fläche, so wird ein Theil desselben regelmäßig zurückgeworfen, und setzt nach der Zurückwerfung seinen Weg in einer graden Linie fort, die gänzlich außerhalb des zurückwerfenden Körpers liegt. Die Richtung und die In- … dieses Theils des Lichtstrahls sind die Gegenstände, welche wir in diesem Abschnitt untersuchen wollen, indem wir die physischen Ei- … schaften, welche der Strahl durch diese Zurückwerfung erhält, bis … aufsparen wollen. Zuerst betrachten wir die Richtung des … Strahls, welche sich nach folgenden Gesetzen bestimmt.

Gesetze der Zurückwerfung.

89. Erstes Gesetz. Die zurückwerfende Fläche sey eine … Man errichte in dem Punkt, wo der Strahl auffällt, ein … dikel, das Einfallsloth. Der zurückgeworfene Strahl … mit dem Einfallsloth und dem einfallenden Strahl in einer Ebene … Er befindet sich auf der entgegengesetzten Seite des Perpen- … und bildet mit demselben einen Winkel, der demjenigen … ist, welchen der einfallende Strahl mit dem Einfallsloth macht.

90. Die Ebene, in welcher der auf irgend einer Oberfläche am Einfallspunkte errichtete Perpendikel mit dem einfallenden Strahl …, heißt die Einfallsebene.

91. Der Winkel, welcher vom Einfallsloth und dem einfallen- … Strahl gebildet wird, heißt der Einfallswinkel.

92. Die Ebene, in welcher sowohl das Einfallsloth als auch … zurückgeworfene Strahl liegen, heißt die Zurückwerfungs- …e, und den Winkel, der vom Einfallsloth und dem zurückgewor- … Strahl eingeschlossen wird, nennt man den Zurückwerfungs- …kel.

93. Nimmt man diese Erklärungen an, so kann man das Ge- … der Zurückwerfung dadurch ausdrücken, daß man sagt, die Zurück- …ungsebene fällt mit der Einfallsebene zusammen, und der Zurück- …ungswinkel ist dem Einfallswinkel gleich, nur daß beide auf ver- …denen Seiten des Einfallsloths liegen.

94. Zusatz. Der einfallende und der zurückgeworfene Strahl … beide am Einfallspunkte gleiche Neigung gegen die Oberfläche.

Zweites Gesetz. Ist die Fläche gekrümmt, so wird Weg des an irgend einem Punkte derselben zurückgeworfenen Str derselbe seyn, als wenn der Strahl von einer an diesem Punkte an Oberfläche gelegten Berührungsebene zurückgeworfen würde, d. h. richtet man am Einfallspunkt eine Normale auf der krummen O fläche, so liegt der zurückgeworfene Strahl in der Einfallsebene, der Zurückwerfungswinkel ist dem Einfallswinkel gleich.

95. Der Beweis dieser Gesetze muß aus den Beobachtun abgeleitet werden. Lassen wir einen dünnen Sonnenstrahl durch Oeffnung im Fensterladen eines verfinsterten Zimmers gehen, fangen denselben vermittelst einer polirten Glas= oder Metallfläche so können wir leicht vermittelst der gehörigen Instrumente die gungen des einfallenden und des zurückgeworfenen Strahls gegen Fläche messen, und man wird dieselben gleich groß finden. Ein naueres Mittel, die Wahrheit dieser Gesetze zu erforschen, geben die astronomischen Beobachtungen an die Hand. Die Astrono beobachten sehr oft die Höhe eines Sterns über dem Horizont d das direct von demselben kommende Licht, und in demselben Au blick zugleich die scheinbare Tiefe ihrer von der Oberfläche des Q silbers zurückgeworfenen Bilder, welches nothwendigerweise eine nau horizontale Oberfläche darbietet, unter dem Horizont, und auf diese Art beobachtete Tiefe wird immer genau der Höhe gleich funden, wie auch die letztere beschaffen seyn mag, groß oder kl Da nun diese Beobachtungen, wenn sie mit großen Instrumenten gestellt werden, beinahe einer mathematischen Genauigkeit fähig so werden wir die Gesetze der Zurückwerfung auf ebenen Flächen die in der Natur am besten begründeten ansehen dürfen.

96. Die Zurückwerfung von einer krummen Oberfläche man so betrachten, als ob sie an dem unendlich kleinen Element f fände, welches die Oberfläche und ihre Berührungsebene gemein ben; so daß, wenn am Einfallspunkt eine Normale errichtet wird machen der einfallende und der zurückgeworfene Strahl gleiche W mit derselben auf verschiedenen Seiten.

97. Aufgabe. Die Richtung eines Lichtstrahls zu fin nachdem derselbe von einer beliebigen Menge ebener Flächen zurü worfen worden, deren Lage man als bekannt annimmt.

Construction. Da die Richtung des Strahls nach Zurückwerfung eine und dieselbe ist, er mag von den gegebenen Flä

…i, oder von andern, die ihnen parallel liegen, reflectirt werden, so …e man Ebenen an, die den gegebenen parallel laufen, und durch … einen Punkt C gehen (Fig. 9). Durch C ziehe man die graden … CP, CP′, CP″ u. s. w., die auf den zugehörigen Ebenen senk… …chen, und ganz außerhalb des zurückwerfenden Mittels liegen. … ist SC mit dem Strahl parallel, indem er auf die erste Fläche …t, und man mache in der Ebene SCP auf der dem einfallenden … SC gegenüber liegenden Seite den Winkel $PCs' = PCS$, so …d Cs' die Richtung des Strahls nach der Zurückwerfung von der … Fläche seyn. Man verlängere $s'C$ nach S', so wird $S'C$ den … in dem Augenblick angeben, in welchem er auf die zweite Fläche …, deren Normale CP' ist. Macht man eben so in der Ebene …P′, an der andern Seite von CP', den Winkel $P'Cs'' = S'CP'$, …d Cs'' den von der zweiten Oberfläche reflectirten Lichtstrahl an… …, und verlängert man $s''C$ nach S'', so wird $S''C$ den Strahl … Augenblick vorstellen, wo er auf die dritte Oberfläche fällt, de… Normale CP'' ist. Auf ähnliche Weise mache man in der Ebene …CP″ den Winkel $P''Cs'' = P''CS''$, so wird Cs''' die Richtung … Strahls in dem Augenblick seyn, wo er die dritte Oberfläche ver… …, und so weiter fort.

…8. Analytische Auflösung. Um C als Mittelpunkt … man sich eine Kugeloberfläche beschrieben (Fig. 10), so wird die … PSs dieselbe in einem größern Kreise PSS′p durchschneiden, … Ebene, in welcher CP, CP′ liegen, d. h. diejenige, welche … beiden ersten reflectirenden Ebenen rechtwinklich steht, wird … ihrem Durchschnitt den größten Kreis PP′p bilden, so wie die … S′Cs″ und SCs″ die Kugelfläche in den größten Kreisen S′P′s″, … schneiden.

Da die Richtungen CP, CP′ gegeben sind, so kennt man auch … Winkel PCP′ oder den Bogen PP′, der der gegenseitigen …ung der beiden ersten Flächen gleich ist. Man nenne … I. Da ferner die Richtung des einfallenden Strahls SC ge… ist, so kennt man sowohl den Einfallswinkel PCS auf … ersten Ebene $= \alpha$, als den Winkel $SPP' = \psi$, welches … ist, den die erste Zurückwerfungsebene mit der… …igen Ebene bildet, welche auf den beiden zurück… …enden Ebenen senkrecht steht. Wir haben dann in dem … Dreieck $PP'S'$, $PP' = I$, $PS' = 180^\circ - \alpha$, und den

Winkel $P'PS' = \psi$, folglich ist $S'P'$ oder auch $2S'P' = S's''$ dem Winkel $PP'S'$ bekannt, und daher auch das Supplement letztern $PP's''$, welches derjenige Winkel ist, der durch die zweite rückwerfung mit der Ebene PP' gebildet wird. In dem sphäri Dreieck $SS's''$ haben wir wiederum $SS' = 180° - 2\alpha$, $S's'' = 2$ nebst dem eingeschlossenen Winkel $SS's''$, woraus die dritte Ss'', die den Winkel des einfallenden und zweimal gebrochenen St angiebt, gefunden werden kann.

Nehmen wir auf ähnliche Art eine dritte Zurückwerfung an ist uns $P'S'' = 180° - S'P'$, $P'P'' = I'$, und der Winkel S'' $= S'P'P'' = PP'P'' - PP'S'$ bekannt, woraus wir $S''P''$ be nen, und wie vorher verfahren können. Auf diese Weise können beliebig viel Zurückwerfungen berechnen.

99. Beschränken wir uns auf den Fall, daß nur zwei Zu werfungen stattfinden, so haben wir vermittelst der sphärischen gonometrie, indem wir $P'S' = \alpha'$ annehmen, welcher der Ein winkel auf der zweiten zurückwerfenden Ebene ist, $PS'P' = \theta$, P $= \varphi$, und die Abweichung des Strahls nach der zweiten Zurück fung $180 - Ss° = D$ setzen, folgende Gleichungen.

$$-\cos\alpha' = \cos\alpha . \cos I - \sin\alpha \sin I . \cos\psi$$

$$\sin\theta = \frac{\sin I}{\sin\alpha'} . \sin\psi$$

$$\sin\varphi = \frac{\sin\alpha}{\sin\alpha'} . \sin\psi$$

$$\cos D = \cos 2\alpha . \cos 2\alpha' - \sin 2\alpha' . \cos 2\alpha' . \cos\theta .$$

100. Sind von den sieben Größen α, α', I, θ, φ, ψ, D gegeben, so kann man vermöge dieser Gleichungen die vier übrigen fi Man kann bemerken, daß φ der Winkel von der zweiten Zurückwerf ebene, und dem Durchschnitt der beiden zurückwerfenden Ebenen wie θ den Winkel zwischen der ersten und zweiten Zurückwerfungs ausmacht. Werden bloß φ und D gesucht, so muß man θ als eine ßen Hülfswinkel ansehen; allein es können Fälle vorkommen, wo θ gesucht, oder bei denen er als gegebene Größe vorkommt. Di rigen Gleichungen enthalten aber alle Bedingungen, welche in einer Aufgabe über zwei Zurückwerfungen vorkommen.

101. Zusatz. Ist $\psi = o$, oder fällt der einfallende mit dem Hauptdurchschnitt PCP' zusammen, d. h. finden die Zurückwerfungen in der Ebene statt, welche senkrecht auf den

…den Ebenen steht, so erhalten diese Gleichungen eine sehr ein-
… Gestalt; wir haben dann

$$\theta = o;\ \varphi = 180°;\ \cos\alpha' = -\cos(\alpha + I),$$

… $\alpha + \alpha' = 180° - I$, und folglich $\cos(2\alpha + 2\alpha') = \cos(360° - 2I) = \cos 2I$, oder $2\alpha + 2\alpha' = 2I$. Da aber $\theta = o$ wird, so … wir aus der letzten der Gleichungen (A), $\cos D = \cos 2$ (… $-\alpha$), folglich $D = 2\alpha + 2\alpha' = 2I$, d. h. die Abweichung ist … Fall nach zwei Zurückwerfungen der doppelten Neigung der …werfenden Ebenen gleich, wie auch die ursprüngliche Richtung … Strahls beschaffen seyn mag. Diese schöne Eigenschaft ist der …, auf welchem der gewöhnliche Sextant und der Reflexions-… beruht, und man nimmt gewöhnlich an, daß Hadley der erste … sey, der sie zur Winkelmessung angewendet hat, obgleich es …, daß auch Newton dieselbe zu demselben Zweck vorgeschlagen … Man sehe die Erläuterung dieser Instrumente nach.

102. In allen andern Fällen ist aber die Abweichung D wirk-… eine Function derjenigen Winkel, welche die Lage des einfallenden … bestimmen, und kann nur aus den oben angegebenen Glei-…gen gefunden werden.

103. Aufgabe. Die Einfallswinkel gegen beide Ebenen, … der Winkel, den die zwei Zurückwerfungsebenen mit einander …, ist gegeben, man sucht die Lage des einfallenden und des … zurückgeworfenen Strahls, die Abweichung des Strahls nach … Zurückwerfungen, und den Winkel, den die beiden zurückwer-…den Ebenen bilden.

Behalten wir dieselben Bezeichnungen bei, so ist uns α, α', θ …, und I, D, φ und ψ werden gesucht.

Erstens ist D sogleich aus der letzten der Gleichungen (A) gefunden.

Zweitens, um die übrigen Größen zu finden, setze man … $I = x$, $\sin\psi = y$, $\sin\alpha' \cdot \sin\theta = a$, $\cos\alpha = c$, $\sin\alpha = s$, … $\cos\alpha' = c'$, $\sin\alpha' = s'$. Wir haben dann $xy = a$, oder $y = \frac{a}{x}$, … die erste der Gleichungen (A) giebt

$$-c' = c\sqrt{1 - xx} - s\sqrt{xx - aa},$$

…, wenn man die Wurzelgrößen fortschafft, sich auf

$$o = x^4 + xx\left\{2c'^2(cc - ss) - 2cc - 2ssaa\right\} + (c'^2 - c^2)^2 + 2a^2s^2(c'^2 + c^2) + a^4s^4$$

reducirt, und diese Gleichung, welche, obgleich sie biquadratisch doch eine quadratische Form hat, enthält die allgemeine Auflö der Aufgabe.

104. Zusatz. Ist $\theta = 90°$, oder macht die erste Zu werfungsebene mit der zweiten einen rechten Winkel, so haben ganz einfach

$$\sin I . \sin \psi = \sin \alpha'$$
$$a = \sin \alpha' = s'.$$

In diesem Fall wird unsere Endgleichung

$$o = x^4 - 2xx(1 - ccc'c') + (1 - ccc'c')^2.$$

Da dieser Ausdruck ein vollkommenes Quadrat ist, so erhält

$$xx = 1 - cc.c'c'.$$

Nun ist aber $x = \sin I$, folglich

$$xx = 1 - \sin I^2,$$

und wir erhalten folgendes ganz einfaches Resultat:

$$\cos I = cc' = \cos \alpha . \cos \alpha'.$$

Folglich ist der Cosinus der Neigung der Ebenen gegen ein der dem Product der Cosinus der Einfallswinkel auf jeder dersel gleich, und umgekehrt wenn diese Relation stattfindet, so mü die beiden Zurückwerfungsebenen nothwendigerweise einen rechten W kel mit einander bilden; denn wird diese Relation voraus gesetzt, haben wir von selbst $xx = 1 - cc.c'c'$; folglich wenn in der gemeinen Gleichung $1 - cc.c'c'$ statt xx gesetzt wird, so muß Ganze verschwinden; nun giebt diese Substitution eine biquadrati Gleichung von quadratischer Gestalt zur Bestimmung von a, wie man sieht, Genüge geleistet wird, indem man annimmt

$$a = \sin \alpha', \text{ folglich } \theta = 90°.$$

Diese schöne Eigenschaft wird uns von Nutzen seyn, wenn von der Polarisation des Lichts handeln werden.

105. Zweiter Zusatz. In demselben Fall, wenn $\theta = 9$ ist, erhält man die Abweichung D durch die Gleichung

$$\cos D = \cos 2\alpha . \cos 2\alpha';$$

folglich ist der Cosinus der Abweichung gleich dem Product der sinus der doppelten Einfallswinkel.

106. Aufgabe. Ein Lichtstrahl wird von jeder der zurü werfenden Ebenen so zurückgeworfen, daß alle Einfallswinkel u Zurückwerfungswinkel einander gleich sind. Die Neigung der E

n gegen einander, so wie die Einfallswinkel, sind gegeben, man ver-
ns erstens die Abweichung, zweitens die Neigung der ersten und
ten Zurückwerfungsebene gegen einander, so wie die Winkel,
che jede dieser Ebenen mit dem Hauptdurchschnitt der zurück-
rfenden Ebenen bildet.

Behält man dieselbe Bezeichnung bei, so haben wir $\alpha = \alpha'$
d daher aus der dritten der Gleichungen (A), $\varphi = \psi$, so daß
e Gleichungen in folgende übergehen:

$$\left.\begin{array}{l} \cos\alpha\,(1 + \cos I) = \sin\alpha \,.\, \sin I \,.\, \cos\psi \,. \\ \sin\alpha \,.\, \sin\theta = \sin I \,.\, \sin\psi \,. \\ \cos D = \cos 2\alpha^2 - \sin 2\alpha^2 \,.\, \cos\theta \,. \end{array}\right\} \quad (a)$$

107. Die erste dieser Gleichungen giebt, indem man

$$1 + \cos I = 2 \cos \tfrac{1}{2} I^2$$

$$\sin I = 2 \sin \tfrac{1}{2} I \,.\, \cos \tfrac{1}{2} I \,.$$

t, die neue Gleichung

$$\cos\psi = \text{cotang}\, \alpha \,.\, \text{cotang}\, \tfrac{1}{2} I \,. \quad (b)$$

s welcher man sogleich ψ erhält. Dann bekommt man θ aus
r Gleichung

$$\sin\theta = \frac{\sin I}{\sin\alpha} \,.\, \sin\psi \,. \quad (c)$$

Ziehen wir endlich jedes Glied der dritten aus den Gleichun-
n (a) von der Einheit ab, dividiren auf beiden Seiten durch 2
d reduciren gehörig, so transformiren wir dieselbe in folgende:

$$\sin \frac{D}{2} = \sin 2\alpha \,.\, \cos \frac{\theta}{2} \quad (d)$$

Diese Gleichungen bieten ein leichtes und directes Mittel dar,
e Werthe von ψ, θ und D nach einander aus den bekannten
rößen von α und I zu berechnen; die Formeln sind zur logarith-
ischen Rechnung geschickt, und an sich selbst nicht zusammen-
setzt.

---

§. IV. Von der Zurückwerfung von krummen Oberflächen.

108. Die Zurückwerfung eines Strahls von einer krummen
Oberfläche verhält sich eben so, als ob sie an einer zurückwerfenden

Ebene stattfände, welche die krumme Oberfläche am Einfallspu berührt. Der zurückgeworfene Strahl liegt daher in derjeni Ebene, welche den einfallenden Strahl und die am Einfallspu errichtete Normale, oder das Einfallsloth, in sich faßt. Da allgemeinen Ausdrücke für den Weg des Strahls nach seiner rückwerfung von Oberflächen von doppelter Krümmung sehr zus mengesetzt sind, und uns in der Folge von keinem Nutzen seyn w den, so wollen wir uns auf den besondern Fall der durch Um hung entstandenen Oberflächen beschränken, welche die Ebenen die kegelförmigen Oberflächen von allen Arten umfassen, und denen, die Einfallsebene als durch die Umdrehungsaxe gehend genommen wird.

109. Ein Strahl fällt auf eine beliebige, du Umdrehung entstandene Oberfläche, in einer Ebe welche durch die Axe geht, man soll die Richtung d zurückgeworfenen Strahls finden.

Es sey QP (Fig. 11.) ein Durchschnitt der Oberfläche du die Einfallsebene, QN die Axe, QP der einfallende, und Pr zurückgeworfene Strahl, welcher verlängert die Axe in q schnei Man ziehe die Berührungslinie PT, die Ordinate PM und Normale PN, die nach O verlängert wird, und setze

$$x = QM,\ y = PM;$$

$$\frac{dy}{dx} = p,\ \text{Winkel } MQP = \theta,$$

welcher letztere Winkel derjenige ist, welchen der einfallende Str mit der Axe bildet; da nun der Zurückwerfungswinkel dem Einfal winkel gleich ist, so erhalten wir $rPO = OPQ$, und da $NPq = OPQ$, folglich $QPT = TPq$. Nun ist ferner Qq $QM - Mq$.

$$= QM - PM.\tang MPq.$$
$$= x - y.\tang (TPM - TPq)$$
$$= x - y.\tang (TPM - TPQ)$$
$$= x - y.\tang (TPM - PTM + PQM)$$
$$= x - y.\tang (90^0 - 2PTM + PQM).$$

Aus der Theorie der krummen Linie haben wir aber:

$$\tang PTM = \frac{dy}{dx} = p, \text{ also}$$

$$PTM = \text{arc} (\tang = p)$$

und da außerdem PQM $= \theta$ ist, so wird

$$Qq = x - y.\cot\left\{2\,\mathrm{arc}\,(\mathrm{tang} = p) - \theta\right\}.$$

oder auch, da man leicht sieht, daß

$$\mathrm{tang}\,\theta = \frac{PM}{QM} = \frac{y}{x},$$

$$Qq = x - y\cot\left\{2\,\mathrm{arc}\left(\mathrm{tang} = \frac{dy}{dx}\right) - \mathrm{arc}\left(\mathrm{tang} = \frac{y}{x}\right)\right\}.$$

Dieses ist der allgemeine Ausdruck für die Entfernung derjenigen Punkte von einander, in welchen der einfallende und der zurückgeworfene Strahl die Axe schneiden.

Aus den trigonometrischen Formeln haben wir aber bekanntlich, wenn A und B zwei beliebige Winkel bedeuten

$$\cot\left\{2\,\mathrm{arc}\,(\mathrm{tang} = A) - \mathrm{arc}\,(\mathrm{tang} = B)\right\}.$$

$$= \cot\left\{\mathrm{arc}\left(\mathrm{tang} = \frac{2A.}{1-AA}\right) - \mathrm{arc}\,(\mathrm{tang} = B)\right\}.$$

$$= \cot\left\{\mathrm{arc}\left(\mathrm{tang} = \frac{2A - (1-AA)B}{(1-AA) + 2AB}\right)\right\}.$$

Und da $\cot.\mathrm{arc}\,(\mathrm{tang} = \theta) = \frac{1}{\theta}$ wird, indem die Cotangente das Umgekehrte der Tangente ist, so wird voriger Ausdruck ganz einfach

$$= \frac{2AB + (1-AA)B.}{-(1-AA)B + 2AB.}$$

Wendet man dieses Resultat auf den gegenwärtigen Fall an, so hat man $A = \frac{dy}{dx} = p$, $B = \frac{y}{x}$, und daher wird die oben für Qq gefundene Formel

$$\left.\begin{aligned} Qq &= x - y.\frac{(1-pp)x + 2py}{2px - (1-pp)y} \\ &= 2\,\frac{(x+py)(px-y)}{2px-(1-pp)y} \end{aligned}\right\} \quad (b)$$

Diese Ausdrücke enthalten die ganze Theorie der Brennpunkte und Abweichungen der zurückwerfenden Oberflächen.

110. Erster Zusatz. Den Winkel zu finden, welchen der zurückgeworfene Strahl mit der Axe macht. Diesen Winkel wollen wir durch θ' bezeichnen.

Es ist dieser der Winkel PqM, der das Complement MPq ausmacht. Nun haben wir oben gefunden, daß

$$MPq = 90^{\circ} - 2\,\text{arc}\,(\text{tang} = p) + \theta.$$

folglich da $MPq = 90^{\circ} - \theta'$,

$$\theta' = 2\,\text{arc}\,(\text{tang} = p) - \theta.$$

Da aber $\text{tang}\,\theta = \frac{y}{x}$, so erhalten wir durch Substitution ses Werthes

$$\text{tang}\,\theta' = \frac{2px - (1-pp)y}{(1-pp)x + 2py}. \quad (c)$$

111. Zweiter Zusatz. Setzen wir $AQ = a$, $Aq = a'$, so n

$$a' = a + 2 \cdot \frac{(x+py)(px-y)}{2px - (1-pp)y} \quad (d)$$

112. Bei allen vorhergehenden Formeln haben wir den A fang von x in den leuchtenden Punkt Q gesetzt. Wollten wir i wo anders hin, z. B. nach A versetzen, so brauchen wir nur übe statt x, x — a zu setzen. Die Formeln werden bei dieser Annah folgende seyn:

$$\text{tang}\,\theta = \frac{y}{x-a}; \quad (e)$$

$$\text{tang}\,\theta' = \frac{2p(x-a) - (1-pp)y}{(1-pp)(x-a) + 2py}; \quad (f)$$

$$AQ = a;$$

$$Qq = \frac{2(x-a+py)(px-pa-y)}{2p(x-a)-(1-pp)y} \quad (g)$$

$$Aq = a' = \frac{2(x+py)(px-y) + a(1-pp)y - 2apx}{2px-(1-pp)y - 2pa.} \quad (\text{l}$$

113. Ist der einfallende Strahl mit der Axe parallel, brauchen wir nur den Punkt Q unendlich entfernt anzunehmen oder indem wir, wie im vorigen Paragraph, den Anfangspunkt de Abscissen x im Punkt A in einer endlichen Entfernung annehmen brauchen wir nur AQ = a unendlich groß zu nehmen; die vorige Ausdrücke geben dann

$$\left.\begin{array}{l} Qq = \infty \\ \text{tang}\ \theta' = \dfrac{2p}{1-pp} \\ Aq = x - y.\ \dfrac{1-pp}{2p} \end{array}\right\} \quad (i).$$

114. **Aufgabe.** Den einfallenden und den zurückgeworfenen Strahl vermittelst ihrer Gleichungen darzustellen.

Die Gleichung einer geraden Linie ist nothwendigerweise von der Form $Y = \alpha X + \beta$. Gesetzt, wir nehmen den Punkt A zum gemeinschaftlichen Anfangspunkt der Coordinaten, und behalten die vorhergehenden Bezeichnungen bei, setzen die Coordinaten des Punkts P der krummen Linie x und y, so mögen die Größen X und Y die Coordinaten irgend eines Punktes des einfallenden Strahls bedeuten. Ist nun Q der Punkt, in welchem dieser Strahl die Axe schneidet, und $AQ = a$, so ist zuerst einleuchtend, daß für $X = a$, $Y = o$ wird, und zweitens, da der Strahl durch P geht, ist für $X = x$, $Y = y$. Hierdurch erhalten wir

$$o = \alpha a + \beta, \qquad y = \alpha x + \beta.$$

folglich auch

$$\left.\begin{array}{l} \alpha = \dfrac{y}{x-a} \\ \beta = -\dfrac{ay}{x-a} \end{array}\right\} \quad (1).$$

Die Gleichung des einfallenden Strahls ist daher

$$Y = \frac{y}{x-a}(X-a)\ ;\ (2)$$

oder was dasselbe ist, wenn man der Gleichung eine andere Gestalt giebt,

$$Y - y = \frac{y}{x-a}(X-x)\ ;\ (3)$$

Da nun ferner, wie man leicht sieht,

$$\text{tang}\,\theta = \frac{PM}{MQ} = \frac{y}{x-a}$$

so läßt sich die vorige Gleichung so schreiben

$$Y = (X-a)\,.\,\text{tang}\,\theta. \qquad (4)$$

oder auch, was dasselbe ist,

$$Y - y = (X-x)\,.\,\text{tang}\,\theta. \qquad (5).$$

Für den zurückgeworfenen Strahl ist es einleuchtend, daß, n wir auf ähnliche Weise seine Gleichung durch $Y = \alpha' X + \beta'$ (drücken, wir

$$\alpha' = \frac{y}{x - a'}, \quad \beta' = \frac{a'y}{x - a'}; \quad (6)$$

erhalten, und daher wird

$$Y = \frac{y}{x - a'} (X - a') = (X - a') \cdot \text{tang}\, \theta'; \quad (7)$$

$$Y - y = \frac{y}{x - a'} (X - x) = (X + x) \cdot \text{tang}\, \theta'; \quad (8)$$

Dieß sind die entsprechenden Formen der Gleichung des zu geworfenen Strahls, in welcher a' und tang θ' vermittelst x, y, a $p = \frac{dy}{dx}$ aus den Gleichungen (g) und (h) oder (i) gegeben wer

115. Dreht sich die ganze Figur (Fig. 11) um die Axe A und nimmt man Q als einen Licht ausstrahlenden Punkt an, so den alle Strahlen, nach der Zurückwerfung derselben, von der d Umdrehung entstandenen konischen Oberfläche, sich in einem und d selben Punkt q vereinigen, der auf diese Art unendlich mehr erleu werden wird, als dieß von einem einzelnen Strahl geschehen kön der von einem Elemente der Oberfläche zurückkommt. Der P P erzeugt einen Ring, der MP zum Radius hat, und q heißt Brennpunkt dieses Ringes, so wie Aq die Brennweite de ben genannt wird. Unter dem letztern Ausdruck versteht man gewö lich die Entfernung des Punktes q vom Scheitel, oder denjeni Punkt, in welchem die krumme Linie der Axe trifft, aber wir n den denselben in einem allgemeinen Sinn gebrauchen.

116. Im Allgemeinen genommen ändert sich der Brennpu so wie der Punkt P im zurückwerfenden Ringe eine andere Stell einnimmt, ausgenommen in dem besondern Fall, in welchem verm der Beschaffenheit der krummen Linie a' einen constanten Werth hält. Wir wollen diesen Fall untersuchen.

117. Aufgabe. Man soll diejenige krumme Linie find welche die Eigenschaft hat, daß die aus ihr durch Umdrehung erzeu Oberfläche für jeden ihrer Punkte denselben Brennpunkt giebt, o von welcher die von einem Punkt Q divergenten, oder nach ihm convergenten einfallenden Strahlen nach ihrer Zurückwerfung sich Einem Punkte vereinigen.

Setzt man den in §. 109 (b) gegebenen Werth von Qq constans, so erhält man die Gleichung

$$\frac{(x+py)(px-y)}{2px-(1-pp)y} = \text{constans} = c.$$

Schafft man in dieser Gleichung die Brüche weg, und setzt statt x—c, x, welches man thun kann, da hierdurch bloß der Anfang der Coordinaten um die Entfernung c von ihrem frühern Anfangspunkte verschoben wird, so kommt

$$p(xx-yy-cc) = (1-pp)xy \quad (a).$$

Um diese Gleichung zu integriren, nehme man eine neue veränderliche Größe z so an, daß $py = xz$ wird, und man erhält, indem die ursprüngliche Gleichung durch y multiplicirt wird,

$$py(xx-yy-cc) = xyy - x.p^2y^2.$$

und mit Einführung des angegebenen Werthes

$$xz(xx-yy-cc) = xyy - x^3zz.$$

Aus dieser Gleichung ergiebt sich

$$yy = \frac{zxx-zcc+zzxx}{1+z}$$

$$= zxx - cc.\frac{z}{1+z}.$$

Differentiirt man diese Gleichung, so kommt, da $p = \frac{dy}{dx}$ ist:

$$2ydy = 2pydx = 2xzdx.$$

$$= d.\left(xxz - \frac{ccz}{1+z}\right)$$

$$= 2xzdx + x^2dz - ccd.\left(\frac{z}{1+z}\right)$$

d. h. wenn man reducirt,

$$xxdz - cc.d.\frac{z}{1+z} = 0.$$

oder auch indem man wirklich differentiirt

$$\left\{xx - \frac{cc}{(1+z)^2}\right\}.dz = 0. \quad (b).$$

Dieser Gleichung kann, wie man sogleich sieht, auf zwei verschiedene Arten Genüge geleistet werden; die erste ist, indem man den Factor

$$xx - \frac{cc}{(1+z)^2} = 0.$$

oder $x = \pm \frac{c}{-1+z}$

annimmt; dieß giebt, wenn man statt z seinen Werth $z = \frac{py}{x}$ restit

$$x + py = c.$$

Eliminirt man aus dieser Gleichung und der ursprünglichen die Größe p, so findet sich nach den gehörigen Reductionen

$$yy + (x - c)^2 = o.$$

Diese Gleichung ist aber bloß, wie aus der Art und Weise, welche dieselbe erhalten wurde, von selbst einleuchtend ist, bloß sogenannte Particularauflösung der Differentialgleichung, da der Werth, welcher sich aus derselben für y ergiebt, immer i ginär ist, so bietet sie keine krumme Linie dar, welche die Bedin gen der Aufgabe erfüllen könnte.

Die andere Art, auf welcher der Gleichung (b) Genüge gel werden kann, besteht darin, daß man $dz = o$ annimmt, oder z C stans setzt. Man bezeichne diese constante Größe durch — h wird, da $z = \frac{py}{x}$ ist

$$\frac{py}{x} = \frac{ydy}{xdx} = -h.$$

Dieß giebt, wenn man integrirt

$$yy = h(aa - xx),$$

wo a eine zweite Constante ist. Dieß ist die allgemeine Gleich der Kegelschnitte, und es ist aus den Eigenschaften dieser krum Linien bekannt, daß sie den Bedingungen Genüge leisten, weil z von ihren Brennpunkten nach einem beliebigen Punkt der Periph gezogene Linien mit der an diesen Punkt gelegten Berührungsl gleiche Winkel, und daher ein von dem einem dieser Brennpu herkommender Strahl, wenn er von der Oberfläche zurückgewor wird, nothwendigerweise durch den andern Brennpunkt hindu gehen muß. Weil aber die vorige analytische Auflösung einen recten Weg befolgt, so sieht man aus derselben, daß sie diese genschaften mit Ausschluß aller übrigen krummen Linien besitzen.

118. So werden bei der Ellipse (Fig. 12) alle Strahlen S SP′ u. s. w., die vom Brennpunkt S herkommen, von der inn polirten Fläche der Ellipse nach dem andern Brennpunkt H zurü geworfen.

119. Bei der Hyperbel (Fig. 13) werden die aus dem Brenn- [pu]nkt S kommenden Strahlen QP, Q'P' u. s. w. nach der Zu- [rückw]erfung von der convexen Seite der Hyperbel gegen den Brenn- [pun]kt H convergiren.

120. Im Fall der Parabel werden alle parallel mit der Axe [au]f die innere Fläche fallenden Strahlen nach den Focus S (Fig. 14) [zu]rückgeworfen; und fallen diese Strahlen auf die äußere oder [conv]exe Seite der Parabel, so werden sie nach der Zurückwerfung [au]s S aus divergiren.

121. Strahlen, die aus dem Mittelpunkt der Kugel kommen, [wer]den nach der Zurückwerfung sich wieder im Mittelpunkt ver- [ein]igen.

Wir wollen nun die allgemeine Formel (b) §. 109 auf einige [beso]ndere Fälle anwenden.

122. **Aufgabe.** Die zurückwerfende Fläche sey eine [Eb]ene oder die Linie PC sey grade, man verlangt den [Bre]nnpunkt der zurückgeworfenen Strahlen.

Wir haben hierbei $x =$ Constans $= a$, $p = \frac{dy}{dx} = \infty$, und [die all]gemeine Formel wird

$$Qq = a' = \frac{2xy}{y} = 2x = 2a.$$

Der Brennpunkt der zurückgeworfenen Strahlen ist also ein [Pu]nkt auf der entgegengesetzten Seite der zurückgeworfenen Ebene, [de]r mit dem leuchtenden Punkte gleiche Entfernung von derselben [hat], und da derselbe von y oder der Lage des Punktes P unab- [häng]ig ist, so sehen wir daraus, daß alle Strahlen nach der Zu- [rückw]erfung aus diesem Punkte divergiren (Fig. 15).

123. **Aufgabe.** Den Brennpunkt irgend eines [con]centrischen Ringes eines sphärischen Spiegels zu [find]en.

Es sey r der Halbmesser der Kugel, und wenn wir den An- [fan]g der Coordinaten im strahlenden Punkt annehmen, so wird die [Glei]chung des erzeugenden Kreises

$$rr = (x-a)^2 + yy.$$

Differentiirt man diese Gleichung, so kommt

$$(x-a)\,dx + y\,dy = 0.$$

Folglich erhält man auch

$$p = \frac{dy}{dx} = -\frac{x-a}{y}.$$

$$1 - pp = \frac{2yy - rr}{yy}$$

Substituirt man diese Werthe in den allgemeinen Au (b), so erhalten wir für die Brennweite die Formel

$$Qq = 2a.\frac{rr + a\,(x-a)}{rr + 2a\,(x-a)}; \qquad (a)$$

Diese Formel giebt in allen Fällen die Entfernung des B punkts der zurückgeworfenen Strahlen vom strahlenden Punkt Rücksichtlich der optischen Zwecke ist es aber passender, Abstand desselben vom Mittelpunkt oder von der Oberfläche zu h Der Abstand vom Mittelpunkt Eq (Fig. 16) ist

$$Qq - QE = \frac{2a\,(ax - aa + rr)}{2ax + rr - 2aa} - a.$$

und hieraus ergiebt sich

$$Eq = \frac{arr}{2a\,(x-a) + rr}; \quad (b)$$

wo die positiven Werthe von Eq rechter Hand von E liegen, sich auf derselben Seite befinden, wo die von x oder Qq lieg

Erster Zusatz. Wollten wir den Brennpunkt eines unen kleinen Ringes haben, der unmittelbar am Scheitel C oder C' zurückwerfenden sphärischen Spiegels liegt; d. h. wie man es in Optik nennt, wollten wir den Brennpunkt für die mittl Strahlen haben, so müssen wir im Fall des Scheitels C, die Zurückwerfung auf einer concaven Oberfläche stattfindet x = + r setzen, und in dem andern Fall, wenn die Strahlen von convexen Seite C' zurückgeworfen werden, müßten wir x = a - nehmen. Der erste Fall giebt

$$\left.\begin{aligned} Eq &= \frac{ra}{2a + r} \\ Cq &= \frac{r\,(a + r)}{2a + r} \end{aligned}\right\} \quad (c)$$

Der letztere Fall wird dieselben Resultate geben, indem nur, statt + r, − r schreiben.

124. Halbiren wir die Halbmesser CE und C'E in F

nehmen an, daß q und q' die Brennpunkte der mittlern sind, welche von C und C' zurückgeworfen werden, so wir

$$Fq = \frac{1}{2} r - \frac{ra}{2a+r}$$

$$= \frac{\left(\frac{r}{2}\right)^2}{a + \frac{r}{2}}, \quad \text{(d)}$$

Dies giebt folgende sehr brauchbare Proportion:

QF : FE = FE : Fq (e)

Auf gleiche Weise haben wir auch

Q'F' : F'E = F'E : F'q',

dieselbe Proportion in beiden Fällen anwendbar ist, und der Fundamentalsatz in der Theorie der Brennpunkte der mittlern Strahlen angesehen werden kann. Denn es ist einleuchtend, wenn PC eine andere krumme Linie als im Kreis wäre, so dieselbe stattfinden, indem man nur E für den Mittelpunkt des Krümmungskreises am Scheitel nimmt.

125. Zweiter Zusatz. Ist a unendlich groß, oder sind die einfallenden Strahlen parallel, so haben wir Fq = o, woraus folgt, daß der Brennpunkt der mittlern Strahlen den Halbmesser halbirt. Dieser Brennpunkt heißt der Unterscheidung wegen Hauptbrennpunkt des Spiegels.

126. Man nennt Q und q zusammengehörige oder conjugirte Brennpunkte; denn es ist einleuchtend, daß wenn q der leuchtende Punkt ist, so wird Q der Brennpunkt seyn, da die Strahlen denselben Weg wieder rückwärts nehmen müssen.

127. Dritter Zusatz. Betrachtet man bloß die mittlern Strahlen, so bewegen sich die zusammengehörigen Brennpunkte in entgegengesetzten Richtungen, und fallen im Mittelpunkt und der Oberfläche des Spiegels zusammen.

Denn läßt man a von + ∞ bis — ∞ abnehmen, so wird Fq folgende Veränderungen erleiden: erstens, während a von ∞ bis $-\frac{r}{2}$ abnimmt, ist Fq positiv und wächst von o bis ∞, so wie sich Q nach F zu bewegt, geht q durch C ins Un-

endliche. Fährt der Punkt q fort sich zu bewegen, so wird negativ, weil dann a negativ und größer als $\frac{r}{2}$ ist, und F q nimmt, während a wächst; daher bewegt sich q von der rechten S nach F zu, d. h. in der entgegengesetzten Richtung der Bewe des Punktes Q, und ist Q auf der rechten Seite unendlich entfernt, so kommt q wieder nach F.

Kommt Q nach E, so ist $a = 0$, $Fq = \frac{r}{2}$, und q b det sich ebenfalls im Punkte E.

Kommt Q nach C, so wird $a = -r$, $Fq = -\frac{r}{2}$, und her wird q ebenfalls in C sich befinden.

128. Man sieht aus dem Werthe von F q in der Gleich (b), daß ein sphärischer Spiegel ACB (Fig. 17), dessen S oder Oeffnung, wie man es in der Optik nennt, AB ist, e von seinem äußern Ringe A zurückgeworfenen Strahl in einen an Punkt als den Brennpunkt der mittlern Strahlen, bringt. Es f dieser letztere Brennpunkt, so haben wir

$$Ef = \frac{ar}{2a + r};$$

$$Cf = \frac{(a + r)r}{2a + r};$$

$$fq = \frac{arr}{2a(x - a) + rr} - \frac{ar}{2a + r};$$

Diese Größe f q heißt die Längenabweichung des sph schen Spiegels. Fällt der Strahl auf die convexe Seite dessel so brauchen wir nur $-r$ statt $+r$ zu schreiben.

129. Aufgabe. Man soll die Längenabweichu eines sphärischen Spiegels, dessen Oeffnung geg seine Brennweite unbeträchtlich ist, näherungswe angeben.

Es sey y die halbe Oeffnung des Spiegels, und da

$$x - a = \sqrt{rr - yy} = r - \frac{yy}{2r}$$

ist, indem man y^4 und die noch höhern Potenzen von y verna lässigt, so kommt

$fq =$ der Längenabweichung

$$= \frac{arr}{2ar + rr - \frac{ayy}{r}} - \frac{ar}{2a+r} = \frac{ar^3}{2ar^2 + r^3 - ay^2} - \frac{ar}{2a+r}$$

(und wenn $-ay^2 = 0$ gesetzt wird, so ist $fq = 0$)

$$= \frac{aayy}{r(2a+r)^2}; \qquad (f)$$

130. Setzen wir $Cf = f$, so kommt $f = \frac{r(a+r)}{2a+r}$; wir [kön]nen daher die Entfernung a des strahlenden Punktes eliminiren, [und] die Abweichung bloß durch die Oeffnung, den Krümmungshalb[mess]er und die Entfernung des Brennpunkts der mittlern Strahlen [vom] Scheitel C des Spiegels ausdrücken; denn man erhält

$$a = \frac{r(r-f)}{2f-r}$$

[und] wenn man diesen Werth statt a in dem Ausdruck (f) substi[tuir]t, so kommt

$$\text{die Längenabweichung} = \frac{(r-f)^2 \cdot yy}{r^3}$$

$$= \frac{(Ef)^2 \cdot (\text{halbe Oeffnung})^2}{(\text{Halbmesser})^3}. \qquad (g)$$

131. Um die **Seitenabweichung**, oder die Größe, um welche [der zu]rückgeworfene Strahl Aqg von der Axe sich im Brennpunkt [der] mittlern Strahlen entfernt, auszumitteln, haben wir (Fig. 17)

$$fg = fq \cdot \frac{AM}{Mq}$$

Es ist aber $AM = y$, und $Mq = EM - Eq$

$$= x - a - \frac{arr}{2a(x-a) + rr} \quad \text{(Formel b)}$$

$$= \frac{2a(x-a)^2 + rr(x-2a)}{2a(x-a) + rr},$$

[wora]us hieraus sich ergiebt

$$fg = \frac{2aar}{2a+r} y \cdot \frac{a-x+r}{rr(x-2a) + 2a(x-a)^2}. \qquad (h)$$

132. Nimmt man die Oeffnung des Spiegels sehr klein an, [so red]ucirt sich dieser Ausdruck auf (da dann ist $x = a+r$ zu setzen)

$$fg = \frac{aay^3}{rr(r+a)(r+2a)}. \qquad (i)$$

133. Ist a unendlich oder sind die einfallenden Strahle
rallel, so haben wir folgende Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} fq &= \text{der Längenabweichung} = \frac{yy}{4r} \\ fg &= \text{der Seitenabweichung} = \frac{y^3}{2rr} \end{aligned}\right\} (j)$$

Fallen die Strahlen auf die convexe Seite der Kugel, so m
wir r negativ annehmen, wodurch sich bloß das Vorzeichen de
weichungen ändert.

---

§. V. Von den durch Zurückwerfung entstandenen Brennl oder den Katakaustiken.

135. Wenn die Lichtstrahlen auf eine Oberfläche fallen eine andere Gestalt hat, als die eines Kegelschnittes, bei welche strahlende Punkt in dem einen Brennpunkt sich befindet, so w dieselben nach der Zurückwerfung nicht mehr nach einem Pun convergiren, oder von demselben aus divergiren, sondern sich nach e Gesetz zerstreuen, welches von der Beschaffenheit der zurückwe den Curve abhängt; indem die Neigung eines jeden reflect Strahls gegen die Axe sich nach dem Punkt ändert, von welche zurückgeworfen wird, und dieselbe für zwei auf einander fol Strahlen nicht einerlei seyn kann. Es wird daher ein jeder S den auf ihn unmittelbar folgenden in irgend einem Punkte sc den, und der geometrische Ort dieser verschiedenen Durchschi punkte wird eine krumme Linie bilden, an welcher die zurückgew nen Strahlen nothwendigerweise Berührungslinien darstellen mi und welche man eine Brennlinie nennt. Fallen diese Str auf eine zweite zurückwerfende Curve, so werden dieselben von N zerstreut werden, und eine andere Brennlinie wird sich durch die D schnitte der auf einander folgenden Strahlen der erstern bilden, so fort ins Unendliche.

135. Es seyen QP, Q′P′ (Fig. 18) zwei an einande hende, auf zwei auf einander folgenden Punkte P, P′ einer zurück fenden krummen Linie PP′ fallende Strahlen, und nach der Zu werfung mögen dieselben den Weg PR, P′R′ beschreiben; da Richtungen einander nicht parallel zu seyn brauchen, so mag

…chschnittspunkt seyn; dann ist Y derjenige Punkt in der Brenn…e Y Y' Y'', welcher dem Punkt P in der zurückwerfenden krum…n Linie entspricht, und bestimmen wir die Punkte Y', Y'' u. s. w. aus …uf einander folgenden Punkten P', P'' u. s. w. durch dieselbe Me…de, so wird der geometrische Ort derselben, oder die krumme Linie Y Y'' die ganze Brennlinie seyn.

136. Da der zurückgeworfene Strahl durch den Punkt P …, dessen Coordinaten x und y sind, so wird seine Gleichung, wie … ihm §. 114 gesehen haben, nothwendigerweise die Gestalt

$$Y - y = P(X - x) \quad (P = \tan \theta')$$

…en müssen.

Sehen wir x, y, P als veränderlich an, so stellt diese Glei…ng irgend einen der zurückgeworfenen Strahlen PR vor, und der …chstfolgende P'R' wird durch

$$Y - (y + dy) = (P + dP)(X - (x + dx))$$

…gestellt werden.

Da nun der Punkt Y, in welchem diese beiden Strahlen sich …chschneiden, beiden gemeinschaftlich ist, so sind die Coordinaten X …d Y in diesem Punkte für beide dieselben; daher finden an die… Punkt beide Gleichungen zu gleicher Zeit statt, und bestimmen …durch die Werthe von X und Y, oder die Lage des Punktes Y. …n ist die letztere dieser Gleichungen nichts Anderes als die erste …+ ihrem Differential, indem X und Y als unveränderlich ange…men werden. Folglich haben wir X und Y aus den zwei …leichungen

$$Y - y = P(X - x)$$
$$-dy = (X - x)\,dP - P\,dx$$

…bestimmen, aus denen man folglich

$$\left.\begin{aligned} X &= x + \frac{P - p}{dP}.dx. \\ Y &= y + P.\frac{P - p}{dP}.dx. \end{aligned}\right\} \quad (k)$$

…det, wo $\frac{dy}{dx} = p$ gesetzt ist.

In diesen Gleichungen brauchen wir nur für P seinen Werth …; ß oder (form (4))

$$P = \frac{2p(x - a) - (1 - pp)y.}{(1 - pp)(x - a) + 2py.}$$

zu substituiren, und nachdem alle angezeigten Differentiationen geführt sind, müssen wir x und y vermittelst der Gleichungen krummen Linie, oder der Bedingungen, denen die Größe a unter fen seyn soll, eliminiren. Die zwischen X und Y übrig bleibende G chung wird die der Brennlinie seyn.

137. Aufgabe. Die Brennlinie in dem Fall zu bestim wenn die Strahlen aus einem in der Axe einer gegebenen zu werfenden krummen Linie liegenden festen Punkt ausströmen.

In diesem Fall ist a unveränderlich, und man muß P unter ser Voraussetzung differentiiren. Die Aufgabe wird daher ve facht werden, indem wir a = o setzen, oder den Anfangspunkt Coordinaten im strahlenden Punkt annehmen; in diesem Fall i

$$\left.\begin{aligned} P &= \frac{2px-(1-pp)y}{2py+(1-pp)x} \\ \frac{dP}{dx} &= (1+pp)\frac{(1+pp)(y-px)+2q(xx+yy)}{\{2py+(1-pp)x\}^2} \\ P-p &= \frac{(1+pp)(px-y)}{2py+(1-pp)x} \end{aligned}\right\}$$

wo $q = \frac{dp}{dx}$ gesetzt wird.

Substituirt man diese Werthe in den vorigen Gleichung so kommt

$$\left.\begin{aligned} X &= 2\,\frac{p(px-y)^2-qx(xx+yy)}{(1+pp)(px-y)-2q(xx+yy)} \\ Y &= 2\,\frac{(px-y)^2+qy(xx-yy)}{-(1+pp)(px-y)+2q(xx+yy)} \end{aligned}\right\} \quad (m)$$

138. Erster Zusatz. Sind die einfallenden Strah parallel, oder befindet sich der leuchtende Punkt in unendlicher Ent nung, so können wir den Anfangspunkt der Coordinaten anneh wo wir wollen, und da in diesem Fall die Gleichung eines jeden rückgeworfenen Strahls, vermöge der Gleichung (i) §. 113 und Gleichung (8) §. 114 durch

$$Y - y = (X - x)\,\frac{2p}{1-pp}$$

ausgedrückt wird, so erhalten wir

$$P = \frac{2p}{1-pp};$$

$$P - p = \frac{p(1+pp)}{1-pp};$$

$$\frac{dx}{dP} = \frac{(1-pp)^2}{2q(1+pp)}$$

wenn wir q statt $\frac{dp}{dx}$ oder $\frac{ddy}{dx^2}$ setzen.

Führen wir diese Substitutionen aus, so erhalten wir folgende Werthe für die Coordinaten der Brennlinie:

$$\left.\begin{aligned} X &= x + \frac{p}{2q}(1-pp), \\ Y &= y + \frac{pp}{q} \end{aligned}\right\} \quad (n)$$

139. Bezeichnen wir die Entfernung PY eines Punktes der krummen Linie von dem entsprechenden Punkte der Brennlinie, im allgemeinen Falle, durch f, so wird

$$f = \sqrt{(X-x)^2 + (Y-y)^2}$$

Setzen wir hierin statt $X - x$ und $Y - y$ ihre oben gefundenen Werthe, so kommt

$$f = \sqrt{1+PP} \cdot \frac{P-p}{dP} \cdot dx \quad (o)$$

und wenn man für P seinen Werth substituirt und alle nothwendigen Operationen wirklich ausführt

$$f = \frac{-(y-px)(1+pp)\sqrt{xx+yy}}{(y-px)(1+pp)+2q(xx+yy)} \quad (p)$$

140. Dritter Zusatz. Sind die Strahlen einander parallel, so haben wir in diesem Falle

$$P = \frac{2p}{1-pp},$$

$$\frac{dP}{dx} = \frac{2q(1+pp)}{(1-pp)^2},$$

$$P - p = \frac{p(1+pp)}{1-pp},$$

$$\sqrt{1+PP} = \frac{1+pp}{1-pp};$$

und wenn wir diese Werthe in vorigem Ausdruck von f substituiren, so wird

$$f = \frac{p(1+pp)}{2q} \quad (q)$$

141. Vierter Zusatz. Nennt man die Länge der Seh des Krümmungskreises, die durch den Anfangspunkt der Coordinat oder den leuchtenden Punkt geht, c, so hat man aus der Theoi der krummen Linie

$$c = \frac{2(px-y)(1+pp)}{q\sqrt{xx+yy}}$$

so daß

$$q(xx+yy) = \frac{2(px-y)(1+pp)\sqrt{xx+yy}}{c.}$$

wird, und substituirt man dieses für q (xx+yy) in dem allgem nen Ausdruck von f, so eliminirt sich q, und es kommt

$$f = \frac{c\sqrt{xx+yy}}{4\sqrt{xx+yy}-c.} = \frac{rc.}{4r-c}$$

indem der Kürze wegen

$$\sqrt{xx+yy} = r$$

angenommen wird. Hieraus ergiebt sich

$$f - \frac{1}{4}c = \frac{(\frac{1}{4}c)^2}{r-\frac{1}{4}c.}$$

und aus dieser Gleichung läßt sich die Proportion

$$r - \frac{1}{4}c : \frac{1}{4}c = \frac{1}{4}c : f - \frac{1}{4}c, \quad (r)$$

[redacted]

$$QF : FP = fP : fq, \quad (s)$$

ausdrücken.

143. Fünfter Zusatz. Nimmt man die Bezeichnung

$$\frac{P-p}{dP} \cdot dx = M$$

an, so kommt

$$\frac{dX}{dx} = 1 + \frac{dM}{dx},$$

$$\frac{dY}{dx} = p + P\frac{dM}{dx} + M\frac{dP}{dx}$$

$$= P\left(1 + \frac{dM}{dx}\right)$$

Hieraus ergiebt sich leicht, daß

$$P = \frac{dY}{dX}$$

seyn muß; folglich ist P für die Brennlinie eben dasselbe rücksichtlich der Coordinaten X und Y, was p für die zurückwerfende Curve, rücksichtlich der Coordinaten x und y darstellt.

144. Sechster Zusatz. Bezeichnen wir die Länge des Bogens AHKY der Brennlinie durch S, so haben wir

$$dS = \sqrt{dX^2 + dY^2}$$

$$dS = dX\sqrt{1+PP}$$

$$= (dx + dM)\sqrt{1+PP}$$

$$= dx\sqrt{1+PP} + df - M.\frac{PdP}{\sqrt{1+PP}}$$

weil $df = d.M\sqrt{1+PP} + M.\frac{PdP}{\sqrt{1+PP}}$ ist.

Ist aber auch

$$MdP = (P-p)\,dx$$

, so erhalten wir ebenfalls durch Substitution dieses Werthes

$$dS = df + dx\left\{\sqrt{1+PP} - \frac{(P-p)P}{\sqrt{1+PP}}\right\},$$

$$= df + dx.\frac{1+Pp}{\sqrt{1+PP}};$$

d. h. wenn man statt P seinen Werth,

$$\frac{2px-(1-pp)y}{2py+(1-pp)x}$$

setzt, so ergiebt sich

$$dS = df + dx \frac{x+py}{\sqrt{xx+yy}}$$
$$= df + d.\sqrt{xx+yy}$$

folglich, wenn man integrirt,

$$S = \text{Const} + f + \sqrt{xx+yy}.$$

Man sieht hieraus, daß die Brennlinie immer eine rectifi Curve ist, und man hat

die Länge $AKy = QP + Py + \text{Const}$

den Bogen $AKF = QC + CF + \text{Const}$

folglich, wenn man das erstere vom letztern abzieht,

den Bogen $Fy = (QC + CF) - (QP + PY)$

145. Fallen die Strahlen PR, P'R', P''R'', nach ihrer rückwerfung von der Curve PP'P'', auf eine andere reflectir Fläche RR'R'', und werden von da in den Richtungen RS, R R''S'' zurückgeworfen (Fig. 20), so werden ihre auf einander genden Durchschnitte eine andere Brennlinie ZZ'Z'' bilden, die durch eine ähnliche Rechnung bestimmen läßt. Wie nun auch Gesetz beschaffen seyn mag, nach welchem die Strahlen QP, Q zerstreut werden, so können wir annehmen, daß jeder derselben eine rührungslinie an einer krummen Linie sey, die als die Brennlinie e andern zurückwerfenden Linie betrachtet sey, und so weiter fort. Es VV'V'' diese krumme Linie. Da PVQ eine Berührungslinie derselben ist, so wird der Punkt Q in der Axe, von welcher n den einfallenden Strahl als herkommend betrachten kann, als Fu tion der Coordinaten des Punktes P bestimmt werden können, sol die krummen Linien VV'V'' und PP'P'' gegeben sind, und her kann die Größe a völlig eliminirt werden. Die Methode, du welche dieses geschieht, soll in der folgenden Aufgabe aus ein der gesetzt werden.

146. Aufgabe. Die Relationen zwischen zwei auf einan folgenden, oder, wie man sie auch nennen kann, conjugirten Bre linien VV'V'', YY'Y'', und der vermittelnden zurückwerfenden Cu PP'P'' zu finden.

Es mögen wie vorher V und Y zwei conjugirte Punkte in der ...linie, P der zurückwerfende Punkt seyn, und wir setzen

ξ und η für die Coordinaten von V
x und y . . . . P
X und Y . . . . Y.

Da die Linie PVQ eine Berührungslinie an der ersten Curve ...Punkte V ist, so müssen wir die Gleichung

$$y-\eta=\frac{d\eta}{d\xi}(x-\xi)$$

...en, und diese mit der Gleichung zwischen η und ξ verbunden, ... die krumme Linie V V′ V″ darstellt, ist hinreichend η und ξ ...Functionen von x und y oder umgekehrt x und y, als Functionen von η und ξ anzugeben.

Wir haben ferner aus §. 114, Gleichung (2)

$$y-\eta=\frac{y}{x-a}(x-\xi)$$

... daher auch

$$x-a=y\cdot\frac{x-\xi}{y-\eta},$$

$$a=\frac{\xi y-\eta x}{y-\eta}$$

Auf diese Art erhält man a entweder durch x und y, oder durch ... η ausgedrückt. Man hat dann bloß diesen Werth in dem ...druck von P zu substituiren. Dieser war

$$P=\frac{2p(x-a)-(1-pp)y}{(1-pp)(x-a)+2py}.$$

...ser geht hierdurch in folgenden über

$$P=\frac{2p(x-\xi)-(1-pp)(y-\eta)}{(1-pp)(x-\xi)+2p(y-\eta)}\quad(t)$$

Dieser von a befreite Ausdruck kann in die Gleichungen ...§. 136 substituirt werden, wodurch man sogleich die Werthe ...X und Y als Functionen x, y, ξ, η der Coordinaten der zu...werfenden krummen Linie und der vorhergehenden Brennlinie ...ält.

Wir wollen nun die hier aus einander gesetzte Theorie vermit...st einiger Beispiele erläutern.

147. Man verlangt die Brennlinie, wenn die reflectirende

krumme Linie eine Cykloide ist, und die einfallenden Strahlen so unter einander, als auch mit der Axe der Cykloide parallel sind.

Die Gleichung der Cykloide ist bekanntlich

$$\frac{dy}{dx} = p = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2-x}},$$

indem wir den Halbmesser des die Cykloide erzeugenden Kreises Einheit annehmen.

Aus dieser Gleichung erhalten wir durch Differentiation

$$\frac{1}{q} = (2-x)\sqrt{2x-xx}$$

also auch

$$\frac{p}{q} = 2x - xx;$$

folglich bekommen wir vermittelst der Gleichungen (k) des §.

$$X = x + \frac{1-pp}{2} \cdot \frac{p}{q}$$

$$= 2x - xx;$$

$$Y = y + p \cdot \frac{p}{q}$$

$$= y + x \cdot \sqrt{2x-xx};$$

und hieraus durch Differentiation

$$\frac{dY}{dx} = p + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2-x}} \cdot (3-2x)$$

$$= 2\sqrt{2x-xx} = 2\sqrt{X}.$$

Nun haben wir auch noch

$$\frac{dX}{dx} = 2(1-x).$$

Da aber $X = 2x - xx$, so wird

$$1 - x = \sqrt{1-X}$$

und daher

$$\frac{dX}{dx} = 2\sqrt{1-X},$$

so daß wir endlich die Gleichung

$$\frac{dY}{dX} = \sqrt{\frac{X}{1-X}}$$

...ien, aus welcher man sieht, daß die Brennlinie selbst eine ...ide wird, die halb so groß ist als die zurückwerfende Cykloide.

148. Als anderes Beispiel wollen wir annehmen die reflec...de Curve sey ein Kreis, und der strahlende Punkt unendlich ...entfernt. Wir haben hierbei, indem wir den Anfangspunkt ...rdinaten im Mittelpunkt annehmen,

$$xx + yy = rr;$$

$$p = -\frac{x}{\sqrt{rr - xx}};$$

$$q = -\frac{rr}{(rr - xx)^{3/2}};$$

...ß, vermöge der Gleichungen (k) §. 136,

$$\left.\begin{aligned} X &= x + \frac{p(1-pp)}{2q} \\ &= \frac{3rr - 2xx}{2rr}.\,x. \\ Y &= y + \frac{pp}{q} \\ &= \frac{(rr - xx)^{3/2}}{rr} = \frac{y^3}{rr} \end{aligned}\right\} \quad (u)$$

...ieraus erhält man, indem der Kürze wegen $r = 1$ gesetzt ...wodurch das Resultat an Allgemeinheit nichts verliert,

$$4XX = 9xx - 12x^4 + 4x^6.$$

$$4YY = 4 - 12xx + 12x^4 - 4x^6.$$

...d wenn man diese beiden Gleichungen zu einander addirt

$$4(XX + YY) = 4 - 3xx.,$$

$$xx = \frac{4}{3}(1 - XX - YY).$$

...ierdurch erhalten wir endlich, indem wir diesen Werth von ...n dem von Y substituiren, und die gehörigen Reductionen ...gen.

$$(4XX + 4YY - 1)^3 = 27\,YY; \quad (v).$$

...s die Gleichung der Brennlinie ist.

Diese Gleichung gehört einer Epicykloide zu, die durch einen ...erzeugt wird, dessen Halbmesser ein Viertheil des Radius des ...renden Kreises ist, und der sich auf einem andern Kreise be-

wegt, dessen Halbmesser die Hälfte von dem des zurückwerfen Kreises ausmacht. Die Figur 21 stellt die Brennlinie in die Falle vor, indem QP der einfallende und PY der zurückgewor Strahl ist. Sie hat eine Spitze in F, welcher der Hauptvere gungspunkt der von der concaven Seite BCD zurückgeworfe Strahlen ist, und eine in F′, die den Hauptvereinigungspunkt der der converen Fläche BAD reflectirten Strahlen ausmacht. In letztern Fall sind es nicht die Strahlen selbst, sondern ihre Ver gerungen, welche die Brennlinie berühren.

149. Zusatz. Ist Y sehr klein und liegt daher sehr n an der Spitze F, so nähert sich die Gestalt der Brennlinie der ei halbcubischen Parabel. Denn es ist allgemein

$$X=\frac{1}{2} V \left(1+3Y^{2/3}-4YY\right).$$

und da man unter der Voraussetzung, daß Y sehr klein ist, Y in Vergleich mit $Y^{2/3}$ vernachlässigen kann, so kommt

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{1}{2}+\frac{3}{4}\ Y^{2/3}, \\ Y^2 &= \left(\frac{4}{3}\right)^3 . \left(X-\frac{1}{2}\right)^3 \end{aligned}\right\} \quad (w)$$

150. Wir haben gesehen, daß nur in gewissen besond Fällen die von einem Punkte ausgehenden Strahlen nach ihrer Z rückwerfung von einer Curve sich in einem Punkte wieder verei gen. Im Allgemeinen vertheilen sie sich auf die im §. 145 u 146 angegebene Art, indem sie Berührungslinien an der Brennli bilden. Die Dichtigkeit der Strahlen ist daher in jedem Punkte Brennlinie unendlich größer als in jedem andern Punkte des Raum auch wird die Dichtigkeit derselben zwischen der Brennlinie und zurückwerfenden Curve größer seyn als außerhalb. Dieß ist einleu tend, denn in dem letztern Raum befinden sich bloß die einfallend Strahlen, während im erstern sowohl die zurückgeworfenen als a die einfallenden Strahlen liegen.

151. Dieß läßt sich durch einen Versuch zeigen, welcher Sache deutlich vor Augen legt, und der von Dr. Brewster ange ben ist. Man bringt nämlich einen schmalen Streifen polirt Stahl in eine concave Form, wie in Fig. 22, und stellt es aufre

a

ein Stück weißes Papier. Wird es in dieser Lage den Sonnen=hlen ausgesetzt, indem man das Papier so hält, daß dessen Ebene ahe durch die Sonne geht, so sieht man die Brennlinie auf dem pier, die sich durch eine sehr glänzende, wohl begränzte Linie aus=hnet; der innere Theil ist heller als der äußere, und die Lichtstärke mt von der Brennlinie aus sehr schnell ab. Aendert man die Form Stahlfeder, so sieht man alle Veränderungen der Katakaustiken mit en einzelnen Punkten, Spitzen, Wendungspunkten u. s. w. auf s vollkommenste entwickelt. Der Versuch ist zu gleicher Zeit an=ehm und belehrend.

Die glänzende Linie, welche man auf der Oberfläche eines mit ilch oder noch besser, mit Dinte angefüllten Glases, welches im Sonnenscheine steht, beobachten kann, giebt ein ganz gewöhnliches Beispiel der Brennlinie eines Kreises, die wir so eben untersucht haben.

152. Wird die Figur 18 um ihre Axe gedreht, so bildet die zurückwerfende krumme Linie eine durch Revolution entstandene Ober=fläche, und nimmt man dieselbe von Innen oder von Außen als polirt an, so giebt dieselbe einen Spiegel ab. Die Brennlinie wird zu gleicher Zeit eine conoidische Oberfläche bilden, an welcher die vom Spiegel zurückgeworfenen Strahlen Berührungslinien bilden. Es kann daher kein Spiegel, welcher nicht durch die Umdrehung eines Kegelschnitts entstanden ist, in dessen einem Brennpunkt der leuchtende Punkt sich befindet, alle auf ihn fallenden und von demsel=ben zurückgeworfenen Strahlen in einem Punkt oder Focus wieder vereinigen. Es wird aber doch immer ein Punkt vorhanden seyn, welcher die zurückgeworfenen Strahlen in größerer Menge erhält als ein anderer. Dieser Punkt ist die Spitze F, wie wir sogleich sehen werden. Die Entfernung irgend eines zurückgeworfenen Strahls von diesem Punkte ist das, was man die Abweichung desselben nennt.

153. Die Verdichtung und Zerstreuung der Strahlen durch Zurückwerfung und durch Brechung ist derjenige Gegenstand, wel=cher den größten Theil der praktischen Optik ausmacht. Es wird nothwendig seyn, etwas tiefer in die Sache einzugehen, und wir wollen zuerst untersuchen, wie weit uns ein gegebener Spiegel in den Stand setzt, die auf ihn fallenden Strahlen durch Zurück=werfung zu vereinigen. Hierzu wollen wir uns folgende Aufgabe vorlegen.

154. Aufgabe. Es ist ein Spiegel von beliebiger G und bekanntem Durchmesser oder Oeffnung AB gegeben, ma den Kreis der kleinsten Abweichung oder den Ort finder welchem eine Tafel aufgestellt werden muß, die alle Strahlen, vom Spiegel zurückgeworfen werden, in dem möglichst kleinsten förmigen Raum auffängt, da es nicht möglich ist, sie alle in Punkt zu vereinigen. Auch wird der Durchmesser des K verlangt.

Es sey ACB der Spiegel (Fig. 23), Q der strahlende P GHfkg die Brennlinie, f die Spitze oder der Brennpunkt fü mittlern Strahlen, q der Brennpunkt der Randstrahlen Aq, man verlängere diese Linien, bis sie die Brennlinien Y und y tr Da alle vom Stück ACB des Spiegels zurückgeworfenen Str die Brennlinie zwischen Hf und kf berühren, so ist einleuch daß dieselben alle durch die Linie Yy gehen müssen. Wir woll in den vorhergehenden Aufgaben eingeführten Bezeichnungen halten, so daß $Qx = X$, $Xy = Y$ angenommen wird. Wir ferner $QL = X^\circ$, $LH = Y^\circ$, $QD = x^\circ$, $DA = y^\circ$, un mögen P° und p° diejenigen Werthe von P und p angeben, w den Punkten H und A der Brennlinie und der zurückwerfenden entsprechen. Die Gleichung der Linie AHqy wird dann

$$Y - y^\circ = P^\circ (X - x^\circ); \quad (x)$$

wo Y und X die Coordinaten irgend eines Punktes derselben L ten. Im Punkte y, wo dieselbe den andern Zweig der Bren schneidet, sind aber diese Coordinaten sowohl der graden Linie als der Brennlinie gemeinschaftlich. Folglich muß in diesem P sowohl die obere Gleichung als auch diejenige, welche die Natu Brennlinie ausdrückt, stattfinden. Letztere sind nun die Gleichu (k) verbunden mit der ursprünglichen Gleichung der zurückwerf krummen Linie. Eliminirt man dann x und y durch Hülfe z derselben, und bestimmt aus den übrigen X und Y, so ist die gabe gelöst.

155. Dieselbe Gleichung, welche den Werth von y ode giebt, muß auch den von HL geben, weil H ein Punkt ist sowohl der Brennlinie als der Linie AHy zugehört, welches falls bei dem Punkt y der Fall war. Da aber außerdem AH y Berührungslinie ist, so wird der Punkt H ein doppelter Punkt folglich muß die Endgleichung für Y nothwendigerweise zwei g

...n, außer dem für X gesuchten Werthe haben, und sind die glei... Wurzeln gefunden, so kann dieser Werth aus einer erniedrigten ...ung abgeleitet werden.

Die hier befolgte Methode ist scheinbar von derjenigen, die man ... anwendet, verschieden, da dieselbe darin besteht, daß man ... Werth von Y, der sich für den Durchschnitt eines Randstrahls ... und irgend eines andern Strahls ergiebt, zu einem Maximum ... Allein dieser Unterschied ist nur scheinbar, denn nach der ... Methode müssen wir den aus den beiden Gleichungen

$$Y - y^{\circ} = P^{\circ}(X - x^{\circ}),$$

$$Y - y = P\,(X - x),$$

...gebenden Werth von Y zu einem Maximum machen, so daß ... $= 0$ wird. In diesem Fall giebt die erstere Gleichung auch ... $= 0$, und man erhält daher, indem man die letztere differentiirt

$$-dy = (X - x)\,dP - P\,dx.$$

Daraus ergiebt sich

$$X - x = \frac{P - p}{dP}\,.\,dx;$$

... auch der Werth von

$$Y - y = P.\frac{P - p}{dP}\,.\,dx.$$

Diese Gleichungen sind nun nichts Anderes als die Gleichungen ... 136, die die allgemeinen Eigenschaften der Brennlinie aus...en; so daß diese Betrachtung des Maximums nur auf einem ... Umwege als die vorige Methode zu denselben Gleichungen ... und sie ist in der That nichts Anderes als eine verschiedene ... Brennlinie auszudrücken.

156. Wir wollen diese Schlüsse auf den Fall anwenden, wenn ... Spiegel sphärisch ist. Nimmt man die Gleichungen und die Be...ungen des §. 148 wieder vor, und setzt den äußersten Werth von ... a, welche Größe die halbe Oeffnung des Spiegels an..., bezeichnet den entsprechenden Werth von x durch b, so erhält ... den Werth von

$$P = \frac{2p}{1 - pp} = \frac{2ab}{bb - aa}$$

$$= \frac{2ab.}{1 - 2aa.}$$

Hierdurch wird die Gleichung §. 138 des äußersten zu worfenen Strahls die Form

$$Y - a = \frac{-2ab}{1-2aa} \cdot (X - b).$$

annehmen, aus welcher wir

$$2X = \frac{1}{b}\left(1 + \frac{1-2aa}{a} \cdot Y\right)$$

erhalten. Man nehme z so an, daß $Y = a^3 z^3$, wo z eine unbekannte Größe ist, dann wird

$$4X^2 = \frac{1}{1-aa}\left\{1 + (1-2aa)\, a^2 z^3\right\}$$

Substituirt man diesen Werth statt $4X^2$ und statt Y^2 Werth $a^6 z^6$ in die Gleichung der Brennlinie (v) §. 148, die Cubikwurzel aus und reducirt, so erhalten wir zur Bestim des Werthes von z folgende Gleichung

$$aaz^6 + (2-4aa)\,z^3 + (3aa-3)\,z^2 + 1 =$$

Diese Gleichung muß nun, der Bemerkung des §. 155 zu zwei gleich Wurzeln haben, nämlich wenn $x = b$, oder $Y =$ d. h. wenn $z = 1$ ist. Diese Gleichung muß daher nothwen weise durch $(z-1)^2$ theilbar seyn. Führt man die Division so ergiebt sich, daß dieses wirklich stattfindet, und der Quotient

$$a^2 z^4 + 2a^2 z^3 + 3a^2 z^2 + 2z + 1 = o, \quad ($$

welcher zur Bestimmung der übrigen Werthe von z dient.

157. Da diese Untersuchung ganz streng durchgeführ indem nichts als zu klein weggelassen wurde, so haben wir hi vollkommene Auflösung der Aufgabe, wie auch die Oeffnung des gels beschaffen seyn mag. Wird diese im Verhältniß mit dem messer als klein angenommen, so kann man eine Annäherung mittelst der daraus abgeleiteten Reihen erhalten.

$$z = -\frac{1}{2} - \frac{9}{32}\,aa - \frac{9}{32}\,a^4$$

$$- \frac{1395}{4096}\,a^6 - \text{etc. etc. etc.}$$

und da außerdem $Y = a^3 z^3$ ist,

$$Y = -\frac{a^3}{8} - \frac{27}{128}\,a^5 - \frac{675}{2048}\,a^7 - \ldots.$$

158. Das erste Glied dieser Reihe ist in den meisten F welche in der Ausübung vorkommen, hinreichend, und giebt

$$Y = -\frac{a^3}{8}, \quad (\alpha)$$

... man durch r den Krümmungshalbmesser des Spiegels ...

$$Y = -\frac{a^3}{8\,rr}. \quad (\beta)$$

Die Seitenabweichung, welche der halben Oeffnung a entspricht, ... der Gleichung (j) §. 133 gleich $\frac{a^3}{2\,rr}$; folglich wird ... Fall, daß die Oeffnung des Spiegels nur klein ist, der kleinste ...kreis gleich dem vierten Theil der Seitenabweichung ...strahlen.

159. Der kleinste Abweichungskreis ist dem Spiegel näher ... Hauptbrennpunkt, und zwar um $\frac{3}{4}$ fg oder um $\frac{3}{4}$ der Län...weichung

$$= \frac{3}{16} \cdot \frac{aa}{r}.$$

160. Zu der vollständigen Theorie der Brennlinien gehört ... die Untersuchung der Verdichtung der zurückgeworfenen Strah... irgend einem gegebenen Punkt der Brennlinie. Es sey daher S ...ebiger Punkt (Fig. 24), und durch denselben sey PSYq ge... welche eine Berührungslinie der Brennlinie in Y ausmacht. ... kann nun den Punkt S so ansehen, als ob derselbe in einer Ke...fläche läge, die durch die Umdrehung der Berührungslinie ...q um die Axe entstanden ist, und alle Strahlen in demjeni... ...ze, der durch die Umdrehung des Elements PP′ erzeugt ..., werden in dem hohlen kegelförmigen Körper enthalten seyn, ... durch die Umdrehung der Figur PP′Yq′q um dieselbe Axe ... wird. Die Concentration der Lichtstrahlen im Punkt S wird ... folgendermaßen verhalten: erstlich in einer Ebene, die der ...piers parallel ist im Verhältniß von PP′ zu SS′ oder PY ..., und zweitens in einer Ebene, welche auf der des Papiers ... steht, im Verhältniß der Peripherien der beiden Kreise, die ... die Umdrehung von P und von S entstanden sind, d. h. im ...niß ihrer Halbmesser PM und ST. Die Verdichtung der ...len in S wird daher durch

$$\frac{PM}{ST} \cdot \frac{PY}{SY}, \text{ oder } \frac{Pq}{Sq} \cdot \frac{Py}{SY},$$

ausgedrückt. Bezeichnen wir also durch die Einheit die Dich der Strahlen unmittelbar bei ihrer Zurückwerfung in P, so die entsprechende Dichtigkeit in S durch $\frac{PY \, . \, Pq}{SY \, . \, Sq}$ dargestellt den, und dieser Ausdruck ist richtig, wie auch die Lage des tes S beschaffen seyn mag.

161. Man muß nun aber hierbei mehrere Fälle untersch Zuerst, wenn S in irgend einem der Räume KHV, NDW so kann man keine solche Berührungslinie ziehen, welche den gel innerhalb seiner Oeffnung AB trifft; folglich erhalten Räume gar keine Strahlen, und die Dichtigkeit ist in jedem Null.

162. Zweitens, wenn S irgendwo innerhalb der Räume A VHFE, EFDW liegt, kann nur eine solche Berührungslin zogen werden, welche die reflectirende Curve zwischen A und B schn In diesen Räumen wird daher die Dichtigkeit der Strahlen du

$$D = \frac{PY \, . \, Pq}{SY \, . \, Sq}.$$

ausgedrückt werden.

163. Drittens kann man innerhalb der Räume KGH MGD von jedem Punkt S aus zwei Berührungslinien z welche beide den Ast FK auf derselben Seite der Axe berühren welcher der Punkt S liegt (Fig. 25). Nehmen wir an, daß $P_1 Y$ und $P_2 Y_2 Sq_2$ diese Berührungslinien sind, so wird S Str erhalten, welche zu beiden dieser kegelförmigen Körper gehören die Dichtigkeit wird daher die Summe der Dichtigkeiten seyn, jedem einzelnen Körper zugehört; sie wird also

$$D = \frac{PY_1 \, . \, Pq_1}{SY_1 \, . \, Sq_1} + \frac{PY_2 \, . \, Pq_2}{SY_2 \, . \, Sq_2}$$

164. Viertens endlich kann man in dem Raume FI drei Berührungslinien $q_1 S Y_1 P_1$, $q_2 S Y_2 P_2$, $q_3 S Y_3 P_3$ ziehe alle innerhalb AB zu liegen kommen, von denen die beiden (Fig. 26) den Ast FK auf derselben Seite als S treffen, die aber denselben auf der entgegengesetzten berührt. Die erstern g zu Strahlenkegeln, welche nach $q_1 q_2$ convergiren, die letztern

...um Strahlenkegel, der nach q_3 convergirt, aber nachdem er durch... gegangen ist, wieder divergirt. In diesem Fall wird also die Dich... ...keit durch

$$D = \frac{PY_1 . Pq_1}{SY_1 . Sq_1} + \frac{PY_2 . Pq_2}{SY_2 . Sq_2} + \frac{PY_3 . Pq_3}{SY_3 . Sq_3}$$

...gedrückt werden.

Wir würden auf zu verwickelte Formeln kommen, wenn wir ...suchen wollten, den wirklichen Werth dieser Brüche als Functio... der Coordinaten von S darzustellen, und wir werden dieselben ...s auf einige besondere Fälle anwenden, wo S besonders merk... ...dige Lagen hat.

165. Erster Fall. Es befinde sich S in der Axe jenseits ...s Hauptbrennpunkts, oder zwischen dem Spiegel und dem Vereini... ...ungspunkt der Randstrahlen G. Hier fällt Y mit F zusammen, ...d für q findet dasselbe statt; also hat man in diesem Fall $D = \left(\frac{PF}{SF}\right)^2$, woraus man sieht, daß die Dichtigkeit sich umge... ...kehrt verhält, wie das Quadrat der Entfernung des Punkts S vom Hauptbrennpunkt.

166. Zweiter Fall. Es befinde sich S in der Axe zwischen dem Hauptbrennpunkt und dem Vereinigungspunkt der Randstrahlen G, d. h. er liege in der Linie GF. Hier ist $Sq_1 = 0$, $Sq_2 = 0$, $Sq_3 = 0$, so daß alle drei Glieder, welche D ausmachen, unendlich groß werden, und daher ist daselbst die Dichtigkeit unendlich viel größer als die Dichtigkeit an der Oberfläche des Spiegels.

167. Dritter Fall. Es liege der Punkt S in F, in diesem Fall hat man nicht nur $Sq = 0$, sondern auch $SY = 0$; folglich ist in F die Dichtigkeit unendlich größer als im letztern Fall, und zwar wird dieselbe die möglich größte seyn, die nur irgendwo vorhanden ist.

168. Vierter Fall. Der Punkt S sey irgendwo in der Brennlinie. Hier hat man $SY = 0$, also wird in diesem Fall auch D unendlich, also die Dichtigkeit unendlich größer als an der Oberfläche des Spiegels, und so wie der Punkt S sich dem Punkt F nähert, wird die Dichtigkeit noch durch die Abnahme aller Werthe von Sq vergrößert.

169. Fünfter Fall. Es befinde sich der Punkt S irgendw dem kleinsten Abweichungskreise HzD. Im Mittelpunkt z der Peripherie H ist die Dichtigkeit unendlich groß. Zwischen d beiden Lagen ist sie endlich, nimmt bis zu ihrem kleinsten Werth und wächst dann wieder nach einem Gesetze, welches zu verwickel als daß wir uns hier mit dessen Untersuchung beschäftigen kön Man kann bemerken, daß die in diesen Paragraphen (160 bis 1 angegebenen Relationen allgemein, und nicht bloß auf den Fall sphärischen Spiegels eingeschränkt sind.

170. Wir haben bei allen vorhergehenden Schlüssen ange men, daß der Punkt S die Strahlen senkrecht erhält. Die Dic keit der Strahlen muß also in dem Sinne genommen werden, man unter denselben nicht die auf eine gegebene besondere Fläche fallenden Strahlen versteht, sondern diejenigen, welche d einen unendlich kleinen sphärischen Raum hindurch gehen, oder einem unendlich kleinen kugelförmigen Körper in S aufgefa werden.

In dem Fall hingegen, wo die Oeffnung des Spiegels klein ist, erhält eine senkrechte auf die Axe gestellte Tafel die St len von jedem Punkt beinahe unter einem rechten Winkel, und her werden die obigen Ausdrücke in diesem Fall die Intensität Erleuchtung der verschiedenen Punkte einer solchen Oberfläche a ben, wobei man freilich voraussetzen muß, daß das einfallende nicht von der Tafel aufgehalten wird.

Ueber weitere Untersuchungen, rücksichtlich der Eigenschaften Brennlinien sehe man Tschirnhausen acta eruditorum 1682 Histoire de l'académie T. II, p. 54, 1688; Lahire Tr des Epicycloides und Mémoires de l'Académie Vol. X; Op von Robert Smith; Carre Mémoires de l'académie 17 J. Bernouilli Opera omnia Vol. III. p. 464; L'Hospi Analyse des infiniment petits; Hayes Fluxions; Petit Co spondance de l'École polytechnique II. 553; Malus Jou de l'École polytechnique Vol. VI; Gergonne Annales mathématiques XI, XVI; Sturm ebendaselbst; De la R Dissertation sur les caustiques.

...n der regelmäßigen Brechung des Lichts in nicht krystallisirten Substanzen.

§. VI. Von der Brechung des gleichartigen Lichts an ebenen Oberflächen.

171. Fällt ein Lichtstrahl auf die Oberfläche irgend eines durch-...gen nicht krystallisirten Mittels, so wird ein Theil desselben zu-...geworfen; ein anderer Theil desselben wird nach allen Richtun-...zerstreut und dient dazu, die Oberfläche sichtbar zu machen; der ...bleibende Theil geht in das brechende Mittel über, und setzt darin ...en Weg fort.

172. Bei der Zurückwerfung des Lichts ist das Gesetz der Zu-...werfung, in so fern es die Richtung des zurückgeworfenen Strahls ...fft, für alle zurückwerfenden Mittel dasselbe, indem bei allen der ...ückwerfungswinkel dem Einfallswinkel gleich ist. Bei der Bre-...ng aber verhält sich die Sache etwas anders, und jedes verschie-...e brechende Mittel giebt ein besonderes Gesetz für seine Wirkung ...f das Licht, indem einige den unter einem bestimmten Winkel ein-...enden Strahl mehr von seinem Wege ablenken als die andern. ...e nun aber auch die Natur des brechenden Mittels beschaffen ...n mag, so hat es sich gefunden, daß folgende Gesetze im Allgemei-...n immer statt haben, und hinreichend sind, um für ein bekanntes ...chendes Mittel die Richtung des gebrochenen Strahls zu bestimmen.

173. Erstes Gesetz. Der einfallende Strahl, das Perpen-...kel auf die Oberfläche im Einfallspunkte, und der zurückgeworfene ...trahl liegen immer in einer und ebenderselben Ebene.

174. Zweites Gesetz. Der einfallende und der gebrochene ...trahl liegen auf entgegengesetzten Seiten des Einfallslothes.

175. Drittes Gesetz. Wie auch die Neigung des ein-...lenden Strahls gegen die brechende Oberfläche beschaffen seyn mag, ...t der Sinus des Winkels, welcher vom einfallenden Strahl mit ...m Einfallslothe gebildet wird, zu dem Sinus desjenigen Winkels, ...n der gebrochene Strahl mit dem Einfallslothe bildet, in einem ...stanten Verhältniß.

176. Diese Gesetze gelten sowohl für ebene als krumme Ober-...ächen, und man hat die vollkommene Richtigkeit derselben durch die ...naueren Versuche bewiesen, indem alle Erscheinungen, die das gebrochene

Licht zeigt, in genauer Uebereinstimmung mit den Resultaten ste
die man aus diesen Gesetzen durch mathematische Rechnungen a
leitet hat.

177. Es sey ACB (Fig. 23) die brechende Oberfläche, P
ein Perpendikel auf derselben im Einfallspunkte C, SC der ei
lende, Cs der gebrochene Strahl. Dann hat man

$$\sin PCS : \sin pCs = \mu : 1.$$

wo μ eine constante Größe ist, d. h. für ein und dasselbe Mittel A
obgleich ihr Werth für verschiedene brechende Mittel auch verschi
ausfällt.

178. Man setzt oft der Kürze wegen den Einfallssinus
den Brechungssinus statt des Sinus des Einfallswinkels und
Brechungswinkels.

179. Der numerische Werth der Größe μ oder des Quotie

$$\frac{\text{Sinus des Einfallswinkels}}{\text{Sinus des Brechungswinkels}}$$

für irgend ein brechendes Mittel muß vorher bestimmt werden,
man das Gesetz der Brechung in diesem Mittel als vollkommen
kannt ansehen kann. Dieses läßt sich durch einen Versuch bew
stelligen, indem man den Brechungswinkel, welcher irgend einem
gebenen Einfallswinkel entspricht, wirklich mißt; denn ist der W
des vorigen Bruchs auf diese Art für irgend einen Einfallswi
bestimmt, so gilt derselbe für alle übrigen Einfallswinkel. Man k
denselben auch noch auf andere Arten bestimmen, die wir späterhin
schreiben werden. Die Größe μ heißt das Brechungsverhä
niß des Körpers AB.

180. Das Medium, in welchem sich der Strahl vor sein
Eintritt in AB bewegt, wird hierbei als ein leerer Raum betrach
Ist das Mittel AB auch der leere Raum, so ist einleuchtend,
der Strahl seinen Weg nicht ändern wird, so daß der Einfallsw
kel dem Brechungswinkel gleich wird, und der Werth des Brechun
verhältnisses μ wird der Einheit gleich. Dieß ist der kleinste We
von μ, da bis jetzt noch keine Substanz entdeckt worden ist, die
Strahlen vom Einfallsloth abwärts bricht, wenn dieselben im lee
Raum einfallen. Der größte bekannte Werth von μ ist $= 3$, welc
dann stattfindet, wenn das brechende Mittel chromsaures Blei
und zwischen diesen Werthen gehört fast jede Zahl zu einem oder d
andern durchsichtigen Körper als Brechungsverhältniß. So ist

Luft, bei einer gewöhnlichen Dichtigkeit derselben, $\mu = 1{,}0028$; für Wasser 1,336; für gewöhnliches Crownglas 1,535; für Flintglas = 1,60; für Cassia-Oel 1,641; für Diamant 2,487 und für die größte Brechung des chromsauren Bleis = 3.

181. Es ist in der Optik ein allgemeines Gesetz, daß die Sichtbarkeit eines Punktes vom andern gegenseitig ist, wie auch der Weg beschaffen seyn mag, den der Strahl von einem Punkt zum andern zurücklegt. Mit andern Worten kann man dieses Gesetz so ausdrücken, daß wenn ein Lichtstrahl vom Punkt A auf irgend einem Wege nach B gelangt, wie oft er auch zurückgeworfen oder gebrochen seyn mag, ebenfalls ein Lichtstrahl in A anlangen kann, der von B kommt, und genau denselben Weg in entgegengesetzter Richtung zurücklegt. Es folgt hieraus, daß wenn der auf die äußere Oberfläche irgend eines Mittels AB auffallende Strahl SC (Fig. 23), nach der Brechung den Weg Cs nimmt, ein auf die innere Oberfläche des Mittels fallender Lichtstrahl Cs aus demselben nach der Richtung CS gebrochen wird, indem er vom Einfallsloth abwärts seinen Weg nimmt. Da also in diesem Fall der Einfallswinkel derselbe ist als der Brechungswinkel im vorigen Fall, so hat man ebenfalls

$$\frac{\text{Sinus des Einfallswinkels}}{\text{Sinus des Brechungswinkels}} = \frac{1}{\mu}$$

Wir sehen hieraus, daß das Brechungsverhältniß aus einem brechenden Mittel in den leeren Raum das Umgekehrte des Brechungsverhältnisses in das brechende Mittel aus dem leeren Raum ist.

182. Aus dem Vorhergehenden ergiebt sich, daß ein Strahl aus dem leeren Raum in ein anderes Mittel unter jedem Winkel eintreten kann; denn da der Sinus des Brechungswinkels = sin pcs $= \frac{1}{\mu}$ sin PCS wird, wo μ größer als die Einheit ist, so wird der Sinus von pcs nothwendigerweise kleiner als der von PCS, folglich auch kleiner als die Einheit seyn, und der Brechungswinkel kann nie imaginär werden. Wenn z. B. der Einfallswinkel PCS von Null an wächst, oder der einfallende Strahl CS immer schiefer gegen die Fläche einfällt, bis er dieselbe in S″C bloß streift, so wird der gebrochene Strahl auch gegen die Fläche schiefer, aber in einem geringern Verhältniß, und er erhält nie eine größere Neigung, als er in der Lage Cs″ hat, in welcher

$\sin pCs'' = \frac{\sin 90^\circ}{\mu} = \frac{1}{\mu}$ wird. Dieser letzte Winkel ist daher das Maximum des Brechungswinkels aus dem leeren Raum in ein brechendes Mittel, und sein Werth für irgend eine Substanz wird gefunden, indem man den Winkel berechnet, dessen Sinus das Umgekehrte des Brechungsverhältnisses dieser brechenden Materie ist. So kann im Wasser der Brechungswinkel nicht den Bogen übersteigen, dessen Sinus $= \frac{1}{1{,}336}$ ist, d. h. 48° 27′ 40″. In Crownglas ist die Gränze 40° 39′, in Flintglas 38° 41′, in Diamant 23° 42′, während für die größte Brechungskraft des chromsauren Bleis diese Gränze so niedrig liegt, daß sie nur 19° 28′ 20″ beträgt.

183. Wenn umgekehrt ein Strahl auf die innere Fläche eines brechenden Mittels fällt, und der Winkel des Strahls mit dem Einfallsloth kleiner ist als der Gränzwinkel, dessen Sinus $= \frac{1}{\mu}$, wird der Strahl gebrochen, und dem in §. 181 angegebenen Gesetz gemäß aus dem Mittel heraustreten, indem er von dem Einfallsloth abwärts gebogen wird. Allein so wie der Einfallswinkel pCs wächst, nimmt der Brechungswinkel PCS noch schneller zu, und wenn ersterer Winkel seinen Gränzwerth pCs″ erreicht hat, so tritt der Strahl in der Richtung CS″ heraus, indem er die Oberfläche bloß streift. Wird der Einfallswinkel noch größer, so wird der Brechungswinkel unmöglich; denn wir haben dann $\sin PCS = \mu . \sin pCs$ und wenn $\sin pCs$ größer als $\frac{1}{\mu}$ ist, so muß der Sinus von PCS größer als die Einheit seyn. Dieß zeigt, daß der Strahl nicht heraustreten kann; allein es lehrt uns nicht weiter, was aus demselben werden wird. Wir müssen daher unsere Zuflucht zu den Beobachtungen nehmen, und diese zeigen uns, daß, nachdem diese Gränze überschritten ist, der Strahl statt aus dem Mittel herausgebrochen zu werden, innerhalb desselben zurückgelenkt und völlig reflectirt wird, so daß der Zurückwerfungswinkel pCS‴ = pCs‴ seyn muß.

184. Wenn ein Strahl auf die äußere Oberfläche eines brechenden Mittels fällt, so wird ein Theil desselben R zurückgeworfen und der übrig bleibende Theil r wird gebrochen. Das Verhältniß von R zu r ist am kleinsten, wenn der Strahl senkrecht auffällt und nimmt regelmäßig zu, bis der Einfallswinkel 90° beträgt, aber

bei der größten Neigung, wenn der Strahl die äußere Ober- so eben streift, ist die Zurückwerfung nie vollkommen, oder nur vollkommen, indem immer ein sehr bedeutender Theil in das ende Mittel übergeht. Auf der andern Seite, wenn der Strahl die innere Fläche fällt, so nimmt der zurückgeworfene Theil R mäßig zu, obgleich in einem sehr mäßigen Verhältnisse, bis der fallswinkel dem entscheidenden Winkel, dessen Sinus $\frac{1}{\mu}$ beträgt, wird, wo dieser Theil plötzlich und gleichsam durch einen Sprung ganze Menge des einfallenden Lichts erhält, und der gebrochne r Null wird. Dieser plötzliche Uebergang aus der Brechung die Zurückwerfung, diese Unterbrechung der Stetigkeit ist eine der barsten und zugleich der interessantesten Erscheinungen der Op- die, wie wir hernach sehen werden, mit den wichtigsten Gegen- der Theorie des Lichts zusammenhängt.

185. Da die auf diese Art erhaltene Zurückwerfung vollkom- ist, so übertrifft sie an Glanz jede, die durch andere Mittel er- wird, z. B. von Quecksilber, oder den am besten polirten Me- len. Man kann dieselbe sehr leicht sichtbar machen, indem man gewöhnliches Trinkglas mit Wasser anfüllt, und es über die Höhe Auges emporhält (Fig. 24, Nr. 2). Wendet man dann seinen schief aufwärts in der Richtung Eac, so wird man die ganze fläche wie polirtes Silber mit einem metallischen Glanz scheinen , und ein jeder in das Wasser getauchte Gegenstand, z. B. Löffel ACB, wird durch Zurückwerfung an der innern Oberfläche in einem Spiegel gesehen werden, so weit derselbe sich unter fläche befindet, aber mit einem Glanze, der den von jedem Spiegel Weitem übertrifft. Diese Eigenschaft der innern Zurückwerfung mit großem Vortheil bei der sogenannten Camera lucida an- wendet, und könnte auch bei andern optischen Werkzeugen, z. B. dem Newtonianischen Telescop, um den Lichtverlust bei der zwei- Zurückwerfung zu verhindern, von Nutzen seyn. Hierüber wer- wir später ausführlicher reden.

186. Hieraus ergeben sich einige sonderbare Folgerungen, rück- sich des Sehens unter Wasser. Ein Auge, welches sich in einem kommen stillstehenden Wasser befindet, z. B. das eines Fisches eines Tauchers, sieht die äußern Gegenstände nur gleichsam durch kreisförmige Oeffnung von 96° 55′ 20″ im Durchmesser. In-

nerhalb dieses Raums sind alle Gegenstände bis zu dem Horiz hinunter sichtbar, und diejenigen, welche sich nahe am Horizont finden, sind sehr verzerrt und zusammengezogen, vorzüglich in Richtung ihrer Höhe. Jenseits der Gränzen dieses Kreises si man den Grund des Wassers und alle in dem Wasser sich bef denden Gegenstände durch Zurückwerfung, und zwar so lebha als wenn man sie unmittelbar erblickte. Außer diesen Sonderb keiten wird die so eben erwähnte kreisförmige Oeffnung mit ein immerwährenden Regenbogen, von schwachen aber angenehmen F ben umgeben seyn, dessen Ursprung zu erklären wir bald Gelegenh haben werden. Um diese Erscheinungen wenigstens zum Theil sehen, brauchen wir uns nicht ins Wasser zu tauchen. Wir leb wirklich in einem Luftmeer, welches freilich in Vergleich mit d Wasser nur ein schwach brechendes Mittel ist, und unser Seh der äußern Gegenstände nahe am Horizont wird demgemäß modifici Man sieht dieselben von ihrer wahren Gestalt abweichend, und v züglich rücksichtlich der Höhe zusammengedrückt; so nimmt z. B. Sonne bei ihrem Untergange, anstatt kreisförmig zu erscheinen, e elliptische oder eigentlich zusammengedrückte Gestalt an, indem ih untere Hälfte mehr abgeplattet ist als ihre obere, und diese Aenderu der Gestalt ist so beträchtlich, daß sie selbst einem unachtsamen Z schauer auffallen muß. Die sphärische Gestalt der Atmosphäre a und die Abnahme ihrer Dichtigkeit in den höhern Regionen verhinde daß die übrigen oben beschriebenen Erscheinungen gesehen werden könn

187. Wird ein brechendes Mittel von ebenen parallelen F chen begränzt, so wird ein durch dasselbe gebrochener Strahl n beiden Brechungen dieselbe Richtung haben, als vorher, ehe derse in das brechende Mittel eintrat.

Es seyen AB, DF (Fig. 25) die parallelen Flächen, und SCE ein gebrochener Strahl, PCp, QEq, die auf den Flächen in und E errichteten Perpendikel, so erhalten wir

$$\sin SCP : \sin pCE = \mu : 1.$$
$$\sin CEQ : \sin qCT = 1 : \mu.$$

folglich, wenn man diese Proportionen mit einander verbindet,

$$\sin SCP . \sin CEQ = \sin pCE . \sin qET.$$

und da pCE = CEQ ist, so wird auch

$$\sin SCP = \sin qET$$

[illegible] der Winkel SCP = qET, und der Strahl ET ist [illegible] SC parallel.

Dieser Satz kann durch einen Versuch bewiesen werden, indem [illegible] das unbelegte Planglas eines Sextanten vor das Objectivglas [illegible] nach einem entfernten Gegenstand gerichteten Fernrohres setzt, [illegible] auch vor das bloße Auge hält, und es unter beliebige Winkel [illegible] die Gesichtslinie neigt. Der scheinbare Ort des Gegenstan[illegible] ändert sich dadurch nicht.

188. Versuch. Man lege eine Glasplatte, oder ein ande[illegible] durchsichtiges Mittel, parallel mit dem Horizont, und gieße [illegible] dieselbe eine durchsichtige Flüssigkeit, so daß dadurch ein aus [illegible] brechenden Materien von verschiedenen Brechungsverhältnissen [illegible] brechendes Mittel gebildet wird, und betrachte einen [illegible] dieser Verbindung befindlichen Gegenstand, z. B. einen Stern, [illegible] ein Fernrohr oder das bloße Auge. Man wird finden, daß [illegible] Gegenstand genau in derselben Lage bleibt, als wenn man die [illegible] Materien wegnimmt, wie auch die Höhe des Gegenstan[illegible] beschaffen seyn mag. Es folgt hieraus, daß ein Strahl SB [illegible]. 26, Nro. 2), welcher auf eine solche Verbindung von bre[illegible] Mitteln AF und DI fällt, bei seinem Heraustritt in der [illegible] HT, dem einfallenden Strahl SB parallel seyn wird.

189. Satz. Es seyen zwei verschiedene brechende Mittel [illegible] 1 und 2) gegeben, deren Brechungsverhältnisse aus dem [illegible] Raum in dieselben durch μ, μ' bezeichnet werden. Bringt [illegible] dann diese Mittel in vollkommene Berührung, so wie z. B. [illegible] Flüssigkeit mit einem festen Körper, oder zwei Flüssigkeiten un[illegible] einander, so wird die Brechung aus einem derselben (Nro. 1) [illegible] andere (Nro. 2) dieselbe seyn, als aus dem leeren Raum [illegible] brechendes Mittel, dessen Brechungsverhältniß $\frac{\mu'}{\mu}$ ist, in[illegible] das Brechungsverhältniß des ersten Mittels durch das des [illegible] dividirt wird.

Es sey (Fig. 26, Nro. 2) die gemeinschaftliche Oberfläche [illegible] brechenden Mittel, und sie mögen aus parallelen Platten, wie [illegible] zuletzt beschriebenen Versuch bestehen; dann wird jeder [illegible] SB, der auf die Oberfläche AC unter einem beliebigen [illegible] einfällt, in GI in einer Richtung HT wieder heraustre[illegible] die mit SB parallel läuft. Es sey BEH der Weg des Strahls

innerhalb der brechenden Mittel, und man ziehe die Perpend PBp, QEq, RHr, so wird

$$\sin SBP : \sin EBp \; (= \sin BEQ) = \mu : 1.$$

$$\sin RHE \; (= \sin qEH) : \sin rHT \; (= \sin PBS) = 1 : \mu'$$

und wenn man beide Proportionen mit einander verbindet

$$\sin HEq : \sin BEQ = \mu : \mu';$$

$$\frac{\sin BEQ}{\sin HEq} = \frac{\mu'}{\mu}$$

Nun ist aber BEQ der Einfallswinkel, und HEq der B chungswinkel an der gemeinschaftlichen Oberfläche beider brech den Mittel, folglich wird das relative Brechungsverhältniß, od das Brechungsverhältniß aus dem ersten ins zweite, gleich de Quotienten der absoluten Brechungsverhältnisse, oder ihrer B chungsverhältnisse, wenn das Licht aus dem leeren Raume.

190. Dieser Beweis gilt freilich nur für den Fall, in w chem der Einfallswinkel und der Brechungswinkel an der geme schaftlichen Oberfläche kleiner sind, als die Gränzen der Brechung winkel aus dem leeren Raume in jedes brechende Mittel. Ueb schreiten die Winkel diese Gränzen, so gilt der Satz immer no wie man durch directe Versuche und Messungen der Einfallswin und Brechungswinkel in jedem besonderen Fall zeigen kann. V der Hand müssen wir daher diesen Satz als durch die Erfahru bewiesen, ansehen.

191. Beispiel. Man verlangt das Verhältniß des Sinus d Einfallswinkels zu dem des Brechungswinkels aus Wasser in Flintgla Das Brechungsverhältniß des Flintglases ist 1,60 und das d Wassers 1,336, folglich ist das verlangte Brechungsverhältniß

$$= \frac{1{,}60}{1{,}336} = 1{,}194.$$

192. Ist das Brechungsverhältniß $\mu = -1$, so fällt d allgemeine Gesetz der Brechung mit dem der Zurückwerfung zusa men. So werden alle Fälle der Zurückwerfung, in so fern sie d Richtung des Strahles betreffen, in denen der Brechung mit ei geschlossen.

Von der gewöhnlichen Brechung des Lichts dur ein System von ebenen Oberflächen, und von d Brechung durch Prismen.

193. Erklärung. In der Optik wird ein jedes brechen

M

Nun hat man aus der ersten der Gleichungen (
α, folglich

$$(I + D + \alpha) = \sin\alpha + 2\mu \sin\frac{1}{2} I . \cos(-$$

aus welcher D sich leicht finden läßt, da I und α
und ρ aus der Gleichung $\sin\rho = \frac{1}{\mu}. \sin\alpha$ berechne[illegible] kann.

205. Zweiter Zusatz. Ist α = o, oder fällt de
senkrecht auf die erste Oberfläche, so ist auch ρ = o,
chung (d) wird ganz einfach

$$\sin(I + D) = \mu . \sin I; \qquad (e)$$

woraus sich auch

$$\mu = \frac{\sin(I + D)}{\sin I.}, \qquad (f)$$

ergiebt.

Wir sehen auf diese Art, da[illegible] μ . sin I größer als 1
heit ist, oder wenn der brechende [illegible]kel größer als arc $\left(\sin = \frac{1}{\mu}\right.$
welches der entscheidende Winkel oder der kleinste
welchem eine innere Zurückwerfu[illegible] stattfinden kan
lenkung D eingebildet wird, und der Strahl unte
Winkel nicht durchgehen kann.

206. Dritter Zusatz. Die Gleichung (f) verschafft uns eine directe Methode, das Brechungsverhältniß irgend eines brechenden Mittels zu finden, aus welchem sich ein Prisma bilden läßt. Wir brauchen nur den Winkel des Prisma, so wie den Winkel der Abweichung eines senkrecht auf die eine Seitenfläche auffallenden Strahls zu messen; denn auf diese Art sind I und D durch Beobachtung gegeben, also wird auch μ bekannt. Doch ist diese Methode nicht die bequemste, und wir werden bald zu einer besseren gelangen.

207. Erklärung. Man nennt in der Optik ein Mittel dichter oder dünner als ein anderes, je nachdem der Strahl, welcher aus dem erstern ins letztere geht, gegen das Einfallsloth oder von demselben abwärts gebogen wird. Ist die Rede von der brechenden Dichtigkeit eines Mittels, so meinen wir die Eigenschaft, vermöge deren sie einen Strahl mehr oder weniger von seinem Wege gegen das Einfallsloth zu lenkt, wenn der Strahl aus dem leeren Raum kommt. Das numerische Maß dieser Dichtigkeit ist das Brechungsverhältniß μ.

so wird S″C die Richtung des Strahls nach der zweiten Brech
seyn, und so weiter fort.

199. Allgemeine Auflösung. Es sey $\alpha = SCP$ erste Einfallswinkel, $\alpha' = S'CP'$ der Einfallswinkel auf die zu Fläche, $I = PCP'$ die gegenseitige Neigung der beiden ersten chen gegen einander. Außerdem setze man

$\theta = PS'P'$ = dem Winkel, welchen die erste und die zu Brechungsebene mit einander bilden.

$\psi = SPP'$ = dem Winkel, welchen die erste Brechungse mit dem Hauptdurchschnitt der ersten beiden brecher Flächen bildet.

$\varphi = S'P'P$ = dem Winkel, welchen die zweite Brechu ebene mit demselben Hauptdurchschnitt macht.

$\varrho = PCS'$ = dem ersten, und

$\varrho' = P'CS''$ = dem zweiten Brechungswinkel.

$D = SCS''$ = der Abweichung des Strahls nach der z ten Brechung.

Nehmen wir an, daß $SS'S''PP'$ ein Stück einer Kugelo fläche bildet, deren Mittelpunkt in C liegt, so haben wir im sp rischen Dreieck $S'PP'$ die Seiten PS', PP', nebst dem ei schlossenen Winkel, man sucht die Winkel $PS'P'$ und $PP'S'$; so hat man im sphärischen Dreieck $SS'S''$ die Seiten SS', S nebst dem Winkel $SS'S''$, man verlangt die Abweichung SS''. unsern angeführten Bezeichnungen hat man nun die Gleichun da ϱ und ϱ' die Brechungswinkel sind, welche den Einfallsw keln α und α' nebst den Brechungsverhältnissen μ und μ' sprechen.

$$
\text{(B)}\left\{
\begin{array}{l}
\sin\alpha = \mu \,.\, \sin\varrho \,. \\
\cos\alpha' = \cos\varrho \,.\, \cos I + \sin\varrho \,.\, \sin I \,.\, \cos\psi \,. \\
\sin\alpha' = \mu' \,.\, \sin\varrho' \,. \\
\sin\alpha' \,.\, \sin\theta = \sin I \,.\, \sin\psi \,. \\
\sin\alpha' \,.\, \sin\varphi = \sin\varrho \,.\, \sin\psi \,. \\
\cos D = \cos(\alpha - \varrho) \,.\, \cos(\alpha' - \varrho') \\
\qquad\qquad - \sin(\alpha - \varrho) \,.\, \sin\alpha' - \varrho') \cos\theta \,.
\end{array}
\right.
$$

200. Aus diesen Gleichungen, welche freilich zusamme setzter sind, als diejenigen, welche wir §. 99. (Gleichung A) für Zurückwerfung entwickelt haben, lassen sich alle Umstände des W des Strahls nach seiner zweiten Brechung bestimmen, und

. . . den elf Größen, α, α', ϱ, ϱ', μ, μ', I, θ, φ, ψ, D fünf . . . men, so lassen sich die übrigen sechs finden, und wir können zu . . . nächsten Brechung übergehen, und so fort, so weit als es in . . . rem Belieben steht. Es ist unnöthig zu bemerken, daß, ei . . . besondere Fälle ausgenommen, die Verwickelung der Formeln . . . immer wird, wenn man mehr als zwei Brechungen betrachtet. . . . haben hierdurch die allgemeine Auflösung der Aufgabe; allein . . . Wichtigkeit in optischen Untersuchungen erfordert eine ins Ein . . . gehende Untersuchung für verschiedene Fälle.

201. Erster Fall. Wir wollen nur zwei ebene Flächen . . . rücksichtigen, bei denen die Brechung in einer Ebene geschieht, . . . auch in dem Hauptdurchschnitt der beiden Ebenen, oder des . . . sma, welches dieselben einschließen.

Es falle der Strahl SC (Fig. 28) aus dem leeren Raume . . . irgend eine brechende Oberfläche AC eines Prisma CAD in . . . Ebene seines Hauptdurchschnitts, man ziehe PC senkrecht auf . . . Oberfläche, und CS′ so, daß

$$\sin PCS' : \sin PCS = 1 : \mu .$$

. . . ist S′C die Richtung des gebrochenen Strahls CD. Ferner . . . man CP′ senkrecht auf AD, und nehme den Winkel S″CP′ . . . daß

$$\sin P'CS'' : \sin P'CS' = 1 : \mu' ,$$

. . . das relative Brechungsverhältniß aus dem Mittel ACD in . . . Mittel ADE ist; dann wird S″C dem Strahl nach der zweiten . . . chung parallel seyn; man ziehe daher DE parallel mit S″C, so . . . DE der zweimal gebrochene Strahl. Setzte man wie in der all . . . meinen Auflösung SCP $= \alpha$, S′CP′ $= \alpha'$, S′CP $= \varrho$, S″CP′ . . . PCP′ $=$ I, u. s. w., so wird

$$\left.\begin{aligned} \sin \alpha &= \mu \cdot \sin \varrho . \\ \alpha' &= I + \varrho . \\ \sin \alpha' &= \mu' \cdot \sin \varrho' . \\ \pm D = SCS'' &= \alpha + I - \varrho' \\ \theta = o ; \quad \varphi &= o : \end{aligned}\right\} \quad (a)$$

Die erste dieser Gleichungen giebt ϱ, wenn μ und α bekannt . . . die zweite giebt den Werth von α', sobald ϱ gefunden ist; die . . . giebt ϱ', sobald α' und μ' bekannt sind, und aus der letzten fin . . . man die Abweichung D.

202. Das Zeichen von D ist zweideutig. Sehen wir die Ab-

lenkung von der ursprünglichen Richtung gegen den dickern T des Prisma zu oder von der Kante desselben abwärts als positiv welches für den folgenden Gebrauch bequemer seyn wird, so mü wir das untere Zeichen nehmen, so daß

$$D = \varrho' - I - \alpha \qquad \text{(b)}$$

wird; findet das Umgekehrte statt, so muß man das obere Zei gebrauchen. Wir wollen die vorige Bezeichnungsart beibehalten.

203. Zweiter Fall. Wenn wir im vorigen Falle ann men, daß das Mittel, in welches der Strahl wieder heraust dasselbe ist, als dasjenige war, aus welchem der Strahl ursprün in das Prisma überging, wie z. B. wenn es der leere Raum w so haben wir $\mu' = \frac{1}{\mu}$. Dieß ist der Fall der Brechung, durch gewöhnliches Glasprisma, oder irgend ein anderes Prisma, ches aus einer durchsichtigen Materie besteht. In diesem Fall deutet I den brechenden Winkel des Prisma, μ das Brechungs hältniß, und zwar das absolute, wenn sich das Prisma im le Raum befindet, das relative, wenn es von einer andern brec den Materie eingeschlossen ist. Das System der Gleichung, we die Ablenkung und Richtung des gebrochenen Strahls bestimm wird dann

$$\left.\begin{array}{l} \sin\alpha = \mu \cdot \sin\varrho \\ \sin\alpha' = \sin(I + \varrho) \\ \sin\varrho' = \mu \cdot \sin\alpha' \\ \sin D = \sin(\varrho' - \alpha - I) \end{array}\right\} \quad \text{(c)}$$

204. Erster Zusatz. Die Ablenkung kann auf eine dere Art ausgedrückt werden, auf die wir uns späterhin bezi werden. Man hat nämlich

$$\begin{aligned} \sin(I + D + \alpha) &= \sin\varrho' = \\ &= \mu \cdot \sin\alpha' = \mu \cdot \sin(I + \varrho) \\ &= \mu \cdot \left\{\sin\varrho \cdot \cos I + \cos\varrho \cdot \sin I\right\} \\ &= \mu \cdot \left\{\begin{array}{l} \sin\varrho - 2\sin\varrho \cdot \sin\frac{1}{2} I^2 \\ + 2\cos\varrho \cdot \cos\frac{1}{2} I \cdot \sin\frac{1}{2} I \end{array}\right\} \end{aligned}$$

weil bekanntlich

$$\cos I = 1 - 2\sin\frac{1}{2} I^2$$

$$\sin I = 2 \cdot \sin\frac{1}{2} I \cdot \cos\frac{1}{2} I.$$

Nun hat man aus der ersten der Gleichungen (c), sin
α, folglich

$$(I + D + \alpha) = \sin\alpha + 2\,\mu \sin\frac{1}{2}\,I\,.\,\cos\left(\frac{1}{2}I + \rho\right)$$

welcher D sich leicht finden läßt, da I und α gegeben
aus der Gleichung $\sin\rho = \frac{1}{\mu}.\sin\alpha$ berechnet werden

205. Zweiter Zusatz. Ist $\alpha = o$, oder fällt der S
recht auf die erste Oberfläche, so ist auch $\rho = o$, und die
(d) wird ganz einfach

$$\sin(I + D) = \mu\,.\,\sin I; \qquad (e)$$

aus sich auch

$$\mu = \frac{\sin(I + D)}{\sin I.}, \qquad (f)$$

Wir sehen auf diese Art, daß wenn $\mu.\sin I$ größer als die
oder wenn der brechende Winkel größer als arc $\left(\sin = \frac{1}{\mu}\right.$
der entscheidende Winkel, oder der kleinste Winkel ist,
eine innere Zurückwerfung stattfinden kann, denn die
D eingebildet wird, und der Strahl unter einem sol
nicht durchgehen kann.

206. Dritter Zusatz. Die Gleichung (f) verschafft
Methode, das Brechungsverhältniß irgend eines bre
Mittels zu finden, aus welchem sich ein Prisma bilden
brauchen nur den Winkel des Prisma, so wie den Winkel der
eines senkrecht auf die eine Seitenfläche auffallenden Str
messen; denn auf diese Art sind I und D durch Beobachtung
also wird auch μ bekannt. Doch ist diese Methode
bequemste, und wir werden bald zu einer besseren gelangen

207. Erklärung. Man nennt in der Optik ein M
ter oder dünner als ein anderes, je nachdem der St
aus dem erstern ins letztere geht, gegen das Einfall
von demselben abwärts gebogen wird. Ist die Rede
brechenden Dichtigkeit eines Mittels, so meinen wi
schaft, vermöge deren sie einen Strahl mehr oder wenige
Wege gegen das Einfallsloth zu lenkt, wenn der Strah
neuen Raum kommt. Das numerische Maß dieser Dich
das Brechungsverhältniß μ.

208. Aufgabe. Es ist das Brechungsverhälti eines Prisma gegeben, man sucht die äußerste Grä seines brechenden Winkels, so daß, wenn diese üb schritten wird, kein Strahl mehr durch beide Seit flächen desselben hindurchgehen kann.

Diese Gränze ist, wie man leicht sieht, derjenige Werth I, welcher den Brechungswinkel ϱ' für alle Einfallswinkel auf erste Fläche des Prisma, oder für alle Werthe von α unmög macht, d. h. derjenige, welcher in allen Fällen der Größe

$$\mu \cdot \sin (I + \varrho) - 1$$

einen positiven Werth beilegt. Es muß daher auch

$$\sin (I + \varrho) - \frac{1}{\mu}$$

positiv werden, und da $I + \varrho$ nicht 90° übersteigen kann, muß man den Werth von I so wählen, daß in allen Fällen

$$I + \varrho - \text{arc}\left(\sin = \frac{1}{\mu}\right).$$

positiv ausfällt. Nun ist $\varrho = \text{arc}\left(\sin = \frac{\sin \alpha}{\mu}\right)$, folglich derjenige Werth von α, welcher dem positiven Werth der betr teten Function am wenigsten günstig ist, $= - 90°$, wodu $\varrho = - \text{arc}\left(\sin = \frac{1}{\mu}\right)$, d. h. seinem größten negati Werth gleich wird. Wenn also keine zweite Brechung stattfin soll, so muß I wenigstens so beschaffen seyn, daß

$I - 2\,\text{arc}\left(\sin = \frac{1}{\mu}\right)$ positiv wird, d. h. der Neigungsw kel I der beiden Seitenflächen des Prisma gegen einander, oder man sich kurz ausdrückt, der Winkel des Prisma, muß nigstens das Doppelte des Maximum des innern Zurückwerfungsw kels betragen.

209. Ist z. B. $\mu = 2$, so muß I wenigstens 60° se In diesem Fall geht kein Strahl direct durch ein gleichseitiges P ma, welches aus der angegebenen brechenden Materie besteht.

210. Vierter Zusatz. Ist μ größer als 1, oder ist Prisma dichter als das umgebende Mittel, so wird $\mu \cdot \sin$ $> \sin I$, und $\text{arc} \cdot \sin (= \mu \sin I) > I$, so daß der W von D (Gleichung d. §. 204) positiv ausfällt, d. h. der St

$$\mu = \frac{\sin \frac{I + D}{2}}{\sin \frac{I}{2}}, \qquad (g)$$

und dieses ist die leichteste und genaueste Art das Brechungsverhältniß irgend einer brechenden Materie zu finden, aus welcher sich ein Prisma bilden läßt.

214. **Beispiel.** Ein Prisma von kieselsaurem Blei, welches aus Kieselerde und Bleioxyd zu gleichen Atomen verbunden besteht, hat den Brechungswinkel $= 21° 12'$. Es bewirkte die kleinste Abweichung von $24° 46'$ für einen Strahl von rothem Licht; wie groß ist das Brechungsverhältniß für diesen Strahl?

$$I = 21° 12', \ \frac{1}{2} I = 10° 36';$$

$$D = 24° \ 6', \ \frac{1}{2} D = 12° 23':$$

$$\sin \left(\frac{I}{2} + \frac{D}{2}\right) = \sin 22° 59' = 9.59158.$$

$$\sin \frac{I}{2} \qquad = \sin 10° 36' = 9.26470.$$

$$0.32688 = \log \mu$$

$$\mu = 2{,}123.$$

215. Dritter Fall. Wir wollen nun einen etwas allgemeinern Fall vornehmen, nämlich die letzte Richtung und Abweichung eines Strahls nach einer beliebigen Anzahl Brechungen durch ebene Oberflächen zu finden, indem man annimmt, daß alle Brechungen in einer Ebene geschehen, und daher alle gemeinschaftlichen Durchschnitte der Ebenen einander parallel sind.

Wir nehmen wie oben an, daß I die Neigung der ersten Fläche gegen die zweite, I' die der zweiten Fläche gegen die dritte bedeutet, und daß I, I' u. s. w. negativ werden, wenn die Ebenen im entgegengesetzten Sinne, in welchem die positiven Winkel gerechnet werden, gegen einander geneigt sind; ferner mögen $\delta, \delta', \delta''$ u. s. w. $\delta^{(n-1)}$ die verschiedenen partiellen Ablenkungen des Strahls an der ersten, zweiten, dritten und nten Oberfläche bezeichnen. Bleiben die übrigen Bezeichnungen wie vorher, so hat man die volle Ablenkung

$$D = \delta + \delta' + \delta'' + \ldots\ldots + \delta^{(n-1)}$$

Da in allen diesen Fällen $\theta = 180°$ ist, so kommt

$$\sin\alpha = \mu \,.\, \sin\varrho \,. \;;\; \alpha' = \varrho + I.$$
$$\mu' \,.\, \sin\varrho' = \sin\alpha' \,,\; \delta = \alpha - \varrho$$
$$\alpha'' = \varrho' + I' \,,\; \mu'' \,.\, \sin\varrho'' = \sin\alpha''$$
$$\delta' = \alpha - \varrho' \;;\quad \text{u. s. w. u. s. w.}$$

Hieraus erhalten wir, wenn n die Anzahl der Flächen bedeute

$$\sin\varrho = \frac{1}{\mu}\,\sin\alpha$$
$$\sin\varrho' = \frac{1}{\mu}\,.\,\sin(I + \varrho)$$
$$\sin\varrho'' = \frac{1}{\mu''}\,.\,\sin(I' + \varrho')$$
$$\sin\varrho''' = \frac{1}{\mu'''}\,.\,\sin(I'' + \varrho'')$$
$$\text{etc.} \qquad \text{etc.}$$
$$\sin\varrho^{(n-1)} = \frac{1}{\mu^{(n-1)}}\,.\,\sin\left(I^{(n-2)} + \varrho^{(n-2)}\right).$$

Hat man hierdurch $\varrho, \varrho', \varrho''$ ..... bestimmt, so erhalten w
$\alpha, \alpha', \alpha''$..... durch die Gleichungen

$$\alpha = \alpha$$
$$\alpha' = \varrho + I$$
$$\alpha'' = \varrho' + I'$$
$$\text{etc.} \qquad \text{etc.}$$
$$\alpha^{(n-1)} = \varrho^{(n-2)} + I^{(n-2)}$$

und endlich auch

$$D = \left\{\alpha + \alpha' + \alpha'' + \ldots\ldots + \alpha^{(n-1)}\right\}$$

[redacted]

Es ist aber ferner

$$\mu \,.\, \sin \rho = \sin \alpha.$$
$$\mu' \,.\, \sin \rho' = \sin (\rho + I)$$
$$\mu'' \,.\, \sin \rho'' = \sin (\rho' + I')$$

u. s. w. u. s. w.

Folglich wenn man diese Gleichungen differentiirt

$$\mu\, d\rho \,.\, \cos \rho = d\alpha \,.\, \cos \alpha.$$
$$\mu'\, d\rho' \,.\, \cos \rho' = d\rho \,.\, \cos (\rho + I)$$
$$\mu''\, d\rho'' \,.\, \cos \rho'' = d\rho' \,.\, \cos (\rho' + I')$$

u. s. w. u. s. w.

$$\mu^{(n-1)}\, d\rho^{(n-1)} \cos \rho^{(n-1)} = d\rho^{(n-2)} \,.\, \cos(\rho^{(n-2)} + I^{(n-2)}).$$

Multiplicirt man alle diese Gleichungen mit einander, so kommt

$$\mu\mu'\mu'' \ldots\ldots \mu^{(n-1)} \,.\, \cos \rho \,.\, \cos \rho' \,.\, \cos \rho'' \ldots\ldots \cos \rho^{(n-1)} \,.\, \frac{d\rho^{(n-1)}}{d\alpha}$$
$$= \cos \alpha \,.\, \cos(\rho + I) \,.\, \cos(\rho' + I') \ldots\ldots \cos(\rho^{(n-2)} + I^{(n-2)})$$

oder auch

$$\mu\mu'\mu'' \ldots\ldots \mu^{(n-1)} \,.\, \cos \rho \,.\, \cos \rho' \,.\, \cos \rho'' \ldots\ldots \cos \rho^{(n-1)}$$
$$= \cos \alpha \,.\, \cos \alpha' \,.\, \cos \alpha'' \ldots\ldots \cos \alpha^{(n-1)} \qquad (i)$$

Diese Gleichung in Verbindung mit den vorigen Relationen zwischen den auf einander folgenden Werthen von ρ und α giebt uns die Auflösung des Problems, allein die Endgleichungen, zu welchen man gelangt, sind sehr verwickelt und von hohen Graden. So würde schon im Fall von drei Brechungen die Endgleichung für $\sin \rho$ oder $\sin \rho'$ auf den sechszehnten Grad steigen, und obgleich ihre Form nur vom achten Grade ist, so ist doch kein Weg vorhanden, sie auf einen niedrigern Grad zu reduciren. Der einzige Fall, in welchem die Form der Gleichung eine weitere Behandlung zuläßt, ist der, wo zwei brechende Flächen gegeben sind, wo die Gleichung (i), die man im Allgemeinen unter die Form

$$\mu^2 \cdot \mu'^2 \ldots\ldots \mu^{(n-1)2} \,.\, (1 - \sin \rho^2)(1 - \sin \rho'^2) \ldots\ldots$$
$$= (1 - \mu\mu \sin \rho^2)(1 - \mu'\mu' \sin \rho'^2) \ldots\ldots \qquad (j)$$

bringen kann, sich auf

$$(\mu^2\mu'^2 - 1) - \mu^2(\mu'^2 - 1)\, x - \mu'^2(\mu^2 - 1)\, y = 0$$

reducirt, indem man der Kürze wegen

$$\sin \rho^2 = x, \quad \sin \rho'^2 = y$$

setzt. Verbindet man dieselbe mit der Gleichung

$$\mu' \sin \rho' = \sin (\rho + I),$$

Da in allen diesen Fällen $\theta = 180°$ ist, so kommt

$$\sin\alpha = \mu \cdot \sin\varrho \,;\; \alpha' = \varrho + I.$$
$$\mu' \cdot \sin\varrho' = \sin\alpha' \,,\; \delta = \alpha - \varrho$$
$$\alpha'' = \varrho' + I' \,,\; \mu'' \cdot \sin\varrho'' = \sin\alpha''$$
$$\delta' = \alpha - \varrho' \,;\; \text{u. s. w. u. s. w.}$$

Hieraus erhalten wir, wenn n die Anzahl der Flächen bedeut

$$\sin\varrho = \frac{1}{\mu} \sin\alpha$$
$$\sin\varrho' = \frac{1}{\mu'} \cdot \sin(I + \varrho)$$
$$\sin\varrho'' = \frac{1}{\mu''} \cdot \sin(I' + \varrho')$$
$$\sin\varrho''' = \frac{1}{\mu'''} \cdot \sin(I'' + \varrho'')$$
$$\text{etc.} \qquad \text{etc.}$$
$$\sin\varrho^{(n-1)} = \frac{1}{\mu^{(n-1)}} \cdot \sin\left(I^{(n-2)} + \varrho^{(n-2)}\right).$$

Hat man hierdurch $\varrho, \varrho', \varrho'' \ldots$ bestimmt, so erhalten $\alpha, \alpha', \alpha'' \ldots$ durch die Gleichungen

$$\alpha = \alpha$$
$$\alpha' = \varrho + I$$
$$\alpha'' = \varrho' + I'$$
$$\text{etc.} \qquad \text{etc.}$$
$$\alpha^{(n-1)} = \varrho^{(n-2)} + I^{(n-2)}$$

und endlich auch

$$D = \left\{\alpha + \alpha' + \alpha'' + \ldots\ldots + \alpha^{(n-1)}\right\}$$
$$- \left\{\varrho + \varrho' + \varrho'' + \ldots\ldots + \varrho^{(n-1)}\right\}$$
$$= \alpha + \left\{I + I' + I'' + \ldots\ldots + I^{(n-2)}\right\} - \varrho^{(n-}$$

Nun ist $I + I' + I'' + \ldots\ldots + I^{(n-2)}$ die Neigung erſten Ebene gegen die letzte, oder der Winkel des zusammengesetz Prisma, welcher durch die Vereinigung aller Ebenen entsteht, den wir durch A bezeichnen wollen, also wird

$$D = \alpha + A - \varrho^{(n-1)} \qquad (h)$$

216. Wir wollen nun untersuchen, wie ein Strahl auf solches System von Oberflächen auffallen muß, damit seine vollst dige Ablenkung ein Minimum ist.

Da $dD = o$ wird, und die Winkel $I, I', I'' \ldots$ constant si so hat man

$$d\alpha = d\varrho^{(n-1)}.$$

218. **Erster Zusatz.** Sind i und i′ die Neigungen desjenigen Theils des Strahls, welcher zwischen den Oberflächen liegt, gegen die erste und die zweite Ebene, so haben wir

$$i = 90° - \varrho \; ; \; i' = 90° - \alpha',$$

so daß die oben gefundene Gleichung (K)

$$\sin i \,.\, \sin i' = \cos I$$

giebt, d. h. das Product der Sinus der Neigungen des Strahls gegen die beiden Ebenen, ist dem Cosinus der Neigung beider Ebenen gegen einander gleich. Dieselbe Relation kann auch anders auf folgende Art ausgedrückt werden: Nehmen wir an, daß der Strahl von beiden Seiten aus dem Innern des Prisma nach Außen zu geht, so ist das Product der Cosinus seiner innern Einfallswinkel auf die zwei Ebenen gleich dem Cosinus der Neigung der beiden Ebenen. Wird der Satz auf diese Art ausgesprochen, so ist zugleich der Fall der Zurückwerfung darin enthalten.

219. Wir haben in dem gegenwärtigen Falle auch noch die Gleichungen:

$$\sin \varrho = \frac{1}{\mu} \,.\, \sin \alpha$$

$$\sin \alpha' = \sqrt{\frac{\mu\mu \,.\, \sin I^2 - \sin \alpha^2}{\mu\mu - \sin \alpha^2}}$$

$$\sin \varrho' = \frac{1}{\mu'} \,.\, \sqrt{\frac{\mu\mu \,.\, \sin I^2 - \sin \alpha^2}{\mu\mu - \sin \alpha^2}}$$

$$\cos D = \cos (\alpha - \varrho) \,.\, \cos (\alpha' - \varrho') \; ;$$

so daß, wenn α gegeben wird, alles Uebrige bekannt ist. Die letzte Gleichung entspricht der Gleichung $\cos D = \cos 2\,\alpha \,.\, \cos 2\,\alpha'$, im Fall der Zurückwerfung.

---

§. VII. Von der gewöhnlichen Brechung von krummen Oberflächen und von den Diakaustiken, oder den Brennlinien, die durch Brechung entstanden sind.

220. Da die Brechung an einer krummen Oberfläche dieselbe ist, als diejenige an einer Ebene, welche die Oberfläche am Einfallspunkt berührt, so können wir vermittelst der Gesetze der Brechung an ebenen Flächen, wenn wir die Natur der krummen Fläche

welche sich auch so schreiben läßt:

$$(\mu'^2 y + x - \sin I^2)^2 = 4\mu'\mu' . \cos I^2 . xy,$$

so erhält man zur Bestimmung von x und y eine Gleichung quadratischer Form, welche in dem besondern Fall, daß $\mu\mu' = 1$ oder wenn die zweite Brechung in dasselbe Mittel geschieht, in welchem sich der Strahl vor seinem ersten Einfall bewegte, dasselbe Resultat giebt, welches wir schon für diesen Fall durch ein ähnliches Verfahren gefunden haben. Obgleich wir nun nicht im Stande sind, die Endgleichungen im allgemeinen Fall aufzulösen, so giebt doch die Gleichung (j) ein Kennzeichen an, durch welches der Zustand der kleinsten Ablenkung geprüft werden kann, und das in verschiedenen Fällen nützlich seyn wird.

217. Vierter Fall. Die erste und die zweite Brechungsebene stehen senkrecht auf einander, man verlangt die Relationen zu wissen, welche sich aus diesen Bedingungen ergeben.

In diesem Fall haben wir $\theta = 90°$, $\cos\theta = o$, $\sin\theta =$ 1, so daß die allgemeine Gleichung (B) §. 199 giebt:

$$\sin\alpha = \mu . \sin\varrho,$$
$$\sin\alpha' = \mu' . \sin\varrho'$$
$$\sin\alpha' = \sin I . \sin\psi.$$
$$\cos\alpha' = \cos\varrho . \cos I + \sin\varrho . \sin I . \cos\psi.$$

Die letzte dieser Gleichungen wird, indem man die Glieder transponirt und quadrirt:

$$\cos\alpha'^2 - 2 . \cos\alpha' . \cos\varrho . \cos I + \cos\varrho^2 . \cos I^2$$
$$= \sin\varrho^2 . \sin I^2 . (1 - \sin\psi^2)$$

Substituirt man hierin für $\sin\psi$ seinen aus der dritten Gleichung abgeleiteten Werth $\frac{\sin\alpha'}{\sin I}$, und zieht so viel als möglich zusammen, so wird

$$\cos\alpha'^2 . \cos\varrho^2 - 2 . \cos\alpha' . \cos\varrho . \cos I + \cos I^2 = o.$$

Aus dieser Größe, welche ein vollkommenes Quadrat ist, erhält man

$$\cos\varrho . \cos\alpha' = \cos I \qquad (k)$$

Diese Gleichung entspricht der Gleichung

$$\cos\alpha . \cos\alpha' = \cos I,$$

welche wir, unter derselben Voraussetzung, bei der Zurückwerfung (§. 104) gefunden haben. Denn da der letztere Fall in dem der Brechung enthalten ist, indem man $\mu = -1$ setzt (§. 192), so haben wir dann $\alpha = -\varrho$, und $\cos\varrho = \cos\alpha$.

$$\sin MPq = \frac{x + py + pZ.}{\mu r (1+pp)}$$

$$\cos MPq = \frac{Z - p(x+py).}{\mu r(1+pp)}$$

Hieraus ergiebt sich nun leicht

$$\text{tang } MPq = \frac{x+py+pZ}{Z-p(x+py)}.$$

Ferner haben wir die Gleichung

$$Mq = PM . \text{tang } MPq = y . \text{tang } MPq$$

$$= \frac{y.(pZ+x+py)}{Z-p(x+py)}; \quad (b)$$

glich auch

$$Qq = x + y . \text{tang } MPq$$

$$= (x+py) . \frac{px - y - Z}{p(x+py) - Z} \quad (c)$$

222. Erster Zusatz. Setzen wir den Bogen CP der ummen Linie $= S$, so haben wir, da $rdr = xdx + ydy = x(x+py)$ ist

$$Z = \sqrt{\mu^2 r^2 \frac{ds^2}{dx^2} - \frac{rrdr^2}{dx^2}}$$

$$= r\sqrt{\mu\mu . \frac{ds^2}{dx^2} - \frac{dr^2}{dx^2}} \quad (d)$$

223. Zweiter Zusatz. Wenn $\mu = -1$ ist, in welchem Fall aus der Brechung eine Zurückwerfung wird, so erhalten wir

$$Z = \sqrt{rr(1+pp) - (x+py)^2}$$

$$= y - px.$$

indem wir für rr seinen Werth $xx + yy$ setzen, so daß der oben gefundene allgemeine Werth von Qq sich auf

$$Qq = 2 . \frac{(x+py)(px-y)}{2px - y(1-pp)}$$

reducirt, welches dasselbe ist, als was wir §. 109 (b) für den Fall der Zurückwerfung fanden.

224. Dritter Zusatz. Führen wir die Bezeichnung

$$P = \text{tang } MqP = \cot MPq = \frac{1}{\text{tang } MPq}$$

ein, so erhalten wir

$$P = \frac{Z - p(x+py)}{x + py + pZ} \quad (e)$$

kennen, den Weg des gerochenen Strahls ableiten. Wir werl uns auf den einfachen Fall beschränken, wo die Oberfläche eine du Umdrehung entstandene ist, und der strahlende Punkt in der Axe li

221. Aufgabe. Es ist ein strahlender Punkt in der irgend einer durch Umdrehung entstandenen brechenden Oberflä gegeben, man verlangt den Brennpunkt irgend eines Ringes Oberfläche.

Es sey CP die krumme Linie, Q der strahlende Punkt, Q die Axe, PM irgend eine Ordinate, PN eine Normale, und Pq o qP die Richtung des gebrochenen Strahls, also q der Bre punkt des durch die Umdrehung des Elements P beschriebenen R ges. Setzen wir dann das Brechungsverhältniß $= \mu$, und n men Q für den Anfang der Coordinaten an, setzen QM = PM = y,

$$r = \sqrt{xx + yy} \; ; \; p = \frac{dy}{dx},$$

so erhalten wir

$$\sin QPM = \frac{x}{r} \; ; \; \cos QPM = \frac{y}{r.} \; ;$$

$$\sin NPM = \frac{p}{\sqrt{1+pp}} \; ; \; \cos NPM = \frac{1}{\sqrt{1+pp}}$$

folglich auch da $NPQ = QPM + NPM$ ist,

$$\sin NPQ = \sin QPM \,.\, \cos NPM + \cos QPM \,.\, \sin NP$$

$$= \frac{x + py}{r\sqrt{1+pp}},$$

und hieraus ergiebt sich

$$\sin NPq = \frac{1}{\mu} . \sin NPQ$$

$$= \frac{x+py}{\mu r \sqrt{1+pp}};$$

$$\cos NPq = \frac{Z}{\mu r \sqrt{1+pp}},$$

wenn wir der Kürze wegen

$$Z = \sqrt{\mu\mu rr\,(1+pp) - (x+py)^2} \qquad (a)$$

annehmen. Da ferner

$$MPq = NPq + NPM$$

ist, so erhalten wir

227. Es ist außerdem einleuchtend, daß wenn wir, wie in der Theorie der Katakaustiken

$$M = \frac{P+p}{dP} \, . \, dx$$

nehmen, und die Länge der Brennlinie $= S$, die Linie $Py = f$ setzen, wir völlig eben so, als in jener Theorie die Gleichungen

$$f = M\sqrt{1+PP}; \; -P = \frac{dY}{dX}$$

$$dS = df + dx \, . \, \frac{1-Pp}{\sqrt{1+PP}}$$

erhalten. Man sehe die §§. 139, 143, 144.

Nun haben wir, indem für P sein Werth (e) substituirt wird,

$$\left.\begin{aligned} \sqrt{1+PP} &= \frac{\mu r(1+pp)}{x+py+pZ}; \\ 1-Pp &= \frac{(x+py)(1+pp)}{x+py+pZ}; \end{aligned}\right\} \quad (h)$$

folglich wird der Werth von dS

$$dS = df + \frac{x+py}{\mu r} dx = df + \frac{dr}{\mu},$$

weil $(x+py)\,dx = r\,dr$ ist. Integrirt man diesen Ausdruck, so kommt

$$S = \text{Const.} + f + \frac{r}{\mu}$$

und wir erhalten daher endlich (Fig. 34)

$$\text{Bogen } Fy = CF - Py + \frac{1}{\mu}(QC - QP). \quad (l)$$

228. Bei der Zurückwerfung des Lichts ist $\mu = -1$, allein zu gleicher Zeit ist das Vorzeichen von f negativ, weil in diesem Fall der zurückgeworfene Strahl mit dem einfallenden auf einerlei Seite des Einfallspunktes liegt; daher ändern beide Glieder der Formel für S ihr Vorzeichen, und dieser Ausdruck fällt mit dem, welcher §. 144 gefunden ist, zusammen.

229. Für den Fall der parallelen Strahlen müssen wir den Werth von P gebrauchen, der §. 226 in der Gleichung (g) angegeben ist. Setzt man $q = \frac{dp}{dx}$, und führt die Operationen aus, so erhalten wir

und die Gleichung des gebrochenen Strahls wird, wenn X und seine Coordinaten sind, deren Anfang in Q ist,

$$Y - y = - P\,(X - x). \qquad (f)$$

da Y auf der entgegengesetzten Seite der Curve von Q aus liegt.

225. Für parallele Strahlen werden diese Ausdrücke folge Gestalt annehmen, indem man zuerst statt x, x + a setzt und dann unendlich groß nimmt:

$$\left.\begin{aligned} Z &= a\sqrt{\mu\mu(1+pp)-1} \\ P &= \frac{-p+\sqrt{\mu^2(1+pp)-1}}{1+p\sqrt{\mu^2(1+pp)-1}} \end{aligned}\right\} \qquad (g)$$

$$Aq = x + y\,\frac{1+p\sqrt{\mu^2(1+pp)-1}}{-p+\sqrt{\mu\mu(1+pp)-1}}, \qquad (h).$$

---

§. VIII. Von den durch Brechung entstandenen Brennlini oder den Diakaustiken.

226. Die Theorie der durch Brechung entstandenen Bren linien ist in jeder Rücksicht derjenigen, vermittelst welcher die du Zurückwerfung entstandenen Brennlinien entwickelt sind, völlig a log. Um die Coordinaten X und Y desjenigen Punkts in der Bren linie zu finden, welcher dem Punkt P in der brechenden Curve e spricht, haben wir nur die Gleichung (f) und ihr Differential n der Größe x, y, p genommen zu betrachten, und sie als zu gleic Zeit bestehend anzunehmen, wodurch wir die nöthigen Gleichung erhalten, um X und Y als Functionen von x und y zu bestimm eben so wie im Fall der Zurückwerfung des Lichts. Diese Gl chungen sind

$$\left.\begin{aligned} X &= x + \frac{P+p}{dP}\,.\,dx\,; \\ Y &= y - \frac{P+p}{dP}\,.\,dx\,; \end{aligned}\right\} \qquad (i)$$

Der einzige Unterschied besteht in den Vorzeichen und dem We von P, der anstatt aus der Formel (a) §. 110, hier aus der v wickeltern Function (e) §. 223 genommen werden muß, und Gleichung der Brennlinie wird man wie früher erhalten, ind man Alles außer X und Y aus diesen beiden Gleichungen elimin

Führt man die linker Hand vom Gleichheitszeichen angedeute= n Operationen wirklich aus, so wird die ganze Gleichung durch $+pp$ theilbar und reducirt sich auf

$$(x+py)^2\{y^2+(x-c)^2\}=\mu\mu(x-c+py)^2(y^2+x^2),$$

er wenn man für p seinen Werth $\frac{dy}{dx}$ setzt, mit dx^2 multiplicirt, d dann die Quadratwurzel auszieht

$$\frac{x\,dx+y\,dy}{\sqrt{xx+yy}}=\mu.\frac{(x-c)\,dx+y\,dy}{\sqrt{(x-c)^2+yy}};$$

tegrirt man diesen Ausdruck, da auf jeder Seite des Gleichheits= ichens sich ein vollkommenes Differential befindet, so erhält man

$$\sqrt{xx+yy}=b+\mu.\sqrt{(x-c)^2+yy} \qquad (n)$$

elches die Gleichung der verlangten Curve ist, und im Allgemeinen er krummen Linie der vierten Ordnung angehört.

233. Erster Zusatz. Man beschreibe um Q (Fig. 36) it einem willkürlich angenommenen Halbmesser AQ den Kreis ABDE; ist dann CP die brechende krumme Linie, und setzt man QA = b, so wird

$$QP=\sqrt{xx+yy},$$
$$Pq=\sqrt{(x-c)^2+yy},$$

nd die Beschaffenheit der krummen Linie wird dann durch die Gleichung

$$BP=\mu.Pq$$

der durch die Proportion

$$BP:Pq=\mu:1$$

usgedrückt.

234. Zweiter Zusatz. Ist b = o, oder der Kreis ABE unendlich klein, so wird

$$QP:Pq=\mu:1$$

welches eine bekannte Eigenschaft des Kreises ist. In diesem Fall hätten wir wirklich aus der Gleichung (n)

$$xx+yy=\mu\mu\{(x-c)^2+yy\}.$$

Verändern wir den Anfang der Coordinaten, indem für x, $x+\frac{\mu^2}{\mu^2-1}$ gesetzt wird, so kommt

$$yy=\left(\frac{\mu}{\mu^2-1}.c\right)^2-xx.$$

$$\left.\begin{aligned} X &= x - \frac{1}{P}\cdot\frac{\mu\mu(1+pp)-1}{\mu\mu q} \\ Y &= y + \frac{\mu\mu(1+pp)-1}{\mu\mu q} \end{aligned}\right\} \quad (m)$$

230. Zusatz. Nehmen wir $\mu = \infty$, oder die brech Kraft des Mittels unendlich groß, so fällt der gebrochene S mit der Normale zusammen, und die Brennlinie wird mit der lute identisch; es ist einleuchtend, daß die Ausdrücke (m), im daß $\mu = \infty$ ist, sich in die wohlbekannten Werthe der Coordi der Evolute verwandeln.

231. Kommen die auf die brechende Curve fallenden St len nicht von einem Punkt her, sondern sind sie Berührungsl einer krummen Linie VV′V″ (Fig. 35), so müssen wir $x - a$ x in dem Werthe von P (§. 224, Gleichung (e)) setzen, und Anfangspunkt der Coordinaten in A annehmen, indem wir durch a bezeichnen; sehen wir dann a als nach einem gewissen setz veränderlich an, oder betrachten $x - a$ auf einmal als ein gebene Function von x, und nehmen das Differential von P dieser Voraussetzung, so gelten die Gleichungen (i) immer und reichen hin, um die Brennlinie zu bestimmen.

232. **Der strahlende Punkt und das Brechu verhältniß eines brechenden Mittels ist gegeben, soll die Beschaffenheit der krummen Linie bestimm welche alle Strahlen in Einen Punkt bricht.**

Wir sollen die Relation zwischen x und y hierbei derg finden, daß Qq einen unveränderlichen Werth erhält. Es Qq = c, und wir erhalten

$$c = (x + py)\,\frac{px - y - Z}{p(x+py) - Z}$$

in welchem Ausdruck die Größe

$$Z = \sqrt{\mu\mu(xx+yy)(1+pp) - (x+py)^2}$$

ist. Diese Gleichung giebt

$$(x+py)\{p(x-c) - y\} = Z\,(x - c + py)$$

Quadrirt man auf beiden Seiten und setzt für Z^2 seinen W so kommt:

$$(x+py)^2\{(p(x-c)-y)^2 + (x-c+py)^2\}$$
$$= (x-c+py)^2.\,\mu^2(x^2+y^2)(1+pp$$

enschaft eines Kegelschnitts ausdrückt, vermöge welcher QP : qP in m constanten Verhältniß steht, welches hier wie $\mu : 1$ ist. (Fig. 38.)

237. Fünfter Zusatz. Die krumme Linie ist eine Ellipse, n QP größer als Pq wird, d. h. wenn der Strahl aus einem nern in ein dichteres Mittel fällt; im entgegengesetzten Falle ist eine Hyperbel. Ist QP = Pq, so wird die Curve eine Parabel seyn, in diesem Fall ist $\mu = 1$, und die Strahlen convergiren h einem unendlich entfernten Brennpunkt, d. h. sie bleiben parallel.

238. Um ein besonderes Beispiel über die Aufsuchung einer ch Brechung entstandenen Brennlinie aus den oben entwickelten emeinen Formeln zu geben, sey die brechende Oberfläche eine ene, und wir erhalten, indem der Anfang der Coordinaten im hlenden Punkt angenommen wird, und die Coordinatenaxe der senkrecht auf der brechenden Ebene ACB steht,

$$x = \text{Const} = QC = a,\ p = \frac{dy}{dx} = \infty$$

Hieraus erhalten wir

$$Z = p\sqrt{(\mu\mu - 1)yy + \mu\mu aa};$$

$$P = -\frac{y}{\sqrt{(\mu\mu - 1)yy + \mu\mu aa}};$$

$$\frac{dP}{dx} = -\frac{\mu\mu aap.}{\sqrt{(\mu\mu - 1)yy + \mu\mu aa}}$$

Substituiren wir daher diese Werthe in den Gleichungen (i), so kommt

$$\left.\begin{aligned} \mu\mu aa(a - X) &= \{(\mu\mu - 1)yy + \mu\mu aa\}^{3/2} \\ Y &= \frac{1 - \mu\mu}{\mu\mu} \cdot \frac{y^3}{aa} \end{aligned}\right\}$$

Eliminirt man die Größe y, so erhält man die Gleichung der Brennlinie:

$$\left(\frac{a - X}{\mu a}\right)^{2/3} + \left(\frac{\sqrt{1 - \mu\mu}}{\mu} \cdot \frac{Y}{a}\right)^{2/3} = 1.$$

Dieß ist die Gleichung der Evolute eines Kegelschnitts, dessen Mittelpunkt C ist, und dessen Brennpunkt der strahlende Punkt Q ausmacht. Ist μ größer als die Einheit, oder geschieht die Brechung aus einem dünnern in ein dichteres Mittel, so ist der Kegelschnitt eine Ellipse (Fig. 39), im entgegengesetzten Fall eine Hyperbel (Fig. 40).

Der Halbmesser des Kreises ist daher gleich $\frac{\mu}{\mu\mu - 1}$. Q
und die Entfernung seines Mittelpunktes vom strahlenden Pu
wird durch $\frac{\mu\mu}{\mu\mu - 1}$. Qq ausgedrückt. Nimmt man daher ir
einen Kreis HPC, dessen Mittelpunkt in E sich befindet (Fig. 3
und zwei Punkte Q, q so daß QE $= \mu$. EC und

$$QC : Cq = \mu : 1$$

wird, so werden alle aus Q herkommenden Strahlen, die auf
Oberfläche PH fallen, nach ihrer Brechung im Mittel M, vo
aus divergiren.

235. Dritter Zusatz. Wenn $\mu = -1$ ist, so wird
Gleichung (n), nachdem sie von den Wurzelgrößen befreit wird,
vom zweiten Grade zwischen x und y seyn, und gehört daher ei
Kegelschnitt zu. Führt man die Reduction aus, so kommt:

$$yy = \frac{bb}{4} - xx + \left(\frac{cc - 2cx}{2b}\right)^2$$

aus welcher Gleichung man sieht, daß der strahlende Punkt Q
dem einen Brennpunkt, und q im andern sich befindet. Dieses
dasselbe Resultat, welches wir schon früher durch eine andere
von Integration fanden.

236. Vierter Zusatz. Ist Q unendlich entfernt, und
her die Strahlen parallel, so müssen wir den Anfangspunkt
Coordinaten von Q nach q verlegen, indem wir c — x für x se
und dann c unendlich groß annehmen. Dieß giebt

$$\sqrt{cc - 2cx + xx + yy} = b + \mu \sqrt{xx + yy}.$$

Entwickelt man das vordere Glied in einer Reihe, so wir

$$c - b - x + \frac{xx + yy}{2cc} + \text{etc. etc.} = \mu \sqrt{xx + yy}$$

Es sey c — b $=$ h, welche Annahme, da b einen belie
Werth hat, der Allgemeinheit keinen Eintrag thut, und h dahe
gend einen endlichen Werth haben mag; ist dann c unendlich g
so geht die Gleichung in diese über:

$$h - x = \mu \sqrt{xx + yy}.$$

Nun sey CP ein Kegelschnitt, q sein Brennpunkt, AB die
qM $=$ x, PM $=$ y, dann wird QP $=$ h — x, wenn wir qA
setzen, und man sieht, daß die vorige Gleichung die wohlbek

…r Aufgabe, wie auch die Amplitude desjenigen Ringes, zu wel…chen der Brennpunkt q gehört, beschaffen seyn mag; und wir kön…en zu denselben immer wieder unsere Zuflucht nehmen. Da wir …s aber jetzt bloß mit centralen Strahlen zu beschäftigen haben, so …üssen wir $y = o$ annehmen, und dann ergiebt sich

$$x = a - r;\ yZ = \mu r x = \mu r (a - r)$$

$$\left.\begin{aligned} Qq &= a . \frac{(a-r)(1-\mu)}{a - \mu a - \mu r.} \\ Cq &= \frac{\mu r (r - a)}{a - \mu a + \mu r.} \end{aligned}\right\} \quad (b)$$

245. Erster Zusatz. Dieser letztere Ausdruck ist die Brenn…eite für centrale Strahlen. Da nun $a - r = QC$, so erhalten wir …e folgende Proportion $a - \mu a + \mu r : \mu(r-a) = r : Cq$ d.h.

$$\mu . QC - QE : \mu . QC = CE : Cq \quad (c)$$

246. Zweiter Zusatz. Nehmen wir den strahlenden Punkt … unendlicher Entfernung, oder setzen wir $a = \infty$, und bezeich…n F die Stelle von q für centrale Strahlen, so ist F der Haupt…rennpunkt, und wir erhalten

$$\left.\begin{aligned} CF &= \frac{\mu r}{\mu - 1.} \\ CE : CF &= \mu - 1 : \mu . \\ CE : EF &= \mu - 1 : 1 . \\ CF : FE &= \mu : 1 \end{aligned}\right\} \quad (d)$$

247. Diese Resultate lassen sich für unsere künftigen Zwecke …emer ausdrücken, indem wir eine andere Bezeichnungsart ein…hren. Es sey daher:

$R = \frac{1}{r} =$ der Krümmung der Oberfläche, und es mögen die positiven Werthe von R und r dem Fall entsprechen, wo der Mittelpunkt E rechter Hand vom Scheitel C, oder in der Richtung, nach welcher die Strahlen sich bewegen, liegt.

$D = \frac{1}{QE} =$ der Nähe des strahlenden Punktes zur Oberfläche (Fig. 42), indem man D als positiv ansieht, wenn Q rechts von C liegt, wie Fig. 42, und negativ, wenn er sich links befindet, wie Fig. 41. Da nun $QE \stackrel{\pm}{=} a$ ist, und in der vorigen Rechnung QE als positiv betrachtet wurde,

§. IX. Von den Brennpunkten der Kugeloberflächen für centr[ale] Strahlen.

239. Die Krümmung einer Kugeloberfläche ist das Um[ge]kehrte ihres Halbmessers, oder ein Bruch, dessen Zähler die Einh[eit] und dessen Nenner die Anzahl der Einheiten desjenigen Maßes [ist,] auf welches der Halbmesser bezogen wird.

240. Die Nähe zweier Punkte ist das Umgekehrte ih[rer] gegenseitigen Entfernung, oder der Quotient, welcher entsteht, we[nn] die Einheit durch die Anzahl der Einheiten dieser Entfernung di[vi]dirt wird.

241. Die Brennweite einer sphärischen Oberfläche ist [die] Entfernung des Scheitels derselben von dem Punkte, in welch[em] sich die Strahlen vereinigen.

242. Die Hauptbrennweite der Focallänge ist [die] Entfernung des Scheitels von demjenigen Punkte, in welchem [sich] parallele und centrale Strahlen vereinigen, oder von dem [sie] nach der Brechung oder Zurückwerfung ausgehen.

243. Die Kraft einer Kugeloberfläche ist das Umgekehrte [ih]rer Hauptbrennweite, welche also eben so wie die Krümm[ung] und die Nähe geschätzt wird.

244. Aufgabe. Den Brennpunkt einer sphärisch[en] brechenden Fläche nach einer Brechung für centr[ale] Strahlen zu finden.

Setzt man hier die Entfernung des strahlenden Punktes von dem Mittelpunkte der Kugel E = a (Fig. 41), so haben [wir]

$$(a-x)^2 + yy = rr, \quad p = \frac{a-x}{y.},$$

$$1 + pp = \frac{rr}{yy} \; ; \; x + py = a.$$

und substituirt man diese Werthe in den allgemeinen Ausdrü[cken] (§. 221), so erhält man

$$\left.\begin{aligned} yZ &= \sqrt{\mu^2 r^2 x^2 + (\mu^2 r^2 - a^2) y^2} \\ Qq &= a \left\{ 1 - \frac{rr}{a(a-x) - yZ} \right\} \\ Cq &= r \left\{ 1 - \frac{ra}{a(a-x) - yZ} \right\}. \end{aligned}\right\} \quad (a)$$

Diese Werthe von Qq und Cq enthalten die strenge Auflö[sung]

geben, woraus wir sehen, daß die Kraft einer sphärischen Oberfläche im directen Verhältniß ihrer Krümmung steht.

249. Hieraus erhalten wir auch die Gleichung

$$f = F + mD. \quad (g)$$

250. Im Fall der Zurückwerfung, wo $\mu = -1$, oder $m = -1$ ist, werden diese Gleichungen

$$F = 2R,\ f = 2R - D,\ f = F - D \quad (h)$$

Wir haben die Ausdrücke für die Brennpunkte der centralen Strahlen in dem Fall gefunden, daß nur eine sphärische Oberfläche gegeben ist, und wir wollen nun irgend ein System von sphärischen Oberflächen betrachten.

251. **Aufgabe.** Den Brennpunkt für centrale Strahlen nach der Brechung durch eine beliebige Menge sphärischer Oberflächen zu finden.

Es seyen C', C'', C''' die Oberflächen, Q' der Brennpunkt der auf C' fallenden Strahlen, Q'' der der gebrochenen Strahlen, oder derjenigen, die auf C'' fallen u. s. w.; man nenne R', R'', R''' u. s. w. die Krümmungen der ersten, zweiten u. s. w. Oberfläche, μ', μ'' u. s. w. ihre Brechungsverhältnisse aus dem vorhergehenden Mittel ins zunächst darauf folgende, $m' = \frac{1}{\mu'}, m'' = \frac{1}{\mu''}$ u. s. w. Ferner sey $D' = \frac{1}{C'Q'}$, $D'' = \frac{1}{C''Q''}$ u. s. w. und man setze $C'C'' = t'$, $C''C''' = t''$ u. s. w., wo t', t'' u. s. w. als positiv betrachtet werden, wenn C'', C''' u. s. w. resp. rechter Hand von C', C'' u. s. w. liegen, d. h. in der Richtung, in welcher sich der Strahl bewegt; nehmen wir

$$\frac{1}{C'Q''} = f',\ \frac{1}{C''Q'''} = f'' \text{ etc. etc.}$$

$$F' = (1 - m')R',\ F'' = (1 - m'')R'', \text{ etc. etc.}$$

so haben wir aus §. 249

$$\left.\begin{aligned} f' &= F' + m'D' \\ f'' &= F'' + m''D'' \\ &\text{etc. etc. etc.} \end{aligned}\right\} \quad (i)$$

Wir haben aber auch

$$C'Q' = \frac{1}{D'},\ C''Q'' = \frac{1}{D''} = C'Q'' - C'C'' = \frac{1}{f'} - t';$$

wenn Q linker Hand von E lag, so müssen (Fig. 42) QE = — a haben, und QC = (+ EC = r — a, so daß

$$D = \frac{1}{r - a}\ ;\ a = \frac{1}{R} - \frac{1}{D}.$$

$m = \frac{1}{\mu}$ = dem Umgekehrten des Brechungsverhältni

$F = \frac{1}{CF}$ = der Kraft der Oberfläche.

$f = \frac{1}{Cq}$ = der Nähe des Brennpunktes der gebroche Strahlen zur Oberfläche.

Die positiven Werthe von F und f, so wie die von D unl zeigen an, daß die Punkte F, f, Q, E rechter Hand von C, oder der Richtung, nach welcher die Strahlen sich bewegen, liegen. I kommt darauf hinaus, daß wir annehmen, der positive Fall sey jenige, wo convergente Strahlen auf eine convexe Oberfl eines dichtern Mittels fallen. Wir haben dann

$$r = \frac{1}{R};\ r - a = \frac{1}{D}$$

$$a = \frac{1}{R} - \frac{1}{D}\ ;\ \mu = \frac{1}{m}.$$

Die Gleichung (b) giebt aber

$$\frac{1}{Cq} = \frac{a + \mu(r - a)}{\mu r (r - a)},$$

folglich wenn wir hierin die angegebenen Werthe substituiren, kommt:

$$f = (1 - m) R + m D \qquad (e)$$

Diese Gleichung enthält die ganze Lehre von den Brennp ten der centralen Strahlen, die auf sphärische Oberflächen fal und sie kann als die Fundamentalgleichung dieser Theorie angesi werden.

248. Im Fall der parallelen Strahlen haben wir D = die Strahlen mögen von der rechten Hand zur linken, oder von linken zur rechten gehen. In beiden Fällen hat f denselben We nämlich (1 — m) R, und die Hauptbrennweite F ist auch die und wird durch die Gleichung

$$F = (1 - m) R \qquad (f)$$

...men, woraus wir sehen, daß die Kraft einer sphärischen Ober-...che im directen Verhältniß ihrer Krümmung steht.

249. Hieraus erhalten wir auch die Gleichung

$$f = F + mD. \qquad (g)$$

250. Im Fall der Zurückwerfung, wo $\mu = -1$, oder ...$= -1$ ist, werden diese Gleichungen

$$F = 2R,\ f = 2R - D,\ f = F - D \qquad (h)$$

Wir haben die Ausdrücke für die Brennpunkte der centralen Strahlen in dem Fall gefunden, daß nur eine sphärische Oberfläche ...den ist, und wir wollen nun irgend ein System von sphärischen ...flächen betrachten.

251. **Aufgabe.** Den Brennpunkt für centrale Strahlen nach der Brechung durch eine beliebige Menge sphärischer Oberflächen zu finden.

Es seyen C', C'', C''' die Oberflächen, Q' der Brennpunkt der ...f C' fallenden Strahlen, Q'' der der gebrochenen Strahlen, oder ...jenigen, die auf C'' fallen u. s. w.; man nenne R', R'', R''' u. s. w. ...e Krümmungen der ersten, zweiten u. s. w. Oberfläche, μ', μ'' ... w. ihre Brechungsverhältnisse aus dem vorhergehenden Mit... ...ui zunächst darauf folgende, $m' = \frac{1}{\mu'}, m'' = \frac{1}{\mu''}$ u. s. w. ...ner sey $D' = \frac{1}{C'Q'}$, $D'' = \frac{1}{C''Q''}$ u. s. w. und man setze $C'C'' = t', C''C''' = t''$ u. s. w., wo t', t'' u. s. w. als positiv be...tet werden, wenn C'', C''' u. s. w. resp. rechter Hand von C', Q'' ...w. liegen, d. h. in der Richtung, in welcher sich der Strahl ...egt; nehmen wir

$$\frac{1}{C'Q''} = f', \quad \frac{1}{C''Q'''} = f'' \text{ etc. etc.}$$

$$F' = (1 - m')R', \quad F'' = (1 - m'')R'', \text{ etc. etc.}$$

...haben wir aus §. 249

$$\left.\begin{array}{l} f' = F' + m'D' \\ f'' = F'' + m''D'' \\ \text{etc. etc. etc.} \end{array}\right\} \qquad (i)$$

Wir haben aber auch

$$C'Q' = \frac{1}{D'},\ C''Q'' = \frac{1}{D''} = C'Q'' - C'C'' = \frac{1}{f'} - t';$$

und so fort, so daß wir außerdem die folgenden Relationen erhal...

$$\left.\begin{array}{l} D' = D' \\ D'' = \dfrac{f'}{1-f't'}, \\ D''' = \dfrac{f''}{1-f''t''}, \\ \text{etc. etc.} \end{array}\right\} \quad (j)$$

Substituirt man diese Werthe von D'', D''' u. s. w. in d... Gleichungen (i), so erhält man dadurch die Werthe von f', f'' u. s. ...

252. Die beiden Systeme von Gleichungen (i) und (j) en... halten die allgemeine Auflösung der Aufgabe, wie auch der Zwische... raum zwischen den Flächen beschaffen. Führt man aber diese Re... nungen wirklich aus, so werden die Ausdrücke für allgemeine Wert... von t', t'' u. s. w. außerordentlich verwickelt; auch giebt es kein Mi... tel dieselben zu vereinfachen, da die Verwickelung im Gegenstan... selbst liegt, und nicht in der Methode der Behandlung. Man ka... hierüber Lagrange nachsehen (Sur la Théorie des lunettes, Mé... de Berlin. 1778). Wir wollen hier nur die hauptsächlichsten Fä... behandeln.

253. Die Brennweite eines Systems von sphäri... schen Oberflächen zu finden, die an einander liege...

Hier verschwinden alle t', t'' u. s. w. und die Gleichungen (... und (j) werden ganz einfach

$$D' = D',\ D'' = f',\ D''' = f''.\ \text{u. s. w.}$$

$$f' = F' + m'D',\ f'' = F'' + m''D'',\ \text{u. s. w.}$$

Aus diesen erhalten wir durch Substitution

$$f'' = F'' + m''F' + m'm''D'$$

$$f''' = F''' + m'''F'' + m'''m''F' + m'''m''m'D'$$

welche Reihe man leicht so weit fortsetzen kann, als man will.

254. Erster Zusatz. Es sey die Anzahl der Oberflächen = ... und es mag M' das absolute Brechungsverhältniß aus dem leer... Raume in das erste Medium, $M'' = \mu'\mu''$ das absolute Brechungsve... hältniß aus dem leeren Raume in das zweite Medium u. s. w. bedeute... da μ', μ'' u. s. w. bloß die relativen Brechungsverhältnisse aus jede... Medium in das nächst folgende angeben. Auf diese Art erhalten w...

$$M^{(n)}f^{(n)} = D' + M'F' + M''F'' + \ldots\ldots + M^{(n)}F^{(n)}.\ (\ldots$$

255. Zweiter Zusatz. Für parallele Strahlen, in welch... Richtung sie auch auffallen mögen, ist immer $D' = o$, und die Haup...

weite des ganzen Systems, die wir durch $\frac{1}{\varphi^{(n)}}$ bezeichnen wol-
n, wird durch die Gleichung

$$M^{(n)}\varphi^{(n)} = M'F' + M''F'' + \ldots\ldots + M^{(n)}F^{(n)}, \quad (l)$$

den.

256. Dritter Zusatz. Hieraus sieht man, daß wenn $\varphi^{(n)}$, kraft des Systems der Kugeloberflächen, oder das Umgekehrte Brennlänge für parallele Strahlen aus der letztern Gleichung ge- den ist, der Brennpunkt für convergente oder divergente Strah- auf Einmal durch die Gleichung

$$M^{(n)}f^{(n)} = M^{(n)}\varphi^{(n)} + D'$$

funden wird.

257. Der Kürze und der Bequemlichkeit wegen wollen wir Bezeichnungsart folgendermaßen abändern; indem wir näm- die accentuirten Buchstaben auf die verschiedenen einzelnen Ober- flächen, die das System ausmachen, beschränken, mögen die nicht accentuirten sich auf die vereinte Wirkung des ganzen Systems be- ziehen. Indem daher F', F'' ..... $F^{(n)}$ die individuellen Kräfte der einzelnen Oberflächen bedeuten, wird F ohne Strich die verei- nigte Kraft des ganzen Systems bezeichnen. In dieser Rücksicht kann D' ohne Unterschied in zwei Bedeutungen gebraucht werden; accentuirt, indem es sich auf den Einfall an der ersten Oberfläche bezieht, oder nicht accentuirt, wo es die Nähe des Brennpunktes des ganzen Systems der einfallenden Strahlen zum Scheitel desselben be- zeichnet. Auf ähnliche Art kann $M^{(n)}$ ohne Accent gebraucht werden, wenn wir die Brechungskraft des Systems so ansehen, als ob es zu einem Mittel gehörte, der durch eine einzige Brechung in das letzte Mittel über- geht. Unter dieser Voraussetzung werden die Gleichungen (k) und (l) in diese übergehen

$$MF = M'F' + M''F'' + \ldots\ldots + M^{(n)}F^{(n)}; \quad (m)$$

$$Mf = MF + D\,;\; M(F - f) + D = 0. \quad (n)$$

258. Befindet sich das ganze System im leeren Raume, oder geschieht die letzte Brechung in den leeren Raum, so haben wir $M = 1 = M^{(n)}$, und die Gleichungen werden

$$\left.\begin{aligned} F &= M'F' + M''F'' + \ldots\ldots + M^{(n)}F^{(n)} \\ f &= F + D \end{aligned}\right\} \quad (o)$$

259. Erklärungen. Eine Linse bedeutet in der Optik einen Theil eines brechenden Mittels, welcher von zwei durch Um-

drehung entstandenen Oberflächen eingeschlossen wird, und deren A
zusammenfallen. Treffen die Oberflächen einander nicht, und schlie
daher keinen Raum ein, so muß man sich eine Gränze hinzugef
denken, die in einer cylindrischen Oberfläche besteht, deren Axe
der der Oberflächen zusammenfällt.

Die Axe der Linse ist die gemeinschaftliche Axe aller zu
gehörigen begränzenden Oberflächen.

Die Linsen werden nach der Natur ihrer Oberflächen ein
theilt in biconvexe, deren beide Oberflächen erhaben sind (Fig. 4
planconvexe, deren eine Oberfläche eben, die andere erhaben
(Fig. 45); concavconvexe (Fig. 46); biconcave (Fig. 47
planconcave (Fig. 48) und Menisken (Fig. 49), bei denen
concave Oberfläche weniger gekrümmt ist als die erhabene. A
theilt man sie in sphärische, wenn ihre Oberflächen Kugelabschni
sind, in conoidische, wenn sie Stücke von Ellipsoiden, Hyperbol
den u. s. w. sind.

260. Diese verschiedenen Arten werden algebraisch durch
Gleichungen ihrer Oberflächen unterschieden, so wie auch durch
Vorzeichen ihrer Krümmungshalbmesser. In dem Fall, daß die L
sen sphärisch sind, auf welche allein wir unsere Untersuchungen
schränken wollen, werden wir einen positiven Krümmungshalbmes
derjenigen Oberfläche beilegen, welche ihre erhabene Seite nach
linken Hand kehrt, und einen negativen derjenigen, deren Convexi
nach der rechten Hand gewendet ist. Nach dieser Annahme hab
wir folgende verschiedene Bezeichnungen:

Meniskus und concavconvex:

Beide Halbmesser +, wie Fig. 46, 49, a,
beide Halbmesser —, wie Fig. 46, 49, b.

Planconvex.

Halbmesser der ersten Fläche +, der zweiten ∞, Fig. 45,
Halbmesser der ersten Fläche ∞, der zweiten —, Fig. 45,

Planconcav.

Halbmesser der ersten Fläche —, der zweiten ∞, Fig. 48,
Halbmesser der ersten Fläche ∞, der zweiten +, Fig. 48,

Biconvex.

Halbmesser der ersten Fläche +, der zweiten —, Fig. 44.

Biconcav.

Halbmesser der ersten Fläche —, der zweiten +, Fig. 47.

In allen Fällen nehmen wir an, daß die Strahlen von der linken nach der rechten Hand gehen.

Eine *zusammengesetzte Linse* ist eine solche, die aus mehreren aneinandergesetzten Linsen besteht.

Eine *aplanatische* Linse ist eine solche, welche alle auf sie fallenden Strahlen in einen und denselben Brennpunkt bricht.

261. *Aufgabe.* Die Kraft und den Brennpunkt einer einzelnen dünnen Linse im leeren Raume zu finden.

Es seyen R' und R'' die Krümmungshalbmesser der ersten und der zweiten Oberfläche, μ das Brechungsverhältniß des Mittels, aus welchem die Linse besteht, $m = \frac{1}{\mu}$, F ihre Kraft, so erhalten wir, da die letzte Brechung in den leeren Raum geschieht

$$F = \mu F' + F'' ; \quad f = F + D ;$$

Da aber $F' = (1 - m') R'$ und $F'' = (1 - m'') R''$, und indem $m' = \frac{1}{\mu}$, $m'' = \mu$, so wird auch $F' = \frac{1}{\mu}(\mu - 1) R'$, $F'' = -(\mu - 1) R''$, so daß der Brennpunkt der Linse durch die Gleichungen

$$\left.\begin{array}{l} F = (\mu - 1)(R' - R'') \\ f = F + D \end{array}\right\} \quad (p)$$

bestimmt wird.

262. *Erster Zusatz.* Die Kraft einer Linse ist dem Unterschied der Krümmungen der beiden Oberflächen bei einem Meniskus oder einer concavconvexen Linse proportional; bei einer biconvexen oder biconcaven aber der Summe derselben.

Bei einer planconvexen oder einer planconcaven Linse verhält sich die Kraft bloß wie die Krümmung der convexen oder der concaven Seite.

263. *Zweiter Zusatz.* Für biconvexe Linsen ist R' positiv, R'' negativ, so daß, wenn $\mu > 1$, F positiv ausfällt, oder die Strahlen convergiren nach einem Brennpunkt hinter der Linse. Bei planconvexen ist $R'' = o$ und R' positiv, oder $R' = o$, und R'' negativ. In beiden Fällen ist F positiv und die Strahlen convergiren auch. Bei Menisken ist R' positiv, und obgleich auch R'' positiv wird, so hat es doch einen kleinern Werth als R', folglich findet dasselbe statt. In allen diesen Fällen sagt man, es sey ein *wirklicher*

Brennpunkt vorhanden, da sich die Strahlen in der That tr
fen. Bei biconcaven, planconcaven oder concavconvexen Linsen
det das Gegentheil statt; der Focus liegt an der entgegengesetz
Seite, oder nach den einfallenden Strahlen zu, und parallele Str
len divergiren von demselben nach ihrer Brechung. In diesem F
treffen daher die Strahlen einander nie, und der Brennpunkt w
ein virtueller Brennpunkt genannt.

264. Dritter Zusatz. Ist μ kleiner als die Einheit, o
besteht die Linse aus einem Mittel, welches weniger dicht als
umgebende ist (da letzteres nicht nothwendig der leere Raum
seyn braucht, wenn nur das ganze System sich innerhalb eines u
desselben Mittels befindet), so ist $\mu - 1$ negativ, und alle vor
auseinandergesetzten Fälle werden umgedreht. Unter dieser V
aussetzung geben convexe Linsen virtuelle, concave aber reelle Bren
punkte.

265. Vierter Zusatz. Für Linsen aus dichtern Mitt
sind die Kräfte für biconvexe, planconvexe und Menisken posit
für biconcave, planconcave und concavconvexe negativ; das Um
kehrte findet für dünnere Mittel statt.

266. Fünfter Zusatz. Der Brennpunkt der parallel
Strahlen liegt immer in einerlei Entfernung, auf welche Seite d
Linse die Strahlen auch fallen. Denn wird die Linse umgedreh
so geht R' in R'' über, und umgekehrt, aber da dieselben zugleich ih
Vorzeichen ändern, so bleibt F ungeändert.

267. Sechster Zusatz. Die Gleichung $f = F + D$ gi
$df = dD$. Dieß zeigt, daß die Brennpunkte der einfallenden u
der gebrochenen Strahlen sich immer in einerlei Richtung bew
gen, wenn der eine in der Axe verschoben wird, und daß außerde
ihre Nähe zur Linse gleich viel zu- oder abnehmen.

268. Aufgabe. Den Brennpunkt der Centra
strahlen irgend eines Systems von aneinanderliege
den Linsen zu bestimmen, wenn man voraussetzt, da
die Linsen unendlich dünn sind.

Die allgemeine Aufgabe eines Systems von sphärischen Obe
flächen enthält diese Aufgabe als einen besondern Fall, denn w
können die hintere Fläche der ersten Linse und die vordere der zwe
ten so ansehen, als ob sie eine Linse aus dem zwischen beiden Lin
sen liegenden leeren Raum bildete, und so für die übrigen. E

. Im Fall daß zwei Oberflächen gegeben sind, oder eine nse im leeren Raume, erhält man, da $M = 1$ ist

$$f = (\mu-1)(R'-R'')+D + \frac{1}{\mu}\left\{(\mu-1)R'+D\right\}^2 t \quad \text{(s)}$$

parallele Strahlen wird dieser Ausdruck:

$$F = (\mu-1)(R'-R'') + \frac{(\mu-1)^2}{\mu} R'^2 . t; \quad \text{(t)}$$

t' gesetzt ist, und den Abstand beider Oberflächen von einder die Dicke der Linse bezeichnet.

2. Aufgabe. Die Brennpunkte einer Linse zu men, deren Dicke t zu beträchtlich ist, als daß rgend eine ihrer Potenzen vernachlässigen

$$D' = D, \; D'' = \frac{f}{1-f't'};$$

$$f' = (1-m')R' + m'D;$$

$$f'' = (1-m'')R'' + m''D'';$$

ie letzte Gleichung giebt, indem man bemerkt, daß $\frac{1}{\mu}$, $m'' = \mu$ ist,

$$= \frac{(\mu-1)(R'-R'')+D+\frac{\mu-1}{\mu}\left\{(\mu-1)R'+D\right\}R''t}{1-\frac{1}{\mu}\left\{(\mu-1)R'+D\right\}t} \quad \text{(u)}$$

ür parallele Strahlen

$$F = \frac{\mu(\mu-1)(R'-R'')+(\mu-1)^2R'R''t}{\mu-t(\mu-1)R'} \quad \text{(v)}$$

273. Erstes Beispiel. Die Brennpunkte einer Kuzu bestimmen.

Hier ist $R'' = -R' = -R$, $t = \frac{2}{R}$, und die Gleichungen und (v) gehen in diese über

$$f = \frac{(2\mu-2)R+(2-\mu)D}{(2-\mu)R-2D} R; \quad F = \frac{2\mu-2}{2-\mu}.R; \quad \text{(w)}$$

convexe Seite des andern, welches in unmittelbarer Berührung mit dem ersten steht, durch einen unendlich schmalen leeren Raum von einander getrennt werden, wie in Fig. 50. Auf diese Art kann ein System von einer beliebigen Anzahl, z. B. n Mitteln, deren Oberflächen in ihrer ganzen Ausdehnung sich berühren, durch ein gleichgeltendes System von 2n—1 Linsen ersetzt werden, von denen eine um die andere als aus leerem Raum gebildet, oder ohne Brechungskraft angenommen wird. Diese Art den Gegenstand zu betrachten ist oft von sehr bequemem Gebrauch. Sie leitet uns außerdem auf das Resultat, daß die Kraft einer beliebigen Anzahl sphärischer Oberflächen, die sich im leeren Raum befinden, der Summe der Kräfte der verschiedenen Linsen, in welche das System der sphärischen Oberflächen zerlegt werden kann, gleich ist, wenn jede der einzelnen Linsen als im leeren Raume befindlich und für sich wirkend betrachtet wird.

270. Wir wollen nun zu dem Fall zurückkehren, wo die Flächen durch endliche Räume von einander getrennt sind, und nun werden zuerst die Brennpunkte eines Systems von Oberflächen untersuchen, deren Entfernungen von einander klein genug sind, daß ihre Quadrate vernachlässigt werden können. In diesem Fall werden die Gleichungen (j) des §. 251

$$D' = D,\ D'' = f' + f'^2 t';$$
$$D''' = f'' + f''^2 t'';\ \text{u. s. w. u. s. w.}$$

Substituirt man diese Werthe in die Gleichungen (i) und behält die Bezeichnungen des §. 257 bei, so kommt

$$\left.\begin{aligned} Mf = M^{(n)} f^{(n)} = M'F' + M''F'' + \ldots\ldots + M^{(n)}F^{(n)} + D \\ + M' f'^2 t' + M'' f''^2 t'' \\ + \ldots\ldots\ldots\ldots + M^{(n-1)} f^{(n-1)2} t^{(n-1)} \end{aligned}\right\}$$

Hierin haben wir nun zu bemerken, daß

$$f' = F' + m' D$$
$$f'' = F'' + m'' F' + m' m'' D'$$

u. s. w. u. s. w.

und substituirt man die auf diese Art ausgedrückten Werthe von $f', f'' \ldots$, in vorige Gleichung, so erhält man

$$\left.\begin{aligned} Mf = M'F' + M''F'' + M'''F''' + \ldots\ldots + D \\ + M'(F' + m'D)^2 t' \\ + M''(F'' + m''F' + m''m'D)^2 t'' \\ + \ldots\ldots\ldots \end{aligned}\right\} (r)$$

271. Im Fall daß zwei Oberflächen gegeben sind, oder eine Linse im leeren Raume, erhält man, da $M = 1$ ist

$$\left.\begin{aligned} f &= (\mu-1)(R'-R'')+D \\ &\quad + \frac{1}{\mu}\left\{(\mu-1)R'+D\right\}^2 t \end{aligned}\right\} \quad (s)$$

Für parallele Strahlen wird dieser Ausdruck:

$$F = (\mu-1)(R'-R'') + \frac{(\mu-1)^2}{\mu} R'^2 . t ; \quad (t)$$

wo t für t' gesetzt ist, und den Abstand beider Oberflächen von einander, oder die Dicke der Linse bezeichnet.

272. **Aufgabe.** Die Brennpunkte einer Linse zu bestimmen, deren Dicke t zu beträchtlich ist, als daß man irgend eine ihrer Potenzen vernachlässigen könnte.

$$D' = D,\ D'' = \frac{f}{1 - f't'} ;$$

$$f' = (1-m')R' + m'D ;$$

$$f'' = (1-m'')R'' + m''D'' ;$$

Die letzte Gleichung giebt, indem man bemerkt, daß $m' = \frac{1}{\mu}$, $m'' = \mu$ ist,

$$f'' = \frac{(\mu-1)(R'-R'')+D+\frac{\mu-1}{\mu}\left\{(\mu-1)R'+D\right\}R''t}{1-\frac{1}{\mu}\left\{(\mu-1)R'+D\right\}t} \quad (u)$$

Und für parallele Strahlen

$$F = \frac{\mu(\mu-1)(R'-R'')+(\mu-1)^2R'R''t}{\mu - t(\mu-1)R'} \quad (v)$$

273. **Erstes Beispiel.** Die Brennpunkte einer Kugel zu bestimmen.

Hier ist $R'' = -R' = -R$, $t = \frac{2}{R}$, und die Gleichungen (u) und (v) gehen in diese über

$$\left.\begin{aligned} f &= \frac{(2\mu-2)R+(2-\mu)D}{(2-\mu)R-2D} R ; \\ F &= \frac{2\mu-2}{2-\mu} . R ; \end{aligned}\right\} \quad (w)$$

274. Erster Zusatz. Ist z. B. $\mu = 2$, so werden Werthe

$$f = \frac{RR}{D}\ ;\ F = \infty\ ,$$

In diesem Fall sehen wir, daß, da f und F die Nähe Brennpunkte zur hintern Seite der Kugel angeben, der Brennp für parallele Strahlen auf diese Oberfläche fällt, und daß in j andern Falle, wie in Fig. 51 und 52, q durch die Proporti

$$QC : CE = EH : Eq$$

gegeben wird.

275. Zweiter Zusatz. Was auch der Werth von μ mag, so halbirt der Brennpunkt für parallele Strahlen nach zweiten Brechung die Entfernung zwischen dem hintern Thei Kugel und dem nach der ersten Brechung entstehenden Brennp

276. Zweites Beispiel. Die Brennpunkte ei Halbkugel in folgenden zwei Fällen zu bestimmen, stens, wenn die erhabene Seite, und zweitens, w die ebene Seite das auffallende Licht erhält.

Im ersten Fall ist $R' = R$, $R'' = o$, $t = \frac{1}{R}$, folglich

$$f = \frac{(\mu - 1)R + D}{R - D} . R\ ;\ F = (\mu - 1)R.$$

277. In dem zweiten Fall, wenn die Strahlen zuers ebene Fläche treffen, ist $R' = o$, $R'' = -R$, $t = \frac{1}{R}$, so

$$f = \frac{\mu(\mu - 1)R + D}{\mu R - D} . R;\ F = (\mu - 1)R.$$

278. Verhält sich die Dicke eines Kugelabschnitts, welche der erhabenen Seite dem einfallenden Strahle ausgesetzt wird, Halbmesser wie $\mu : \mu - 1$, oder wenn

$$t = \frac{\mu}{\mu - 1} . \frac{1}{R} = \frac{1}{(1 - m) R},\ R'' = o.$$

ist, so geben die Ausdrücke (u) und (v),

$$f = -(\mu - 1) . \frac{R}{D} \left\{ (\mu - 1) R + D \right\}\ ;$$

$$F = \infty\ ;$$

In diesem Fall liegt der Brennpunkt für parallele Str auf der hintern Seite des Kugelabschnitts.

279. Im Allgemeinen hat man für jeden Kugelabschnitt, wenn [er] mit seiner converen Seite den Strahlen ausgesetzt wird, ' = o, und

$$f = \mu \frac{(\mu-1)R+D}{\mu+\{(\mu-1)R+D\}t};$$

$$F = \frac{\mu(\mu-1)R}{\mu+(\mu-1)Rt}.$$

Fallen die Strahlen auf die ebene Oberfläche, so wird

$$f = (\mu-1)R + \frac{\mu D}{\mu-tD};$$

$$F = (\mu-1)R.$$

280. Ist $R' = R''$, oder macht die Linse ein Stück einer [Hohl]schale von gleichen Krümmungen aus, von denen die eine con[vex], die andere concav ist, so wird

$$f = \frac{\mu D+(\mu-1)\{(\mu-1)R+D\}Rt}{\mu-\{(\mu-1)R+D\}t}.$$

$$F = \frac{(\mu-1)^2R^2.t}{\mu-(\mu-1)Rt}.$$

I. Von der Abweichung der Strahlen in einem System von sphärischen Oberflächen.

281. **Aufgabe.** Den Brennpunkt irgend eines Rin[ges] einer brechenden oder zurückwerfenden Kugelober[flä]che zu finden.

Die Gleichungen (A) in §. 244 enthalten in der That eine voll[stän]dige Auflösung dieser Aufgabe, allein die Anwendungen für den [wich]tigen Theil der Optik verlangen eine angenäherte Auflösung für [Lins]e von geringem Durchmesser, oder in denen y in Vergleich mit [r] klein ist. Nimmt man daher y so klein an, daß seine vierte [und] höhern Potenzen vernachlässigt werden können, so geben die in [dem] angegebenen §. entwickelten Gleichungen

$$x = a - \sqrt{rr-yy} = a - r + \frac{yy}{2r};$$

$$a - x = r - \frac{yy}{2r};$$

$$yZ = \mu r(a-r) + \frac{a(\mu\mu r - a)}{2\mu r(a-r)}\, yy;$$

und substituirt man diese Ausdrücke in dem Werthe von Cq, cher in demselben Paragraph gefunden ist, so erhalten wir für Entfernung des Brennpunkts der gebrochenen Strahlen vom Sch

$$\left.\begin{aligned} Cq &= \frac{\mu r(r-a)}{a-\mu a+\mu r} \\ &\quad - \frac{\mu-1}{2\mu}\cdot\frac{aa(a+\mu r)}{(a-r)(a-\mu a+\mu r)^2}\cdot\frac{yy}{r} \end{aligned}\right\} \ldots (a)$$

282. Um aber die jetzige Bezeichnungsart mit der im A gen angewandten in Uebereinstimmung zu bringen, wollen wir, statt Cq selbst zu nehmen, sein Umgekehrtes ausdrücken. Da bisher den Werth dieses Umgekehrten für centrale Strahlen dur ausgedrückt haben, so wollen wir dieß auch in der Folge thun, für Strahlen, welche in der Entfernung y von der Mitte auffal wollen wir dasselbe Umgekehrte durch $f + \Delta f$ bezeichnen, wo Δf Theil von f ist, welcher der Abweichung des Einfallspunktes Scheitel zugehört. Vernachlässigt man nun y^4, so kommt

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{Cq} &= \frac{a-\mu a+\mu r}{\mu r(r-a)} \\ &\quad + \frac{\mu-1}{2\mu^3}\cdot\frac{aa(a+\mu r)}{r^3(a-r)^2}\, yy \end{aligned}\right\} (b)$$

Setzen wir nun, wie wir bisher gethan haben, $\mu =$

$r = \frac{1}{R}$, $a = \frac{1}{R} - \frac{1}{D}$, und substituiren diese Werthe in der obern G chung, so erhalten wir den Werth von $\frac{1}{Cq}$ oder von $f + \Delta f$ durch R und D ausgedrückt, und ziehen wir davon das von yy unabh gige Glied ab, welches den Werth von f angiebt, so erhalten Δf folgendermaßen

$$\Delta f = \frac{m(1-m)}{2}(R-D)^2\left\{mR-(1+m)D\right\} yy$$

283. Erklärung. Die Längenabweichung ist die fernung zwischen dem Brennpunkt der centralen Strahlen, dem Brennpunkt q des Ringes, dessen Halbmesser oder halbe nung $y = MP$ beträgt.

Die Seitenabweichung im Brennpunkt ist die Abweich

in diesem Fall die Abweichung der Strahlen den Brennpunkt der äußern Strahlen verkürzt.

289. Der Punkt Q liegt in diesem Fall in unendlicher Entfernung. So wie er sich der Oberfläche nähert, oder so wie die Strahlen vom Parallelismus abweichen, und mehr convergiren oder divergiren, so vermindert sich die Abweichung, aber der Brennpunkt der äußern Strahlen liegt immer noch näher an der Oberfläche, als der für die centralen Strahlen bis Q in den aplanatischen Brennpunkt A für auf die concave Seite einfallende Strahlen, oder in den Brennpunkt F, der für auf die convexe Seite fallende parallele Strahlen gilt, gelangt. Befindet sich Q im ersten Punkt, so ist die Abweichung Null, im letztern unendlich.

290. Liegt Q irgendwo zwischen diesen beiden Punkten, so findet das Umgekehrte statt, und die Wirkung der Abweichung besteht darin, daß sie den Brennpunkt für die äußeren Strahlen weiter von der Oberfläche entfernt, als sich der Brennpunkt der centralen Strahlen befindet. Diese Resultate lassen sich leicht aus der Betrachtung aller besondern Fälle ableiten und gelten für alle Verschiedenheiten der Krümmung, und für jedes brechende Mittel. Bei Spiegeln fallen die aplanatischen Brennpunkte mit dem Scheitel zusammen, und bei denselben liegt in jedem Fall der Brennpunkt für die äußern Strahlen näher an der Oberfläche, als der für die centralen Strahlen, den Fall ausgenommen, daß der strahlende Punkt zwischen der Oberfläche und dem Hauptbrennpunkte auf der concaven Seite sich befindet.

291. Aufgabe. Die Abweichungen der Strahlen in irgend einem System von sphärischen brechenden Oberflächen, die aneinander gelegt sind, zu bestimmen.

Wir wollen die Bezeichnung des §. 257 beibehalten, und annehmen, daß der Strahl, nachdem er durch die erste Oberfläche gegangen ist, auf die zweite fällt. Seine Abweichung entsteht aus zwei verschiedenen Ursachen: denn erstens, nachdem er durch die erste Oberfläche gegangen war, war seine Richtung nicht nach dem Brennpunkt der centralen Strahlen, sondern nach einem Punkte hin, der um die, durch die Brechung der ersten Oberfläche hervorgebrachte Abweichung von demselben entfernt liegt, und zweitens fällt derselbe nicht im Scheitel der zweiten Oberfläche, sondern in einem von demselben entfernten Punkte auf, wodurch eine neue Ab-

und diese Ausdrücke werden für parallele Strahlen

$$\left.\begin{array}{l}\Delta f = R^3 yy \; ; \; w = -\frac{1}{4} Ryy \; ; \\ \text{Seitenabweichung} = -\frac{1}{2} R^2 y^3\end{array}\right\} \quad (h)$$

287. Setzen wir in den allgemeinen Formeln entweder D =
oder $mR - (1+m) D = o$, welches letztere

$$D = \frac{m}{m+1} R \; ; \; \frac{1}{D} = (\mu + 1) \cdot \frac{1}{R} \, ,$$

giebt, so verschwindet der Werth von Δf, und daher auch
Seitenabweichung. Bei der ersten Voraussetzung hat man den F
für welchen die Strahlen nach dem Mittelpunkt der Krümmung c
vergiren, und wo sie daher keine Brechung erleiden können.
der zweiten Voraussetzung ist der Punkt derjenige, welchen wir sc
§. 234 bestimmt haben. Es ist aus dem, was am angegebe
Orte bewiesen ist, einleuchtend, daß jede sphärische Oberfläche
zwei Punkte Q und q in ihrer Axe giebt, die eine solche Besch
fenheit besitzen, daß alle Strahlen, welche nach dem einen dersel
convergiren, oder aus demselben divergiren, nach ihrer Brech
genau nach den andern zu convergiren, oder aus demselben di
giren. Diese Punkte sollen aplanatische Brennpunkte
Oberfläche genannt werden, und um sie von einander zu untersc
den, sey Q der aplanatische Brennpunkt für einfallende, q für
brochene Strahlen. Um dieselben in irgend einem gegebenen
zu finden, nehme man auf der Axe irgend einer Oberfläche,
zwar auf der concaven Seite derselben, $CQ = \mu + 1$ multipli
mit dem Halbmesser CE der Oberfläche, und $Cq = \frac{1}{\mu} + 1$ m
tiplicirt mit demselben Halbmesser; dann werden Q und q die a
natischen Brennpunkte seyn. Bei der Zurückwerfung, wo $\mu = -$
ist, hat man $CQ = Cq = o$, und beide aplanatische Brennpu
fallen mit dem Scheitel des Spiegels zusammen.

288. Wir wollen nun die Wirkung untersuchen, welche
Abweichung der Strahlen in der Verlängerung oder Verkürz
des Brennpunkts hervorbringt, den die einfallenden Strahlen
den. Ist $D = o$, oder sind die Strahlen einander parallel,
hat Δf dasselbe, und daher w das entgegengesetzte Zeichen von
oder von F, da $F = (1 - m) R$ ist. Hieraus sieht man,

so auch für die folgenden. Nennt man dann wie §. 257 die ab- ... en Brechungsverhältnisse der verschiedenen Mittel, in welchen nach ... nach die Brechungen vor sich gehen, $M', M'', M''' \ldots \ldots M^{(n)}$, setzt $M^{(n)} = M$, so können wir ohne Schwierigkeit zu folgen- ... allgemeinem Ausdruck, wo Δf die vollständige Wirkung der Ab- ... hung für den Werth von f, welcher die umgekehrte Brenn- ... e des Systems ist, gelangen.

$$\Delta f = \left\{ \begin{array}{l} M' \dfrac{m'(1-m')}{2}(R'-D)^2 m'R' \\ - M' \dfrac{m'(1-m')(1+m')D}{2}(R'-D)^2 \\ + M'' \dfrac{m''(1-m'')}{2}(R''-f')^2 m''R'' \\ - M'' \dfrac{m''(1-m'')(1+m'')f'}{2}(R''-f')^2 \\ + M''' \dfrac{m'''(1-m''')}{2}(R'''-f'')^2 m'''R''' \\ - M''' \dfrac{m'''(1-m''')(1+m''')}{2}(R \quad - \\ + \text{etc. etc. etc.}, \end{array} \right\} \cdot yy, \text{(i)}$$

wo man sich erinnern muß, daß

$$\left. \begin{array}{l} f' = (1-m')R' + m'D\ ; \\ f'' = (1-m'')R'' + m''(1-m')R' + m'm''D\ ; \\ f''' = (1-m''')R''' + m'''(1-m'')R'' \\ \qquad + m'''m''(1-m')R' + m'''m''m'D\ ; \\ \qquad \text{u. s. w.} \qquad \text{u. s. w.} \end{array} \right\} \text{(j)}$$

ist, und substituirt man diese Werthe in vorigen Ausdruck, so er- hält man einen entwickelten Werth von Δf als Function der Halb- messer und der Brechungsverhältnisse der Oberflächen, oder der umge- kehrten Werthe dieser Größen.

292. Befindet sich das System im leeren Raume, so ist $M = 1$, und das zweite Glied der Gleichung (i) giebt den Werth von Δf. In allen Fällen erhält man die Abweichungen durch die Gleichungen

$$w = -\frac{\Delta f}{ff}$$

$$\text{Seitenabweichung} = -\frac{\Delta f}{f} \cdot y.$$

weichung entsteht, welche, da sie so wie die erste nur klein ist, d Grundsätzen der Differentialrechnung zufolge, als von der ersten u abhängig betrachtet werden kann, und wenn man sie besonders i rechnet und zur ersten addirt, so erhält man die von beiden Ob flächen hervorgebrachte Abweichung. Dasselbe gilt von den klein Aenderungen der Werthe von f', f'' u. s. w., die von den Abw chungen abhängen. Bezeichnen wir dann durch $\delta f''$ die Aenderu des Werthes von f'', die durch die erste Oberfläche hervorgebra wird, und durch $\delta' f''$ diejenige Aenderung, welche unmittelbar v der zweiten Oberfläche entsteht, und durch $\Delta f''$ die vollständige Ae derung, welche von beiden Ursachen zugleich bewirkt wird, so hat m

$$\Delta f'' = \delta f'' + \delta' f''.$$

Um nun zuerst die partielle Aenderung $\delta f''$ zu finden, wel aus der totalen Aenderung $\Delta f'$ des Werthes f', oder durch die A weichung der ersten Oberfläche entsteht, haben wir die Gleichung

$$f'' = (1-m'') . R'' + m'' f',$$

$$\delta f'' = m'' \Delta f',$$

da in diesem Falle $D' = D, D'' = f', D''' = f''$ u. s. w. ist.

Um ferner die partielle Aenderung $\delta' f''$ des Werthes von zu finden, die unmittelbar aus der Wirkung der zweiten Fläche e steht, haben wir sogleich aus der Gleichung (c), indem wir f' D'' setzen, und y^4 vernachlässigen,

$$\delta' f'' = \frac{m''(1-m'')}{2} (R''-f')^2 m'' R'' yy$$

$$- \frac{m''(1-m'')(1+m'')f'}{2} . (R''-f')^2 yy \;;$$

wir haben aber auch aus derselben Gleichung

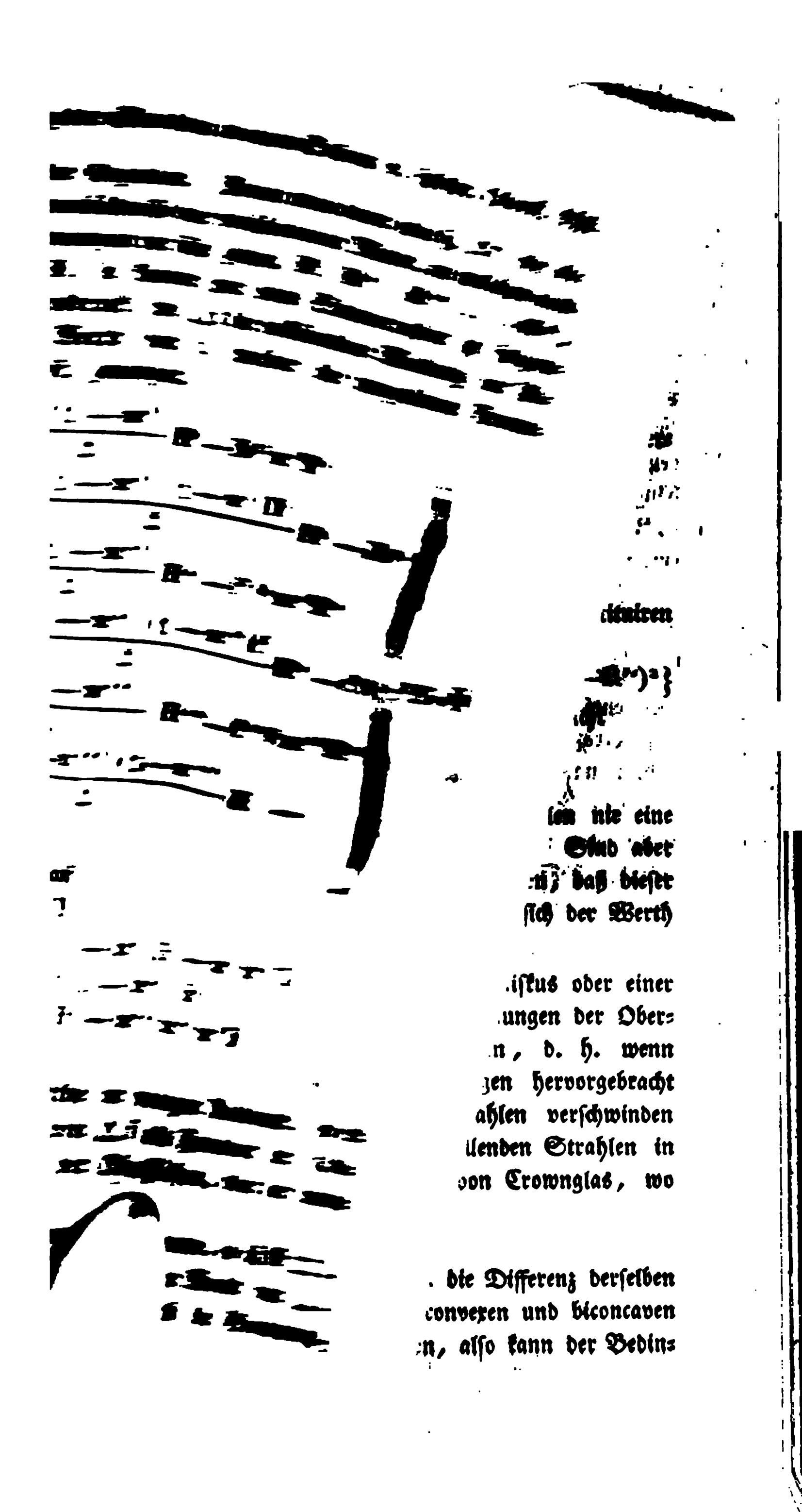
$$\delta f'' = m'' \Delta f' = \frac{m'' m' (1-m')}{2} (R'-D)^2 m' R' yy$$

$$- \frac{m'' m' (1-m')(1+m')D}{2} (R'-D)^2 yy .$$

Vereinigen wir daher beide Ausdrücke, so erhalten wir den We von $\Delta f''$. Auf ähnliche Weise läßt sich der Werth von $\Delta f'''$ a dem von $\Delta f''$ ableiten, und man erhält

$$\Delta f''' = m''' \Delta f'' + \frac{m'''(1-m''')}{2} (R'''-f'')^2 m''' R'''$$

$$- \frac{m'''(1-m''')(1+m''')f''}{2} (R'''-f'')^2 yy$$



...len nie eine
Sind aber
...n; daß dieser
sich der Werth

...iskus oder einer
...ungen der Ober-
...n, d. h. wenn
...gen hervorgebracht
...ahlen verschwinden
...llenden Strahlen in
...von Crownglas, wo

. die Differenz derselben
convexen und biconcaven
...n, also kann der Bedin-

293. Um die Abweichung der Strahlen bei beliebig vielen, unendlich dünnen, im leeren Raume befindlichen Linsen zu finden bezeichne man die einzelnen Glieder der allgemeinen Gleichung durch $Q', Q'', Q'''\ldots\ldots$, so daß man

$$M.\Delta f = \{Q' + Q'' + Q''' + \ldots\ldots\} yy \quad \text{(k)}$$

erhält. Dann hat man im Fall einer einzelnen Linse, wo $m'' = \frac{1}{m'}$ $M' = \frac{1}{m'}$, $M'' = 1$, $M = 1$ ist, $\Delta f = Q' + Q''$, und setz man auf einen Augenblick

$$R' - D = B, \; R' - R'' = C,$$

so ergiebt sich

$$Q' = \frac{1-m'}{2} y^2 B^2 (m'B - D)$$

$$Q'' = -\frac{1-m'}{2m'^3} y^2 (m'B - C)^2 \{m'^2 B - m'D - C$$

und hieraus findet man durch Addition

$$Q' + Q'' = \frac{1-m'}{2m'^3} C y^2 \left\{ \begin{matrix} (2m'B - C)(m'^2 B - m' \quad) \\ + (C - m'B)^2 \end{matrix} \right\}$$

Setzen wir in dem in der Parenthese enthaltenen Ausdruck fü B und O ihre Werthe, und $\frac{1}{\mu}$ für m', so wird derselbe

$$\left\{ \begin{matrix} ((2-\mu)R' + \mu R'' - 2D)(R' - (1+\mu)D) \\ + \mu((\mu-1)R' - \mu R'' + D)^2 \end{matrix} \right\} \cdot \frac{1}{\mu^3}$$

Multipliciren wir nun wirklich, ordnen das Product nach de Potenzen von D und substituiren das Resultat, so wie auch d Werthe $m' = \frac{1}{\mu}$, $C = R' - R''$ in $Q' + Q''$ oder Δf, so er halten wir

$$\Delta f = (\mu - 1)(R' - R'') \cdot \frac{yy}{2\mu} \{\alpha - \beta D + \gamma D^2\}$$

wo der Kürze wegen

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= (2 - 2\mu^2 + \mu^3) R'^2 + \mu^3 R''^2 \\ &\quad + (\mu + 2\mu^2 - 2\mu^3) R'R''; \\ \beta &= (1 + 3\mu - 3\mu^2) R' + (\mu + 3\mu^2) R'' \\ \gamma &= 2 + 3\mu \end{aligned} \right\} \quad \text{(i)}$$

gesetzt worden ist.

Nun ist §. 261 gezeigt worden, daß $(\mu - 1)(R' - R'')$ die [Kra]ft der Linse angiebt, so daß, wenn wir hierfür L setzen,

$$\Delta f = \frac{L}{2\mu}(\alpha - \beta D + \gamma D^2) y^2, \qquad (m)$$

[erhal]ten wird. Dieß ist der allgemeine Ausdruck von Δf, aus [w]elchem die Abweichung w in jeder Linse durch die Gleichung $w = -\frac{\Delta f}{ff}$ erhalten werden kann.

294. Erster Zusatz. Die Abweichung in einer Linse verschwindet, wenn D sich zu R', R'', μ so verhält, daß

$$\left.\begin{aligned} \alpha - \beta D + \gamma DD = o \\ D = \frac{\beta \pm \sqrt{\beta\beta - 4\alpha\gamma}}{2\gamma} \end{aligned}\right\} \qquad (n)$$

Nun finden wir, indem wir die gehörigen Werthe substituiren [u]nd dann reduciren,

$$\beta\beta - 4\alpha\gamma = \mu\mu\{(R' + R'')^2 - (2\mu + 3\mu^2)(R' - R'')^2\}$$

[u]nd hat diese Größe keinen positiven Werth, d. h. ist nicht

$$\left(\frac{R' + R''}{R' - R''}\right)^2 > 2\mu + 3\mu\mu \qquad (o)$$

[s]o kann der Vereinigungspunkt der einfallenden Strahlen nie eine [sol]che Lage erhalten, daß die Abweichung verschwindet. Sind aber [d]ie Krümmungen R', R'' der Oberflächen so beschaffen, daß dieser [B]edingung Genüge geleistet werden kann, so läßt sich der Werth [vo]n D sogleich aus der Gleichung (k) berechnen.

295. Zweiter Zusatz. Ist in einem Meniskus oder einer [con]cavconvexen Linse der Unterschied der Krümmungen der Ober[f]lächen im Vergleich zu ihrer Summe nur klein, d. h. wenn [ei]ne mäßige Brennweite durch starke Krümmungen hervorgebracht [w]ird, so kann man die Abweichung der Strahlen verschwinden [m]achen, indem man den Brennpunkt der einfallenden Strahlen in [d]ie gehörige Lage bringt. Bei einer Linse von Crownglas, wo $\mu = 1{,}52$ ist, haben wir

$$\sqrt{2\mu + 3\mu\mu} = 3{,}16\ ;$$

[fo]lglich muß die Summe der Krümmungen die Differenz derselben [we]nigstens 3,16 Mal übertreffen. Bei biconvexen und biconcaven [L]insen haben R', R'' entgegengesetzte Zeichen, also kann der Bedin[gu]ng nie Genüge geleistet werden.

296. Dritter Zusatz. Ist $\alpha = o$, so verschwindet di Abweichung für parallele Strahlen. Dieser Bedingung kann abe nur dann durch reelle Werthe von R′ und R″ Genüge geleistet wer den, wenn μ kleiner oder gleich $\frac{1}{4}$ ist, und solche Mittel sind, viel wir wissen, nicht vorhanden.

297. Vierter Zusatz. Die Wirkung der Abweichung de Strahlen besteht darin, daß sie die Brennweite für äußere Strah len verlängert oder verkürzt, je nachdem das Zeichen von Δf m dem von f gleich oder entgegengesetzt ist. In besondern Fälle hängt dieselbe freilich noch von den stattfindenden Werthen der Größe μ, R, R', D ab. Der hauptsächlichste Fall ist der der parallelen Strah len, in welchem $D = o$ wird, und

$$\Delta f = \frac{yy}{2\mu} \cdot L \begin{Bmatrix} (2 - 2\mu^2 + \mu^3) R'^2 + \mu^3 R''^2 \\ + (\mu + 2\mu^2 - 2\mu^3) R' R'' \end{Bmatrix}$$

Der Brennpunkt der äußersten Strahlen wird dann nähe oder entfernter seyn, als der der centralen Strahlen, je nachde diese Größe dasselbe oder das entgegengesetzte Zeichen von L hat d. h. je nachdem

$$(2 - 2\mu^2 + \mu^3) R'^2 + (\mu + 2\mu^2 - 2\mu^3) R' R'' + \mu^3 R''^2$$

positiv oder negativ ausfällt. Aus dem, was wir im vorigen Zusa gefunden haben, ist es einleuchtend, daß diese Größe nie Null wer den kann, vorausgesetzt daß wir für R′, R″ reelle Werthe habe wollen, als wenn μ kleiner als $\frac{1}{4}$ ist. Für alle anderen Mittel die alle uns bekannte umfassen, ist bei jeder Linse, wie auch die Krüm mung derselben beschaffen seyn mag, die Brennweite für die auf de Rand fallenden parallelen Strahlen kürzer, als für centrale Strahlen

298. Fünfter Zusatz. Bei einem Meniskus aus Glas wenn der strahlende Punkt auf der convexen Seite liegt, und di Strahlen divergiren, wird $4 + 3\mu - 3\mu^2$ eine positive Größe un da R′, R″ beide positiv sind, so wird ebenfalls β positiv; da nu in diesem Fall D negativ wird, so ist das Glied βD, also der gan Factor $\alpha - \beta D + \gamma D''$ positiv, und da auch L positiv ist, so wir es auch Δf seyn, also wird die Aberration w negativ. Ist dahe Q jenseits F, dem Brennpunkt für parallele Strahlen, die auf de andern Seite einfallen, so ist der Brennpunkt der äußern Strahle

näher, aber wenn Q zwischen F und C liegt, so wird dasselbe weiter entfernt seyn.

299. Sechster Zusatz. So lange nicht $\left(\frac{R'+R''}{R'-R''}\right) > 2\mu + 3\mu\mu$ ist, kann kein voller Werth von D den Ausdruck $\alpha - \beta D + \gamma D^2$ negativ machen. Man sieht hieraus, daß bei allen biconvexen und biconcaven Linsen, so wie bei jedem Meniscus, und jeder concavconvexen Linse, bei denen die Summe der Krümmungen ihrer Oberflächen größer ist, als ihre Differenz $\sqrt{2\mu + 3\mu\mu}$ mal genommen, der Factor $\alpha - \beta D + \gamma D^2$ für alle Werthe von D positiv ausfällt, und daher hat bei allen solchen Linsen die Abweichung w ein Vorzeichen, welches dem von L entgegengesetzt ist. Wir haben daher für solche Linsen folgende einfache und allgemeine Regel:

Die Wirkung der Abweichung der Strahlen besteht darin, daß sie den Brennpunkt der äußeren Strahlen dem einfallenden Lichte mehr nähert, als dem der centralen Strahlen, wenn die Linse einen positiven Charakter hat, oder parallele Strahlen convergiren läßt, oder denselben vom einfallenden Licht mehr entfernt, wenn sie einen negativen Charakter hat, oder parallele Strahlen divergent macht.

300. Siebenter Zusatz. Alle andern Linsen haben, wie in dem Fall von einzelnen Oberflächen, aplanatische Brennpunkte, die den Wurzeln der Gleichung $\alpha - \beta D + \gamma D^2 = 0$ entsprechen. Im Allgemeinen giebt es sowohl für das einfallende als für das gebrochene Licht zwei solche Brennpunkte, und man kann leicht Regeln aufstellen, um zu bestimmen, in welchen Stellungen des leuchtenden Punktes, rücksichtlich dieser Brennpunkte und der Linse, die Abweichung der Strahlen den Brennpunkt der äußern Strahlen entfernt oder nähert; es ist aber einfacher und bequemer, seine Zuflucht zu den algebraischen Ausdrücken zu nehmen.

301. Achter Zusatz. Für den Fall der Zurückwerfung, wie wenn z. B. Strahlen zwischen den Oberflächen dünner Linsen von durchsichtigen Mitteln zurückgeworfen werden, haben wir $m' = m'' =$ etc. $= \mu' = \mu'' =$ etc. $= -1$; $M' = -1$; $M'' = +1$, u. s. w. $M = \pm 1$, je nachdem die Anzahl der Zurückwerfungen grade oder ungrade ist; wir haben daher für n Zurückwerfungen

$$w = -\frac{yy}{2\mu} \cdot \frac{\alpha}{L},$$

und allgemein, wenn man differentiirt

$$dw = -\frac{yy}{2\mu} \cdot \frac{L\,d\alpha - \alpha\,dL}{LL}$$

Im vorliegenden Fall ist L gegeben, wir müssen daher $d\alpha =$ setzen; dieß ebt

$$o = 2(2 - 2\mu^2 + \mu^3)R'dR' + 2\mu^3R''dR''$$
$$+ (\mu + 2\mu^2 - 2\mu^3)(R''dR' + R'dR'').$$

Die Bedingung $dL = o$ giebt aber $dR' = dR''$, so d unsere Gleichung nach den gehörigen Reductionen folgende Gesta annimmt:

$$o = (4 + \mu - 2\mu^2)R' + (\mu + 2\mu^2)R'';$$

Aus dieser Gleichung findet sich

$$\frac{R''}{R'} = \frac{2\mu\mu - \mu - 4}{\mu + 2\mu^2} \quad (r).$$

Für eine Glaslinse, wo $\mu = \frac{3}{2}$, wird dieser Bruch $= -\frac{1}{6}$ hieraus sieht man, daß die Linse biconvex seyn muß, wo die Krümmung der hintern Seite $\frac{1}{6}$ der vordern ist, oder ihr Halbmesser d ersten sechsmal übertrifft.

306. Erster Zusatz. Ist $\mu = 1,6861$, wie dieß bei mehrer Edelsteinen und den stärker brechenden Glasarten beinahe der Fall i so hat man $R'' = 0$, und die vortheilhafteste Form der Glaslin um die Strahlen so viel als möglich in einem Punkt zu vereinige ist die planconvexe, wo die erhabene Seite den einfallenden Strahl zu gedreht ist.

307. Zweiter Zusatz. Nennt man die Abweichung Strahlen bei einer Linse von der vortheilhaftesten Figur w, so halten wir für Glas, dessen Brechungsverhältniß $= \frac{3}{2}$ ist, $w =$ $\frac{15}{14} \cdot yy \cdot L.$, und die proportionalen Abweichungen für die übrig Formen werden folgende seyn:

Planconvexes Glas, die ebene Seite vorn . .	4,2 . w
Dasselbe, die erhabene . . .	1,081 . w
Biconvex oder biconcav, gleiche Krümmung .	1,567 . w.

308. **Einen allgemeinen Ausdruck für die Abweichung bei irgend einem System unendlich dünner Linsen, die im leeren Raum aneinander liegen, zu suchen.**

Der allgemeine Ausdruck von $M\Delta f$, oder da $M=1$ ist, von Δf, wird

$$(Q' + Q'' + Q''' + Q^{IV} \ldots\ldots.)\, yy,$$

der auch so geschrieben werden kann:

$$\Delta f = (Q' + Q'')\, y^2 + (Q''' + Q^{IV})\, yy + \ldots.$$

Die erste dieser Größen haben wir schon betrachtet, wir wollen ...e die Beschaffenheit der übrigen untersuchen. Es sey also μ' ...s Brechungsverhältniß der ersten Linse, μ'' das der zweiten, μ''' ... der dritten, und es bezeichnen α', β', γ' die Werthe von α, β, γ ... erste Linse, oder die Ausdrücke in (1, 292), indem man nur ... μ setzt; eben so seyen $\alpha'', \beta'', \gamma''$ die Werthe von α, β, γ ... die zweite Linse, indem man in denselben Ausdrücken μ'' für μ' ..., und zugleich R', R'' mit R''', R^{IV} vertauscht, und so für alle ...genden Linsen.

309. Betrachten wir nun die Werthe von Q''' und Q^{IV}, so ...en wir, daß sie aus den Größen $m''', m^{IV}, M''', M^{IV}, R''' R^{IV}$, ... genau eben so zusammengesetzt sind, als die Werthe von ... Q'' aus $m', m'', M', M'', R', R'', D$ und f'.

Außerdem haben wir aus §. 251:

$$f' = (1-m')R' + m'D$$

$$f'' = (1-m'')R'' + m''f'$$

$$= (1-m'')R'' + m''(1-m')R' + m''m'D$$

$$= (\mu-1)(R'-R'') + D$$

$$= L + D = D''$$

... die Kraft der ersten Linse ist

$$f''' = (1-m''')R''' + m'''D''$$

$$f^{IV} = (1-m^{IV})R^{IV} + m^{IV}f''' = L'' + D''$$

$$= L + L'' + D$$

... L'' die Kraft der zweiten Linse ist; u. s. w. fort.

Es ist nun einleuchtend, daß $Q''' + Q^{IV}$ dieselbe Function, ... auf ähnliche Art aus dem Brechungsverhältniß, den Krümmungen der zweiten Linse und den Größen D'', f''' zusammengesetzt ...wird, als $Q' + Q''$ aus dem Brechungsverhältniß, den Krümmungen der ersten Linse und den Größen D und f' zusammengesetzt

ist. Es folgt hieraus, daß dasselbe System von Reductionen, welches auf die Gleichung

$$Q' + Q'' = \frac{L}{2\mu}\,(\alpha - \beta D + \gamma D^2)$$

leitete, für die Größe $Q''' + Q^{IV}$ auf eine ähnliche Gleichung

$$Q''' + Q^{IV} = \frac{L''}{2\mu''}\,(\alpha'' - \beta'' D'' + \gamma'' D''^2)$$

hinführen muß, und so für alle folgenden Linsen, so daß wir endlich für das ganze System erhalten, indem wir für L, D, μ die Größen L', D', μ' setzen.

$$\Delta f = \frac{yy}{2}\cdot\left\{\begin{aligned}&\frac{L'}{\mu'}(\alpha' - \beta' D' + \gamma' D'^2)\\ +&\frac{L''}{\mu''}(\alpha'' - \beta'' D'' + \gamma'' D''^2)\\ +&\text{ etc. etc.}\end{aligned}\right\} \qquad (s)$$

in welcher Gleichung es so viele Glieder giebt, als Linsen vorhanden sind.

310. Für parallele Strahlen hat man

$$D' = 0,\ D'' = L',\ D''' = L' + L'', \ldots.$$

folglich wird vorige Gleichung

$$\Delta f = \frac{yy}{2}\cdot\left\{\begin{aligned}&\frac{L'}{\mu'}\,\alpha' + \frac{L''}{\mu''}(\alpha'' - \beta'' L' + \gamma'' L'^2)\\ +&\frac{L'''}{\mu'''}(\alpha''' - \beta'''(L' + L'') + \gamma'''(L' + L'')^2)\\ +&\text{ etc. etc.}\end{aligned}\right\}$$

311. Obgleich bei einer einzelnen Linse die Abweichung Strahlen nur in einem besondern Fall des Brechungsverhältni welches in der Natur nicht stattfindet, aufgehoben werden kann kann man dieselbe doch bei zwei oder mehreren Linsen auf verschie Arten aufheben. Setzt man z. B. bei zwei Linsen den Ausdruc gleich Null, so erhält man eine Gleichung, welche die Größen μ' L', L'', R', R'', R''', R^{IV}, oder da L' und L'' als Functionen μ', μ'', R', R'' u. s. w. gegeben sind, und μ', μ'' bekannte Gr vorstellen, nur die vier unbekannten Größen R', R'', R''', R^{IV} hält. Da dieser unbekannten Größen nun vier sind, und bloß Gleichung vorhanden ist, so kann man derselben auf eine unen mannichfaltige Art Genüge leisten, und die Aufgabe über die

ung der Abweichung wegen der Kugelgestalt wird un-
nimmt.

312. Die Gleichung für zwei Linsen und parallel einfallende
ahlen ist:

$$o = \frac{L'}{\mu'} \cdot \begin{Bmatrix} (2-2\mu'^2+\mu'^3)R'^2+\mu'^3 R''^2 \\ +(\mu'+2\mu'^2-2\mu'^3)R'R'' \end{Bmatrix}$$

$$+\frac{L''}{\mu''} \cdot \begin{Bmatrix} (2-2\mu''^2+\mu''^3)R'''^2+\mu''^3 R^{IV\,2} \\ +(\mu''+2\mu''^2-{}^2\mu''^3)R'''R^{IV} \end{Bmatrix}$$

$$-\frac{L'L''}{\mu''} \cdot \begin{Bmatrix} (4+3\mu''-3\mu''^2)R''' \\ +(\mu''+3\mu''^2)R^{IV} \end{Bmatrix} \qquad (u)$$

$$+\frac{L'^2.L''}{\mu''}\Big\{2+3\mu''\Big\}.$$

313. Sind die Werthe von L' und L'' gegeben, so ist diese Glei-
ung von quadratischer Form für jede der vier Größen $R', R'', R''',$
R^{IV}, es hängt daher von der Voraussetzung ab, die man aufstellt, um
e Aufgabe in gewisse Gränzen einzuschließen, ob diese Größen
le Werthe, die ihnen entsprechen, zulassen. Nun geben die bei-
n Gleichungen

$$L' = (\mu'-1)(R'-R'')$$
$$L'' = (\mu''-1)(R'''-R^{IV})$$

n Mittel an die Hand, zwei dieser vier unbekannten Größen zu
miren, und die dann übrig bleibende Gleichung wird folgende
, wenn wir z. B. die Größen R', R''' beibehalten.

$$o = L'\left\{\frac{2+\mu'}{\mu'}R'^2 - \frac{2\mu'+1}{\mu'-1}L'R'\right\}$$

$$+L''\begin{Bmatrix}\frac{2+\mu''}{\mu''}\cdot R'''^2 - \frac{4(\mu''+1)}{\mu''}L\,R'' \\ -\frac{2\mu''+1}{\mu''-1}L''R''\end{Bmatrix}$$

$$+\frac{\mu'^2L'^3}{(\mu'-1)^2}+\frac{\mu''^2L''^3}{(\mu''-1)^2}+\frac{3\mu''+1}{\mu''-1}L'L''^2$$

$$+\frac{2+3\mu'}{\mu''}\cdot L'^2L'' \qquad (v)$$

da die unbekannten Größen R', R''' nicht durch Multiplication
einander verbunden sind, so ist diese Gleichung rücksichtlich einer
derselben reinquadratisch, sobald L' und L'' gegeben sind.

Diese Gleichung wird uns nachher von Nutzen seyn, wenn wir den Fernröhren handeln werden.

314. Sind L′ und L″ nicht gegeben, so wird die G chung (u), da jede der Größen L′ und L″ durch eine lin Gleichung rücksichtlich der Größen R′, R″ u. s. w. bestimmt n vom dritten Grade rücksichtlich der Größen R′, R″ u. s. w. L′, L″ u. s. w. seyn, wenn entweder R″ oder R^{IV} eliminirt n Da nun eine Gleichung des dritten Grades nothwendigerweise we stens eine reelle Wurzel haben muß, so schließen wir hieraus, bei einer doppelten Linse, wenn die Krümmungen drei Oberflächen gegeben sind, die der vierten so stimmt werden kann, daß die Abweichung wegen Kugelgestalt völlig aufgehoben wird.

315. Zweitens. Daß wenn die Krümmung ei Oberfläche jeder Linse, und die Kraft einer derself oder die Summe beider gegeben ist, die Kraft der dern so sich bestimmen läßt, daß die Abweichung we der Kugelgestalt aufgehoben wird. Dieses ist an sich leuchtend, denn nimmt man R′ und R‴ als gegeben an, und L′ L″ oder L′ + L″ auch als bekannt an, so wird die Gleichung (v) gewöhnliche cubische, in welcher L′ oder L″, je nachdem man Größe als bekannt annimmt, die einzige unbekannte Größe seyn n und daher nothwendigerweise einen reellen Werth zuläßt.

316. Als ein Beispiel der Verbindungen aplanatischer Li können wir folgende Fälle aufstellen. Es sey eine Glaslinse der vortheilhaftesten Gestalt gegeben, in welcher das Brechungs hältniß = 1,50, die Halbmesser ihrer Oberflächen + 5,833 — 35,000 Zoll, die Brennweite 10,000 Zoll; ihre Abweichung durch eine andere hinter ihr befindliche ähnliche Linse verbessert den, wie in Fig. 55; diese Linse ist ein Meniskus. Werden Krümmungen durch die Bedingung bestimmt, daß man ihrer Ver dung das Maximum von Kraft giebt, so bestimmen sich die Ha messer der Oberflächen und ihre Brennweite folgendermaßen: Ha messer der ersten Oberfläche = + 2,054 Zoll, Halbmesser der z ten = + 8,128, Brennweite der verbessernden Linse = + 5,4 Brennweite beider in Verbindung = + 3,474. Bestimmen wi Gegentheil die Beschaffenheit der zweiten Linse durch die Beding daß die Verbindung beider eine Brennweite haben soll, die der Li

10 Zoll so nahe kommt, als es mit der vollkommenen Aufhe- der Abweichung bestehen kann, so finden wir den Halbmesser ersten Oberfläche = + 3,688, den Halbmesser der zweiten + 6,291, die Brennweite der verbessernden Linse = + 17,289, Brennweite der Verbindung beider = + 6,407.

317. Die Wirkung der Abweichung der Strahlen kann sehr dadurch vorgestellt werden, daß man eine große erhabene Linse einem Papier bedeckt, welches voll kleiner runder, regelmäßig lie- der Oeffnungen ist, und indem man sie der Sonne aussetzt, die einen Strahlen auf einem weißem Papier hinter der Linse auf-, welches Papier zuerst nahe an der Linse sich befindet, und von derselben weiter entfernt wird. Die Strahlenbündel, welche die Oeffnungen gehen, bilden auf der Tafel Flecke, und ihre Lage immer ungleichförmiger, je weiter man die Tafel entfernt, indem an der Peripherie sich eher mit einander vermischen, als die in der Mitte gelegenen. Die Art, auf welche die den cen- Strahlen entsprechenden Flecke sich in ein Bild im Brenn- vereinigen, giebt uns einen deutlichen Begriff von der Aen- der Dichtigkeit der Strahlen im Abweichungskreise in der Ge- des Hauptbrennpunkts, und wird die weiße Tafel im Strah- schnell hin und her bewegt, so daß sie bei jeder Schwingung den Brennpunkt hindurchgeht, so sieht man den Strahlenke- als einen festen Körper in der Luft, und der Ort des kleinsten Abweichungskreises zeigt sich vermittelst dieses angenehmen und lehr- Versuchs dem Auge ganz deutlich.

II. Von den Brennpunkten für schief auffallende Strahlen und der Entstehung der Bilder.

318. Wir haben bisher die Strahlen immer so betrachtet, als von einem einzelnen Punkt herkämen, oder nach einem ein- Punkt hingingen; da dieses aber bei Körpern von merklichem Durchmesser nicht der Fall ist, so gehen wir jetzt zur Untersuchung Falles der Brechung in sphärischen Oberflächen über, wo mehr leuchtender Punkt zu berücksichtigen steht, oder wo mehrere Strahlenbündel auf Einmal auf die Oberfläche fallen. Als den po- oder Normalfall werden wir, wie bisher auch geschehen ist, denjenigen betrachten, wo convergente Strahlen auf die convexe

Seite eines stärker brechenden Mittels als das umgebende falle[n] und alle andern aus diesem durch Aenderung in den Zeichen und d[er] relativen Größen von R, D u. s. w. ableiten.

Es seyen daher in Fig. 56 Q und Q′ die Brennpunkte zwe[ier] convergenten Strahlenbündel, die auf die sphärische Oberfläche CC′, deren Mittelpunkt E ist, fallen. Man ziehe QEC, Q′EC′, welc[he] die Oberfläche in C und C′ schneiden, und indem man CEQ a[ls] die Axe des Strahlenbündels RQ, SQ, TQ ansieht, wird der Bren[n]punkt der gebrochenen Strahlen q dadurch gefunden werden, d[aß] man $\frac{1}{Cq}$ oder $f = (1-m)R + mD$ nimmt (§. 247. e). B[e]trachtet man auf ähnliche Weise C′EQ′ als die Axe des nach Q[′] convergenten Strahlenbündels, so erhält man den Brennpunkt [q′] durch die Gleichung

$$\frac{1}{C'q'} = f' = (1-m)R + mD'.$$

Ist also C′Q′ = CQ, so wird auch Cq′ = Cq, und i[m] Allgemeinen, wenn der Ort des Punktes Q gegeben ist, erhält m[an] auch den von q.

319. **Erklärung.** Das Bild eines Gegenstandes ist in d[er] Optik der Ort des Brennpunktes eines Strahlenbündels, welch[es] von jedem Punkte desselben aus divergirt, oder nach demselben conv[er]girt, und auf einer brechenden Oberfläche aufgefangen wird. Nimm[t] man z. B. C′Q′ als eine Linie oder als eine Oberfläche an, aus d[e]ren Punkten Strahlen ausströmen, so wird qq′ ein Bild derselben sey[n].

320. **Aufgabe. Die Gestalt des Bildes einer gr[a]den Linie zu finden, das durch die Brechung oder Z[u]rückwerfung an einer sphärischen Oberfläche entsteh[t].**

Man setze: $CE = r$; $CQ = a$; $EM = x$; $Mq' = y$

$$Eq' = \sqrt{xx + yy}\,;\ C'Q' = a'$$

Dann erhalten wir

$$\frac{1}{C'q'} = \frac{1-m}{r} + \frac{m}{a'} = \frac{(1-m)a' + mr}{ra'}$$

also auch

$$C'q' = \frac{ra'}{(1-m)a' + mr}\,;$$

$$Eq' = \frac{mr(a'-r)}{(1-m)a' + mr}\,;$$

Hieraus ergiebt sich daher

$$xx + yy = \frac{mmrr(a'-r)^2}{[(1-m)a'+mr]^2}.$$

Ferner haben wir vermittelst ähnlicher Dreiecke die Proportion $Eq':EM = EQ':EQ$, oder

$$xx + yy = \frac{(a'-r)^2 . xx}{aa}.$$

Setzt man diese beiden Werthe einander gleich, so kommt

$$\frac{a}{x} = \frac{(1-m)a'+mr}{mr};$$

$$a' = \frac{m}{1-m} \cdot \frac{r(a-x)}{x};$$

so daß, indem wir a' eliminiren, die Endgleichung zwischen x und y für die Gestalt des Bildes folgende seyn wird

$$(1-m)^2(xx+yy) = \left(\frac{r}{a}\right)^2 . (ma-x)^2,$$

welche einem Kegelschnitt zugehört.

321. **Aufgabe.** **Es fällt ein Strahlenkegel schief auf ein System von sphärischen Oberflächen, man soll den Brennpunkt der gebrochenen Strahlen finden.**

Es sey E' (Fig. 57) der Mittelpunkt der ersten Oberfläche und Q' der Brennpunkt der einfallenden Strahlen. Man ziehe $Q'E'$ und verlängere es nach C', dann wird C' der Scheitel der Oberfläche seyn, welcher dem Strahlenbündel, dessen Brennpunkt Q' ist, entspricht, und nimmt man

$$\frac{1}{C'Q''} = \frac{1-m'}{C'E'} + \frac{m'}{C'Q'},$$

so ist Q'' der Brennpunkt der gebrochenen Strahlen. Verbindet man von Neuem Q'' und E'', den Mittelpunkt der zweiten Oberfläche, und verlängert die Linie nach C'', nimmt dann

$$\frac{1}{C''Q'''} = \frac{1-m''}{C''E''} + \frac{m''}{C''Q''}$$

so wird Q''' der Brennpunkt nach der Brechung an der zweiten Oberfläche u. s. w. fort.

322. **Zusatz.** Ist die Linse unendlich dünn, und der Neigungswinkel der auffallenden Strahlen nur klein, so ist aus dieser Construction einleuchtend, daß der Brennpunkt der schiefen Strahlen in derselben Entfernung von der Linse liegt, als derjenige, welcher

aus dem von einem in der Axe gelegenen Punkte ausfließt, gebill wird. Ersterer liegt aber nicht in der Axe, sondern weicht von de selben ab.

323. Erklärung. Der Mittelpunkt einer Linse ist e Punkt in ihrer Axe, wo dieselbe von einer Linie geschnitten wir die die Endpunkte zweier parallelen Halbmesser ihrer Oberflächen ve bindet. Sind z. B. in den verschiedenen Linsen, welche Fig. 5 59, 60 und 61 abgebildet sind, E′A und E″B zwei parallele Hal messer, so ziehe man AB und verlängere diese Linie, wenn es n thig ist, bis sie die Axe in X schneidet, so wird X der Mittelpunkt sey

324. Erster Zusatz. Der Mittelpunkt ist ein fester Punk denn da AE′ und BE″ einander parallel sind, so haben wir

$$E'X : E'E'' = AE' : BE'' - AE'$$

und da in dieser Proportion drei Glieder constant sind, so wird das vierte ebenfalls seyn müssen.

325. Zweiter Zusatz. Setzt man den Abstand der beid Oberflächen C′C″ oder die Dicke der Linse = t, wo t immer p sitiv ist, und die Krümmungen respective R′ und R″, so erhalten w für den Abstand des Mittelpunkts von der ersten Oberfläche oder fi C′X folgenden Werth

$$C'X = \frac{R'}{R'-R''} \cdot t.$$

326. Dritter Zusatz. Fällt ein Lichtstrahl so auf eine Lins daß er nach der ersten Brechung durch ihren Mittelpunkt geht, erleidet er keine Ablenkung. Dieses ist einleuchtend, da sein We innerhalb der Linse AB ist, und indem die Halbmesser E′A, E″ einander parallel sind, so werden die innern Einfallswinkel auf d Oberflächen einander gleich, also sind auch die Brechungswinkel a beiden Seiten außerhalb der Linse einander gleich, folglich sind d beiden Stücke des Strahls außerhalb der Linse parallel.

327. Vierter Zusatz. Ist die Dicke einer Linse sehr klei so kann man den durch ihren Mittelpunkt gehenden Strahl so an sehen, als ob er gar keine Brechung erlitte; denn da das innerha der Linse liegende Stück AB sehr klein ist, so können die beide außerhalb der Linse liegenden parallelen Stücke des Strahls als ei Strahl betrachtet werden. Dieß kommt um so mehr der Wahrhe noch näher, wenn die Schiefe des Strahls gegen die Axe sehr klei

ist, weil dann das Stück AB fast genau mit jedem der außerhalb liegenden Theile zusammenfällt.

328. Fünfter Zusatz. Will man also den Brennpunkt der gebrochenen Strahlen bei einer sehr dünnen Linse und für einen unter sehr geringer Schiefe auffallenden Strahlenkegel finden, so suche man den Mittelpunkt X der Linse, und der Brennpunkt wird sich in der Linie QX in derselben Entfernung von der Linse befinden, als wenn die Axe des einfallenden Strahlenbündels mit der der Linse übereinstimmte.

329. Satz. Setzt man ein leuchtendes oder ein erleuchtetes Object vor eine biconvexe oder planconvexe Linse, oder vor einen Meniscus, in einer Entfernung, die größer als die Brennweite ist, so entsteht hinter der Linse ein Bild, welches dem Object ähnlich, aber verkehrt ist, und das Object sowohl als sein Bild machen am Mittelpunkt der Linse gleiche Winkel. (Fig. 62)

Denn der Strahlenbüschel, welcher von irgend einem Punkte wie P entweder durch directe Ausstrahlung oder durch Zurückwerfung ausstrahlt, wird nach der Brechung in einen Punkt p hinter der Linse convergiren, oder sich doch wenigstens beinahe in einen Punkt vereinigen. Wäre die Abweichung der Strahlen durch die Linse Null, so würde die Convergenz mathematisch genau seyn, und da, so lange die Oeffnung der Linse und die Schiefe des Strahlenbündels sehr klein sind, die Abweichung so unbedeutend ausfällt, daß der Raum, über welchen sich die Strahlen verbreiten, als ein physischer Punkt angesehen werden kann, so wird jeder Punkt des Objects einen entsprechenden Punkt im Bilde haben. Da nun die Linie Pp durch den Mittelpunkt C geht, und dasselbe für jede andere Linie, welche den Punkt des Objects und den entsprechenden Punkt des Bildes verbindet, ebenfalls gilt, so folgt aus den ähnlichen Dreiecken, daß das Object und das Bild einander ähnlich sind, und da außerdem sich die Strahlen in C durchkreuzen, so ist das Bild verkehrt, und schließt denselben Winkel pCq, als das Object, am Mittelpunkt ein.

330. Hält man ein Papier in qp, so wird das Bild des Objects wie ein Gemälde sichtbar. Der Versuch kann an einem Fenster mit jedem Vergrößerungsglase oder Brillenglase angestellt werden, wo die Gestalten der äußern Gegenstände, Häuser, Bäume u. s. w. mit der größten Genauigkeit auf dem Papier dargestellt wer-

den, und ein Miniaturbild von der größten Feinheit und Schönh abgeben. Hierauf beruht die gewöhnliche Camera obscura, bei w cher die Strahlen, welche von den äußern Gegenständen herkomme durch einen in geneigter Lage aufgestellten Spiegel abwärts geworf werden, und nachdem sie auf eine erhabene Linse gefallen sind, ihrem Brennpunkt auf einer weißen horizontal liegenden Tafel, in nem Zimmer, in welches außerdem kein anderes Licht eindring kann, vereinigt werden. Auf dieser Tafel zeigt sich ein beweglich Bild aller äußern Gegenstände in ihren gehörigen Formen, Farb und Bewegungen unendlich richtiger und schöner als ein noch so g ausgearbeitetes Gemälde. Man sehe Fig. 63, wo PB das Objec AB der Spiegel, BC die Linse und p das Bild auf der Tafel D is

331. Fängt man die Strahlen statt an einer Tafel von we ßem Papier auf einer Glasplatte auf, die auf der einen Seite ma geschliffen ist, so kann ein hinter der Platte befindliches Auge da Bild eben so gut sehen, als wenn es sich vor derselben befände, den es ist eine Eigenschaft solcher rauhen durchsichtigen Flächen, daß das auf sie fallende Licht nicht bloß durch Zurückwerfung nach Außen sondern auch durch Brechung nach Innen zerstreuen. Ist das Gla nur sehr wenig matt geschliffen, so erscheint das Bild viel wenige lebhaft, wenn man schief auf dasselbe sieht, als wenn das Auge si unmittelbar hinter der Platte befindet, und in der letztern Lage kan sogar die Platte völlig weggenommen werden, ohne daß das Bil für das Auge verloren geht, welches viel deutlicher erscheint, a wenn selbst ein Gegenstand, der dem Bilde in jeder Rücksicht ähn lich ist, sich an dieser Stelle befände.

332. Wir können das Bild auf der Glasplatte vermittelst eine Vergrößerungsglases oder eines Mikroskops untersuchen, wo es a ein feines Gemälde, welches sich allen Ungleichheiten der Oberfläch anpaßt, erscheint. Nehmen wir aber während der Untersuchun das matt geschliffene Glas weg, so bleibt das Gemälde in der Lu schweben, und die Objecte, welche es enthält, sind dem Auge nähe gebracht, und ihren Dimensionen nach vergrößert. Um es kurz aus zudrücken, wir haben hierdurch ein Fernrohr zu Stande gebracht.

333. Ist die Linse, welche man zur Formation des Bildes ge braucht, concav, oder ist der Spiegel convex, wie in Fig. 64 un 65, so divergiren die Strahlen nach der Brechung oder Zurückwe fung, und zwar nicht aus wirklichen Punkten, in welchen si

... durchkreuzen, sondern aus Punkten, in welchen sie sich durch... würden, wenn man sie rückwärts verlängert. In diesem ... bildet sich kein wirkliches Bild, welches man auf einer Ta... auffangen kann, sondern ein sogenanntes virtuelles, welches ... Auge in gehöriger Lage, entweder mit oder ohne Vergrößerungs... sichtbar wird, und auf derselben Seite der Linse, oder der ent... gegengesetzten des Spiegels, als das Object liegt, und daher eine auf... Lage hat.

334. Die Vollkommenheit der Bilder, welche durch Linsen oder Spiegel gebildet werden, ihre genaue Aehnlichkeit mit dem Gegen... und die Deutlichkeit ihrer Theile, hängen von der genauen Convergenz aller Strahlenbüschel, die von jedem physischen Punkte ... Gegenstandes ausfließen, nach wirklich mathematischen Punkten ... oder von der größern und geringern Genauigkeit, mit welcher ... Convergenz geschieht. Gebraucht man daher eine Linse von ...ächtlichem Durchmesser, vorzüglich wenn die Krümmungen der ... nicht gut gewählt sind, so daß eine bedeutende Abweichung ...steht, so wird das Bild undeutlich seyn, denn ein jeder Punkt des Gegenstandes bewirkt keinen Punkt im Bilde, sondern einen kleinen Kreis, über welchen sich die Strahlen zerstreuen; und da diese Kreise ... decken und in einander fließen, so wird die Deutlichkeit aufge... ben. Zur Formation deutlicher Bilder ist daher die Aufhebung ... Abweichung der Strahlen eine wesentliche Bedingung, und alle Unvollkommenheiten entweder in der Gestalt der angewandten bre... chenden und zurückwerfenden Oberflächen, oder der Materialien, aus welchen sie bestehen, bringen die Strahlen aus ihrer genauen geo... metrischen Richtung, und müssen daher die Bilder verwirren. Man ... daher bei der Formation optischer Bilder auf drei Hauptpunkte ... Augenmerk richten: erstens, vollkommene Politur der Ober... fläche; zweitens, vollkommene Gleichartigkeit des angewandten Mate... rials; drittens, genaue Uebereinstimmung der Gestalt der zurückwer... fenden und brechenden Oberflächen mit den geometrischen Regeln und ... Resultaten der Analysis.

335. Es giebt einen Fall, in welchem die Abweichungen aller Strahlen vollkommen aufgehoben werden, und das Bild eine voll... kommene Deutlichkeit erhält. Es ist derjenige, wo die Strahlen ... einer ebenen Fläche zurückgeworfen werden. Denn ist PQ (Fig. 66) ein Gegenstand vor dem ebenen Spiegel AB, und läßt

man von jedem Punkte des Gegenstandes Perpendikel auf den Spi gel herab, nimmt auf den Verlängerungen derselben die Punkte p, so daß sie gleichen Abstand von der Oberfläche mit den Punkten P, haben, so machen diese Punkte das Bild aus. Nun haben wir g sehen, daß alle aus einem Punkt P ausströmenden und an AB z rückgeworfenen Strahlen, nach der Zurückwerfung genau aus p, de Bilde von P, divergiren werden; folglich ist das Bild eben so vo kommen und frei von jeder Abweichung als das Object selbst, u erscheint einem Auge, das dermaßen gestellt ist, daß es die Stra len erhalten kann, so als ob ein wirklicher Gegenstand sich hinter de Spiegel befände.

336. Zusatz. Das Bild, welches durch eine ebene zurüc werfende Oberfläche entsteht, ist dem Gegenstand ähnlich und gleic und Linien in beiden, die einander entsprechen, haben eine gleic Neigung gegen den Spiegel. Dieß wird am besten durch einen g wöhnlichen Spiegel erläutert.

337. Aufgabe. Das Bild, welches durch eine eber brechende Oberfläche von irgend einem Gegenstand entsteht, zu bestimmen.

Es sey BC die Oberfläche. PQ der Gegenstand. Von irger einem Punkt Q ziehe man QC senkrecht auf die Oberfläche; seh wir dann die Oberfläche als eine Kugel von unendlich großem R dius an, so wird die Krümmung $R = o$, und die Gleichung

$$f = (1 - m)R + mD$$

wird bloß $f = mD$. Nun ist $f = \frac{1}{Cq}$, $D = \frac{1}{CQ}$, $m = \frac{1}{\mu}$

wo μ das Brechungsverhältniß ist; folglich giebt diese Gleichung ge metrisch ausgedrückt $Cq = \mu . CQ$.

338. In dem in der Figur dargestellten Falle geschieht d Brechung aus einem dichtern Mittel ins dünnere, indem der Gegen stand ins dichtere Mittel, z. B. unter Wasser eingetaucht ist, un das Auge des Beobachters sich im dünnern, wie z. B. in Lu befindet; das Bild q des Punktes Q liegt daher näher an der Obe fläche als Q, weil in diesem Fall μ kleiner als die Einheit is Dasselbe gilt für alle andern Punkte des Bildes, so daß das gan Object vermittelst der Brechung erhoben erscheint, wie in dem b kannten Versuch, wo eine Münze in ein leeres Gefäß gelegt wir und man das Auge so weit entfernt, bis dieselbe vom Rande d

Gefäßes verdeckt wird; füllt man dann das Gefäß mit Wasser, so wird die Münze wieder sichtbar. Einem im Wasser befindlichen Auge werden im Gegentheil äußere Gegenstände durch die Brechung weiter entfernt scheinen.

339. Zusatz. Das Bild einer graden Linie PQ im Gegenstande ist auch eine grade Linie pq im Bilde, die gegen die Oberfläche eine geringere Neigung hat, wenn die Brechung aus dem dichtern ins dünnere Mittel geschieht. Wird z. B. ein Stab DAPQ zum Theil ins Wasser getaucht, so macht der eingetauchte Theil AQ das Bild Aq, welches weniger geneigt ist, so daß dem Beobachter in der Luft der Stab gebrochen und aufwärts gebogen erscheint. Diese Erscheinung ist allgemein bekannt.

340. Bei der Brechung an einer ebenen Oberfläche vereinigen sich aber die Strahlen nicht genau in einem Punkt, voriges Resultat ist daher nur näherungsweise genau, und setzt voraus, daß die Strahlen beinahe senkrecht auf die Oberfläche fallen. Dieß leitet uns zur Betrachtung des schiefen Sehens durch brechende Oberflächen, oder von zurückwerfenden Oberflächen aller Art.

341. Das Auge sieht vermittelst der Strahlen, die in dasselbe eintreten, und urtheilt vom Daseyn eines Gegenstandes durch Hülfe der Strahlen, welche merklich divergent von einem Punkt im Raum herkommen. Divergiren dann die Strahlen genau aus einem Punkte, so wird das Auge, welches dieselben erhält, unwiderstehlich zu dem Glauben geleitet (wenn nicht Gewohnheit und Erfahrung das Urtheil verbessern), daß ein Gegenstand vorhanden sey; die Täuschung findet vollständig statt, und das Sehen ist vollkommen. Ist aber die Divergenz nur näherungsweise genau, wenn z. B. die Dichtigkeit der Strahlen, welche das Auge in einer Richtung erreichen, viel größer ist, als in den daneben liegenden Richtungen, so wird zwar immer noch ein Sehen hervorgebracht, allein in dem Verhältniß der mehr oder minder genauen Divergenz der Strahlen deutlicher und undeutlicher. Wir wollen nun annehmen, Q sey ein strahlender Punkt, der sich rücksichtlich der zurückwerfenden oder brechenden Oberfläche ABC an einer beliebigen Stelle befindet (Fig. 68), und es sey AqFB die Brennlinie, welche durch die Durchschnitte der gebrochenen oder zurückgeworfenen Strahlen entsteht. Wir wollen annehmen, in E befinde sich ein Auge; man ziehe von da die Berührungslinie Eq an die Brennlinie, welche verlängert die Ober-

fläche in C trifft, und verbinde Q mit C. Dann ist es einleuchtend, daß jeder kleine Strahlenbündel QC, der aus Q divergirt, einen Brennpunkt in q bildet (§. 134 u. s. w.), aus dem er späterhin divergirt, und in das Auge E beinahe so fällt, als ob er aus einem mathematischen Punkte herkäme. Aus dem, was §. 161 und 162 hierüber gesagt worden ist, sieht man, daß die Dichtigkeit der Strahlen im Kegel qE unendlich größer ist, als in jedem andern daneben liegenden Kegel, der das Auge zur Grundfläche hat, so daß q als ein Bild von Q erscheint, und mehr oder weniger undeutlich ist, je nachdem die Krümmung der Brennlinie in q größer oder geringer ausfällt; denn es ist einleuchtend, daß wenn die Krümmung sehr stark ist, so wird die angenommene Vereinigung jedes kleinen endlichen Strahlenbüschels QCC′ in einem mathematischen Punkt mehr von der Wahrheit abweichen, als wenn sich die Brennlinie mehr einer graden Linie nähert.

342. Zusatz. Wechselt das Auge seine Stellung, so wird die scheinbare Lage eines Objects, welches durch Hülfe einer brechenden oder zurückwerfenden Oberfläche gesehen wird, ebenfalls geändert; denn, so wie E eine andere Lage annimmt, ändert die Berührungslinie Eq ebenfalls ihre Richtung, und der Berührungspunkt q oder der Ort des Bildes wird ein anderer.

343. Dieser Satz kann durch ein sehr bekanntes Beispiel erläutert werden. Sehen wir durch die Oberfläche eines stillen, nicht sehr tiefen Wassers, welches einen horizontalen Boden hat, so erscheint der Boden nicht als Ebene, sondern scheint an allen Seiten

[redacted]

zur Brennlinie D'HB'; der Ort des Punktes H oder die scheinbare Gestalt des Bodens ist die krumme Linie DFH, die in D eine beckenförmige Krümmung, in F einen Wendungspunkt hat, und deren Asymptote eine mit der Oberfläche zusammenfallende grade Linie ausmacht.

344. In dem Fall, daß die Bilder aus Strahlen entstehen, welche unter kleinen Winkeln und beinahe central einfallen, kann man folgende Regeln zur Bestimmung ihrer Lage, Größe und scheinbaren Stellung für alle Arten von sphärischen Oberflächen dem Gedächtniß einprägen, und sie bedürfen für denjenigen, welcher das Vorhergehende mit Aufmerksamkeit gelesen hat, keines weitern Beweises.

345. Erste Regel. Jedes Bild, welches durch convergente Strahlen gebildet wird, oder aus welchem Strahlen divergiren, kann als ein Object betrachtet werden.

346. Zweite Regel. Bei sphärischen Spiegeln liegen das Object sowohl als das Bild auf einerlei Seite des Hauptbrennpunktes. Sie bewegen sich in entgegengesetzten Richtungen, und treffen einander im Mittelpunkt und an der Oberfläche des Spiegels. Die Entfernung des Bildes vom Hauptbrennpunkte und dem Mittelpunkte erhält man durch die Proportion (Fig. 16).

$$QF : FE = FE : Fq = QE : Eq,$$

und das Bild ist aufrecht, wenn das Object und der Spiegel auf einerlei Seite des Hauptbrennpunkts liegen, aber umgekehrt, wenn sie sich auf entgegengesetzten Seiten befinden. Die Größen des Bildes und des Objects erhält man aus der Proportion

Object: Bild $= QF : FE$

d. h. wie die Entfernung des Objects vom Hauptbrennpunkt zur Brennweite des Spiegels.

347. Dritte Regel. Bei dünnen Linsen von jeder Art sey Q der Ort des Objects, q der des Bildes, E der Mittelpunkt der Linse, F der Hauptbrennpunkt der in entgegengesetzter Richtung einfallenden Strahlen, so liegen das Object und das Bild auf einer oder auf verschiedenen Seiten der Linse, je nachdem das Object und die Linse auf einer oder auf verschiedenen Seiten des Hauptbrennpunkts sich befinden. Im erstern Fall ist das Bild aufrecht, im letztern umgekehrt. Die Entfernung des Bildes von der Linse oder vom Gegenstande erhält man aus den Proportionen:

$$QF : FE = QE : Eq ;$$
$$QF : QE = QE : Qq ,$$

und die Größe des Objects verhält sich zu der des Bildes, wie die Entfernung des Objects von F sich zur Brennweite, d. h. wie $QF : FE$ verhält.

348. Vierte Regel. Bei allen Verbindungen von Spiegeln und Linsen läßt sich das von der ersten hervorgebrachte Bild als ein Object betrachten, von welchem die zweite wieder ein Bild macht, und so fort bis zur letzten.

349. Es ist schon früher (§. 6) bemerkt worden, daß die sichtbaren Gegenstände sich dadurch von den optischen Bildern unterscheiden, daß von den erstern Licht nach allen Seiten, von den letztern aber nur in gewissen Richtungen ausströmt. Dieß macht in der Optik eine wichtige Unterscheidung aus: Ein wirkliches Object kann man sehen, sobald nichts Dunkles zwischen dasselbe und das Auge gesetzt wird; ein Bild hingegen wird bloß dann gesehen, wenn das Auge in den Strahlenbündel zu stehen kommt, durch welchen das Bild entsteht. So sieht z. B. das Auge in dem (Fig. 62) abgebildeten Falle von dem Bilde nichts, ausgenommen wenn sich dasselbe innerhalb des Raums DqpH befindet, wo BqD und ApH die äußersten Strahlen sind, die von den Gränzen des Gegenstandes herkommen, und in der Linse gebrochen werden.

Die Helligkeit eines Bildes ist daher der Lichtmenge proportional, die in jedem seiner Punkte vereinigt ist, und sie verhält sich daher, wenn wir die Abweichung der Strahlen nicht mit berücksichtigen, wie das Product aus der scheinbaren Größe der Linse oder des

[redacted]

[Öff]nung des Bildes immer kleiner als die des Gegenstandes, ge-[setzt] auch, daß durch die Zurückwerfung oder Brechung gar kein [Lic]ht verloren geht. Dieses findet statt, wenn das Bild auf einer [Fläche] aufgefangen wird, die alle Strahlen zurückwirft, oder wenn [da]s Auge hinter dem Bilde eine Pupille besitzt, die groß genug ist, [um] alle die sich im Bilde durchkreuzenden Strahlen aufzufangen; [aber] um so mehr wird die Helligkeit des Bildes abnehmen, wenn [da]s Auge nicht im Stande ist alle Strahlen aufzufangen. Hierbei [wird] vorausgesetzt, daß der Gegenstand eine merkliche Größe hat; [den]n wenn sowohl das Object als das Bild bloß physische Punkte [sind], so urtheilt das Auge nach dem absoluten Glanze, und der [Glanz] des Bildes ist dann der scheinbaren Größe der aus dem Ob-[jecti]ve gesehenen Linse proportional. Für einen Stern z. B., dessen [Entfernung] unveränderlich ist, verhält sich der Glanz des Bildes [wie das] Quadrat der Öffnung, und hierin besteht die Ursache, [warum] Sterne in großen Fernröhren gesehen werden können, die [illegible]

§. XIII. Vom Bau des Auges und vom Sehen.

350. Das Sehen geschieht durch Hülfe der optischen Bilder; das Auge besteht aus einem System von Linsen, welche die von jedem Punkt der äußern Gegenstände ausfließenden Strahlen auf einem feinen Nervengewebe, die Netzhaut genannt, vereinigen, und dadurch ein Bild machen, welches von der Netzhaut aufgefangen und gefühlt wird.

Im Fig. 70 wird ein Durchschnitt des menschlichen Auges durch seine Axe in horizontaler Ebene dargestellt. Im Allgemeinen ist seine Gestalt kugelförmig, aber nach vorn zu erhaben. Es besteht aus drei Hauptabtheilungen, die mit völlig durchsichtigen Mitteln angefüllt sind, und deren brechende Kraft unter sich verschieden ist, aber jede derselben kommt der brechenden Kraft des Wassers sehr nahe. Das erste dieser brechenden Mittel, welches die vordere Abtheilung einnimmt, heißt die wässerige Feuchtigkeit, und besteht aus reinem Wasser mit etwas salzsaurer Soda-Gallerte und Eiweißstoff, wovon letzteres kaum acht Procent beträgt. *) Ihr Brechungsverhältniß beträgt

*) Chenevix, Philosophical Transactions. Vol. XCIII p. 195.

fläche in C trifft, und verbinde Q mit C. Dann ist es einleuchtend, daß jeder kleine Strahlenbündel QC, der aus Q divergirt, einen Brennpunkt in q bildet (§. 134 u. s. w.), aus dem er späterhin divergirt, und in das Auge E beinahe so fällt, als ob er aus einem mathematischen Punkte herkäme. Aus dem, was §. 161 und 16 hierüber gesagt worden ist, sieht man, daß die Dichtigkeit der Strahlen im Kegel qE unendlich größer ist, als in jedem andern danebe liegenden Kegel, der das Auge zur Grundfläche hat, so daß q al ein Bild von Q erscheint, und mehr oder weniger undeutlich ist, j nachdem die Krümmung der Brennlinie in q größer oder geringe ausfällt; denn es ist einleuchtend, daß wenn die Krümmung seh stark ist, so wird die angenommene Vereinigung jedes kleinen ent lichen Strahlenbüschels QCC′ in einem mathematischen Punkt meh von der Wahrheit abweichen, als wenn sich die Brennlinie mehr eine graden Linie nähert.

342. Zusatz. Wechselt das Auge seine Stellung, so wir die scheinbare Lage eines Objects, welches durch Hülfe einer brechen den oder zurückwerfenden Oberfläche gesehen wird, ebenfalls geändert denn, so wie E eine andere Lage annimmt, ändert die Berührungs linie Eq ebenfalls ihre Richtung, und der Berührungspunkt q ode der Ort des Bildes wird ein anderer.

343. Dieser Satz kann durch ein sehr bekanntes Beispiel er läutert werden. Sehen wir durch die Oberfläche eines stillen, nich sehr tiefen Wassers, welches einen horizontalen Boden hat, so er scheint der Boden nicht als Ebene, sondern scheint an allen Seite in die Höhe zu steigen und sich der Oberfläche zu nähern, in je schi ferer Richtung wir denselben betrachten. Um dieß zu erklären, se Q ein Punkt des Grundes, und QPe der Weg des Strahls, dur welchen ein Auge in e denselben erblickt (Fig. 89). Der Punkt d Brennlinie, in welchem dieselbe von der verlängerten eP getroffe wird, ist Y, und aus der Gestalt der Brennlinie (§. 238) ist es ei leuchtend, daß Y der Oberfläche um so näher liegt, je schiefer e gegen dieselbe geneigt ist. Die scheinbare Gestalt des Bodens wi daher folgendermaßen bestimmt werden. Vom Auge E (Fig. 69 ziehe man eine Linie EG nach dem Punkt G der Oberfläche, un nachdem man PY parallel mit EG gezogen hat, die den Zweig DY der Brennlinie berührt, verlängere man EG nach H, mache GH = PY so wird H das Bild des Punktes Q′ am Boden seyn, und er geht

richtung besteht augenscheinlich darin, daß die Erleuchtung des Bildes auf der Netzhaut gemäßigt und gleichförmiger gemacht wird, deren Nerven sonst leicht verletzt werden könnten. Bei Thieren, z. B. bei der Katze, welche zur Nachtzeit gut sehen, ist die Pupille am Tage beinahe völlig verschlossen, und bildet nur eine schmale Linie, aber bei dem menschlichen Auge ist die Gestalt der Pupille immer kreisförmig. Die Zusammenziehung der Pupille geschieht unwillkürlich, und wird durch den Reiz des Lichts selbst hervorgebracht; dieß ist ein schönes Beispiel eines sich von selbst in Ordnung bringenden Mechanismus, dessen Bewegung man leicht sehen kann, indem man dem Auge ein Licht nähert, während man dasselbe auf sein eigenes Bild im Spiegel gerichtet erhält.

352. Unmittelbar hinter der Oeffnung der Iris befindet sich die Krystalllinse B, die die hintere Gränze des Theils A ausmacht. Ihre Gestalt ist ein durch Umdrehung entstandener Körper, dessen vordere Seite viel weniger gekrümmt ist als die hint[illegible] Oberflächen sind nach Chossat Ellipsoiden, die durch Umdrehung um die kleine Axe entstanden sind, aber es scheint aus seinen Messungen zu folgen, daß die [illegible] beider Oberflächen weder genau unter sich, noch mit der der Hornhaut zusammenfallen. Diese Abweichung würde dem deutlichen Sehen sehr zum Nachtheil gereichen, wenn die Krystalllinse sehr dichter als die übrigen Theile wäre, oder wenn die Brechung durch sie allein geschähe. Dieß ist aber keineswegs der Fall, denn das mittlere Brechungsverhältniß dieser Linse beträgt nur 1,384, während das der wäßrigen Feuchtigkeit, wie wir gesehen haben, 1,337 und das der gläsernen Feuchtigkeit C, die die dritte Abtheilung einnimmt, 1,339 ist, so daß die ganze Beugung, welche die Strahlen an der Oberfläche der Krystalllinse erleiden, nur sehr gering ausfällt, in Vergleich mit der Neigung der Oberfläche an demjenigen Punkt, wo die Beugung stattfindet, und da in der Gegend des Scheitels eine ziemlich starke Abweichung der Richtung der Axe nur eine sehr kleine Veränderung in der Neigung des Strahls gegen die Oberfläche hervorbringen kann, so wird die Wirkung dieser fehlerbewirkenden Ursache so geschwächt, daß wahrscheinlich keine merkliche Abweichung hervorgebracht wird.

353. Die Krystalllinse enthält eine größere Menge von Eiweißstoff und Gallerte, als die übrigen Feuchtigkeiten des Auges, so daß sie durch die Hitze des kochenden Wassers völlig gerinnt. Sie ist

$$QF : FE = QE : Eq ;$$
$$QF : QE = QE : Qq ,$$

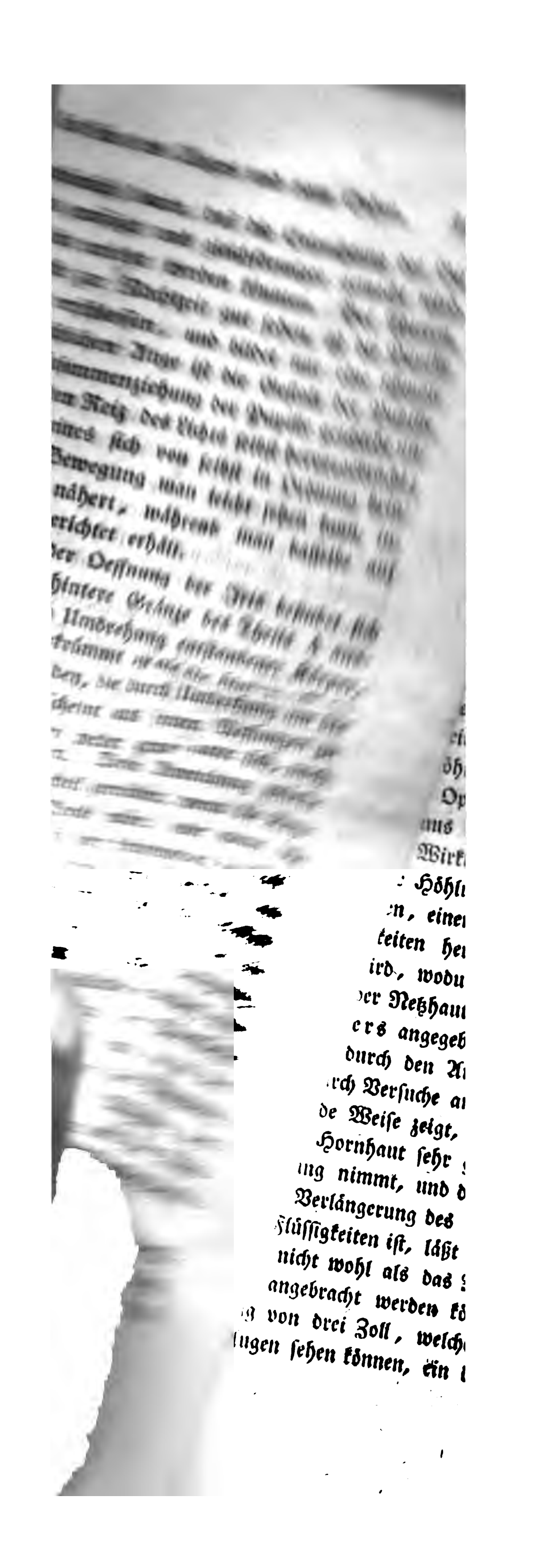
und die Größe des Objects verhält sich zu der des Bildes, wie di Entfernung des Objects von F sich zur Brennweite, d. h. wi QF:FE verhält.

348. Vierte Regel. Bei allen Verbindungen von Spie geln und Linsen läßt sich das von der ersten hervorgebrachte Bil als ein Object betrachten, von welchem die zweite wieder ein Bil macht, und so fort bis zur letzten.

349. Es ist schon früher (§. 6) bemerkt worden, daß die sicht baren Gegenstände sich dadurch von den optischen Bildern unterschei den, daß von den erstern Licht nach allen Seiten, von den letzter aber nur in gewissen Richtungen ausströmt. Dieß macht in der Op tik eine wichtige Unterscheidung aus: Ein wirkliches Object kan man sehen, sobald nichts Dunkles zwischen dasselbe und das Aug gesetzt wird; ein Bild hingegen wird bloß dann gesehen, wen das Auge in den Strahlenbündel zu stehen kommt, durch welche das Bild entsteht. So sieht z. B. das Auge in dem (Fig. 62 abgebildeten Falle von dem Bilde nichts, ausgenommen wenn si dasselbe innerhalb des Raums DqpH befindet, wo BqD und ApH die äußersten Strahlen sind, die von den Gränzen des Gegenstan des herkommen, und in der Linse gebrochen werden.

Die Helligkeit eines Bildes ist daher der Lichtmenge propor tional, die in jedem seiner Punkte vereinigt ist, und sie verhält sic daher, wenn wir die Abweichung der Strahlen nicht mit berücksich tigen, wie das Product aus der scheinbaren Größe der Linse oder de Spiegels vom Object aus gesehen in den Flächeninhalt des Objects dividirt durch den Flächeninhalt des Bildes. Da nun die Fläche de Objects sich zur Fälche des Bildes verhält, wie das Quadrat de Abstandes des Objects von der Linse zum Quadrat der Entfernun des Bildes, und die scheinbare Größe der Linse vom Gegenstan aus gesehen, dem Quadrat desjenigen Quotienten proportional ist welcher entsteht, indem man ihren Durchmesser durch den Abstan vom Gegenstand dividirt, so verhält sich die Helligkeit oder der Gra der Erleuchtung des Bildes bloß wie die scheinbare Größe der Lins vom Bild aus gesehen, wie groß auch die Entfernung des Gegenstan des seyn mag. Nun ist immer die scheinbare Größe der Linse vo Bild aus gesehen, kleiner als eine Halbkugel, folglich ist die Er

leuch


Höhl
n, eine
keiten he
ird, wodu
er Netzhau
ers angegeb
durch den A
rch Versuche a
de Weise zeigt,
Hornhaut sehr
ng nimmt, und d
Verlängerung des
Flüssigkeiten ist, läßt
nicht wohl als das
angebracht werden kö
g von drei Zoll, welch
lugen sehen können, ein

gegen die Mitte zu dichter als nach Außen hin. Nach den Versuchen von Dr. Brewster und Dr. Gordon sind die Brechungsverhältnisse ihrer Mitte zwischen der Mitte und der Außenseite, und an der Außenseite selbst, 1,3999, 1,3786, 1,3767, wo das des reinen Wassers = 1,3358 angenommen wird. Diese Zunahme der Dichtigkeit ist, wie man leicht sieht, sehr nützlich, um die Abweichung der Strahlen zu verbessern, indem dadurch die Brennweite der centralen Strahlen verkürzt wird, wie sich aus den zur Auffindung der Abweichung §. 299 angegebenen Regeln ergiebt. Die Wirkung der elliptischen Gestalt dieser Oberflächen führt auf sehr verwickelte Rechnungen, und wir können in diesem Werke nicht auf dieselben eingehen. Wahrscheinlich besteht ihr Nutzen darin, daß die Abweichung der schiefen Strahlen durch dieselbe corrigirt wird.

354. Die hinterste Abtheilung C des Auges ist mit der gläsernen Feuchtigkeit angefüllt, eine Feuchtigkeit, welche nach Chene- [illegible] specifischen Gewicht noch rücksichtlich der chemischen Zusammensetzung merklich von der wäßrigen Feuchtigkeit abweicht, und wie wir gesehen haben, ist auch ihr Brechungsverhältniß [illegible] größer als das [illegible]

355. Da die brechende Kraft der Krystalllinse sowohl die der wäßrigen als die der gläsernen Feuchtigkeit übertrifft, so müssen die durch die Hornhaut auf dieselbe einfallenden convergenten Strahlen noch convergenter gemacht werden, und genau in ihrem Brennpunkt liegt die hintere Oberfläche der Abtheilung, welche die gläserne Feuchtigkeit enthält, und die durch die Netzhaut d gebildet wird, welche ein Geflecht von den feinsten Nerven ist, die alle aus einem großen

[redacted]

ahe Gegenstände größer als für entfernte ist, so ist einleuch= daß irgendwo ein Vermögen im Auge enthalten seyn muß, welches entweder die Netzhaut von der Hornhaut entfernt wer= ann, und das Auge sich in der Richtung seiner Axe verlängert, ie Krümmung der Linsen so geändert wird, daß die Strahlen rößere Convergenz erhalten. Wir wissen, daß eine solche Kraft nden ist, und durch eine willkürliche Anstrengung hervorgebracht n kann; auch ist es einleuchtend, daß dieselbe durch Muskeln ht, da sich bei längerer Anstrengung Müdigkeit erzeugt, und raft auch nicht über einen gewissen Punkt erhöht werden kann. die Anatomen sowohl, als die theoretischen Optiker sind über rt und Weise, auf welche dieser Mechanismus hervorgebracht nicht einig. Einige behaupten, daß die Wirkung der soge= en musculi recti, die das Auge in seiner Höhlung bewegen, sie zu gleicher Zeit zusammengezogen werden, einen Druck auf n Innern des Auges befindlichen Flüssigkeiten hervorbringen, adurch die Hornhaut vorwärts gepreßt wird, wodurch dieselbe h erhabener, und ihre Entfernung von der Netzhaut vergrößert

Diese Meinung, welche von Dr. Olbers angegeben wurde, eren Beweis Ramsden und Home durch den Augenschein stellen suchten, ist von Dr. Young durch Versuche angegriffen n, aus denen sich auf sehr entscheidende Weise zeigt, daß we= ns der Zuwachs von Convexität bei der Hornhaut sehr geringen

gegen die Mitte zu dichter als nach Außen hin. Nach den Versu chen von Dr. Brewster und Dr. Gordon sind die Brechungsverhä nisse ihrer Mitte zwischen der Mitte und der Außenseite, und an d Außenseite selbst, 1,3999, 1,3786, 1,3767, wo das des rein Wassers = 1,3358 angenommen wird. Diese Zunahme der Dic tigkeit ist, wie man leicht sieht, sehr nützlich, um die Abweichung d Strahlen zu verbessern, indem dadurch die Brennweite der centr len Strahlen verkürzt wird, wie sich aus den zur Auffindung d Abweichung §. 299 angegebenen Regeln ergiebt. Die Wirkun der elliptischen Gestalt dieser Oberflächen führt auf sehr verwickel Rechnungen, und wir können in diesem Werke nicht auf dieselb eingehen. Wahrscheinlich besteht ihr Nutzen darin, daß die Abwe chung der schiefen Strahlen durch dieselbe corrigirt wird.

354. Die hinterste Abtheilung C des Auges ist mit der gläse nen Feuchtigkeit angefüllt, eine Feuchtigkeit, welche nach Chen [illegible] specifischen Gewicht noch rücksichtlich der chemische Zusammensetzung merklich von der wäßrigen Feuchtigkeit abweich und wie wir gesehen haben, ist auch ihr Brechungsverhältniß [illegible] ger größer als das [illegible].

355. Da die brechende Kraft der Krystalllinse sowohl die de wäßrigen als die der gläsernen Feuchtigkeit übertrifft, so müssen di durch die Hornhaut auf dieselbe einfallenden convergenten Strahle noch convergenter gemacht werden, und genau in ihrem Brennpun liegt die hintere Oberfläche der Abtheilung, welche die gläserne Feuch tigkeit enthält, und die durch die Netzhaut d gebildet wird, welch ein Geflecht von den feinsten Nerven ist, die alle aus einem große Nerven O, dem Sehnerven ausgehen, der schief in das Auge nah bei der Nase eintritt. Die Netzhaut begränzt die ganze Höhlung C bis nach i, wo die Krystalllinse anfängt. Ihre Nerven stehen mi dem schwarzen Pigment in Verbindung, und sind gleichsam in das selbe eingetaucht, welches eine sehr schwarze sammtartige Materie ist die die Aderhaut (choroides) bedeckt, und von welchem alles Lich verschluckt wird, sobald es auf der Netzhaut eine Empfindung her vorgebracht hat, und hierdurch allen Zurückwerfungen des Lichts, un der daraus entstehenden Undeutlichkeit im Sehen vorgebeugt wird. Alle diese Feuchtigkeiten und Häute sind in eine dicke und zäh Hülle eingeschlossen, die die harte Haut (Sclerotica) genann

. daß wir dadurch von der überlegten Wahl und vorherge=
.Bestimmung überzeugt werden müssen, und vielleicht in stär=
Maße als durch jedes andere Werkzeug, welches uns entweder
ur oder die Kunst darbietet. Hierdurch erhält das Studium
Gegenstandes das höchste Interesse.

57. Die Bilder der äußern Gegenstände stellen sich daher
t auf der Netzhaut dar, und man kann sie daselbst sehen, in=
an die hintern Häute des Auges eines frisch getödteten Thie=
chschneidet, und die Netzhaut und die Aderhaut von hinten
et, wie das Bild auf einer Tafel von matt geschliffenem Glase,
§. 331 erwähnt wurde. Dieses Bild allein ist es, welches
n Nerven der Netzhaut gefühlt wird, auf welche die Licht=
als ein Reiz wirken, und die daselbst hervorgebrachten Ein=
werden vermittelst des Sehnerven in das Gehirn auf eine Art
gen, welche zu den tiefern Geheimnissen der Physiologie ge=
aber welche von derjenigen Art, auf welche alle übrigen Ein=
zum Gehirn gelangen, nicht verschieden zu seyn scheint. So
z. B. eine Lähmung des Sehnerven, so lange dieselbe dauert,
llige Blindheit hervor, obgleich das Auge offen bleibt und die
gkeiten ihre Durchsichtigkeit beibehalten, und einige sehr son=
Fälle von halber Blindheit sind aus der Lähmung des einen
rven, bei gesundem Zustande des andern, mit gutem Erfolge
worden. *) Eben so verhält sich der Grad des deutlichen Se=
während die Nerven ihre Empfindlichkeit besitzen, genau wie

liches Bild erhalten will; die Kugel müßte dann in ein Ellipsr verwandelt werden, deren Axe fast um den siebenten Theil läng ausfallen müßte, als im natürlichen Zustand, und die auf diese A hervorgebrachte Ausdehnung der harten Haut scheint kaum mit i rer Härte und Zähigkeit vereinbar zu seyn. Eine andere Meinun die von dem zuletzt genannten ausgezeichneten Physiker mit gute Erfolg vertheidigt worden ist, besteht darin, daß die Krystalllinse sel die Fähigkeit besitzt ihre Gestalt zu verändern, und convexer wir indem sich das Auge den kleinern Entfernungen anpaßt. Seine V suche, welche er mit solchen Personen anstellte, die an dieser Lin Mangel litten, beweisen sogar die völlige Abwesenheit der Kraft d Auges, seine Brennweite zu ändern, obgleich das Auge sich einig maßen durch die Zusammenziehung der Iris den verschiedenen En fernungen anpassen kann, indem auf diese Weise durch Verklein rung des Durchmessers des Strahlenbündels der Raum auf der Ne haut verringert wird, über welchen sich die nur unvollkommen z Convergenz gebrachten Strahlen vereinigen, und hierdurch einig maßen die Wirkung ihrer unzulänglichen Convergenz aufgehoben wi Bedenken wir, daß die Krystalllinse wirklich eine regelmäßige faseri Structur hat (wie man leicht sehen kann, indem man die Krysta linse eines gekochten Fischauges zerreißt), indem sie aus Lagen b steht, die wie bei einer Zwiebel über einander liegen, und jede La aus Fasern zusammengesetzt ist, die aus zwei Polen ausgehen, w die Meridiane einer Kugel, deren Axe die Axe des Auges selbst ist, zeigt sich, in so weit wenigstens, ein genügender Anschein einer Mu kelbildung; und wäre dieses auch nicht der Fall, so würde doch d Analogie mit durchsichtigen Thieren, bei denen man keine Muskelf sern unterscheidet, und die doch der Bewegung und dem Nervenr unterworfen sind, obgleich man eben so wenig Nerven als Muske in ihnen bemerkt, die Annahme einer Muskelkraft in der Krysta linse leicht zulässig machen, obschon man noch keine Nerven in d selben entdeckt hat. Im Ganzen muß man zugeben, daß Alles d ser Annahme günstig ist, wiewohl die andern schon erwähnten U sachen auch zum Theil mit beitragen können, und dasselbe noch nes genauern Beweises bedarf. Es ist ein Ruhm für die Wiss schaft, daß sie im Stande gewesen ist, so tief in die feinen Einri tungen dieses bewunderungswürdigen Werkzeugs einzudringen, u es kann ihr keine Schande seyn, daß ihren Untersuchungen noch etw

359. Dieß sind aber nicht die einzigen aus dem Bau des Or-
ga hervorgehenden Fälle eines mangelhaften Sehens, denen man
Hülfsmittel entgegensetzen kann. Fehlerhafte Bildungen der Hornhaut
finden viel gewöhnlicher statt, als man gewöhnlich glaubt, und wirklich
nur wenige Augen sind ganz frei davon. Man kann sie entdecken, indem
man ein Auge schließt, und das andere auf einen schmalen gut er-
leuchteten nicht zu glänzenden Gegenstand richtet (die Mondsichel, wenn
sie sehr klein ist, so daß das Alter des Mondes nur zwei oder drei
Tage beträgt, ist diesem Zweck sehr angemessen), und den Kopf in
verschiedene Lagen bringt. Der Gegenstand erscheint dann doppelt,
dreifach, vielfach oder auf verschiedene Art verzerrt, und eine sorg-
fältige Beobachtung der Erscheinungen unter verschiedenen Umstän-
den wird uns zu der besondern Bildung der brechenden Oberflächen
des Auges, durch welche sie bewirkt werden, leiten, und uns das
richtige Gegenmittel angeben. Ein merkwürdiges und lehrreiches
Beispiel dieser Art ist von G. B. Airy (Transactions of the Cam-
bridge Philosophical Society) bei einem seiner eigenen Augen
angegeben worden, bei dem er sich wegen der mangelhaften Bildung
der Linsen des Auges überzeugte, daß dasselbe in einer verticalen
Ebene eine kürzere Brennweite hat, als in der horizontalen Ebene,
wodurch das Auge völlig unbrauchbar wurde. Man sieht leicht, daß
dieß dann stattfinden muß, wenn die Hornhaut, anstatt eine durch
Umdrehung entstandene Oberfläche zu seyn (bei welcher die Krüm-
mung jedes Schnitts durch die Axe dieselbe ist), eine andere Gestalt
hat, in der die Krümmung des verticalen Schnitts größer ist, als
die des horizontalen, und es ist einleuchtend, daß diesem Fehler kei-
neswegs durch den Gebrauch der sphärischen Linsen abgeholfen wer-
den kann. Die genaue Methode, welche sich in allen solchen Fällen
anwenden läßt, würde darin bestehen, daß man an das Auge eine Linse
brächte, die beinahe dasselbe Brechungsverhältniß hat, und bei wel-
cher die dem Auge zunächst liegende Fläche einen genauen Abdruck
der unregelmäßigen Hornhaut vorstellt, während die äußere Gestalt
kugelförmig, wie die Hornhaut im Allgemeinen angenommen werden
muß; denn es ist einleuchtend, daß alle Verdrehungen der Strahlen
an der hintern Fläche einer solchen Linse durch die gleichen und entge-
gengesetzten Abweichungen der Hornhaut aufgehoben werden müssen.*)

*) Sollten irgend sehr schlimme Fälle einer unregelmäßigen Hornhaut
sich vorfinden, so würde es der Mühe werth seyn, zu untersuchen,

indem es von den dunkeln und halbdunkeln Stellen, die es auf
nem Wege antrifft, aufgehalten, verwirrt und zerstreut wird. D
Bild ist daher entweder völlig verzerrt oder dunkel und undeutl
und die Blindheit nimmt in demselben Maße zu. Wird die v
dunkelte Linse herausgenommen, so kehrt die volle Empfindung
das Licht wieder zurück, aber da ein Hauptinstrument, welches
Convergenz der Strahlen hervorbringt, fehlt, so wird das Bild ans
auf der Netzhaut, erst weit hinter derselben entstehen, und da die Netzh
die Strahlen in ihrem nicht vereinigten Zustande aufnimmt, so k
kein regelmäßiges Bild, also auch kein deutliches Sehen entsteh
Giebt man aber den Strahlen, ehe sie in das Auge treten, ihre ge
rige Convergenz, indem man eine erhabene Linse anbringt, und h
durch die übrig gebliebenen Flüssigkeiten des Auges in den Stand se
die Convergenz auf der Netzhaut hervorzubringen, so entsteht dadu
sogleich ein deutliches Sehen. Dieß ist die Ursache, aus welcher Per
nen, die sich der Operation des Staars unterwerfen mußten (wo
entweder die dunkle Krystalllinse herausgenommen, oder auf die S
geschoben wird), eine Brille von sehr kurzer Brennweite tragen. Sol
Gläser leisten die Dienste einer künstlichen Krystalllinse. Eine and
Ursache des unvollkommenen Sehens, die der Wegnahme der K
stalllinse ähnlich ist, rührt vom Alter her, und das Mittel dageg
ist dasselbe. Bei bejahrten Personen verliert die äußere Hülle d
Auges, die Hornhaut, zum Theil ihre Convexität und wird flach
Die Kraft des Auges (§. 248, 255) wird daher vermindert, u
es kann kein vollkommenes Bild auf der Netzhaut entstehen. D
fehlende Kraft wird durch eine convexe Linse oder ein Brillengl
(§. 268) ersetzt, und das Sehen wird auf diese Weise vollkomm
oder doch verbessert.

358. Kurzsichtige Personen haben zu convexe Augen, und d
sem Fehler läßt sich so wie dem vorigen durch Gläser von entgege
gesetzter Eigenschaft abhelfen. Es kommen jedoch Fälle vor, freil
sehr selten, wo die Hornhaut so erhaben wird, daß es unmöglich
eine Linse anzubringen, durch welche ihre Wirkung verhindert wi
Diese Fälle würden mit unheilbarer Blindheit verbunden seyn, alle
man hat dann die Kühnheit gehabt, das Auge zu öffnen, und d
völlig gesunde Linse herauszunehmen, und diese Kühnheit läßt s
nur durch die Gewißheit unserer Kenntnisse der wahren Beschaffe
heit und Gesetze des Sehens rechtfertigen.

die andere aber eine Kugelfläche besitzt, deren Krümmung der des Cylinders gleichkommt. Setzt man dann eine solche sphärisch-cylindrische Linse vor das Auge, so wird der Fehler desselben, wenigstens näherungsweise aufgehoben. „Es würde unrecht seyn, wenn wir die Auseinandersetzung dieser interessanten Anwendung der mathematischen Wissenschaften, welche so sehr zur Vermehrung der Bequemlichkeit ihres Besitzers beitragen, mit andern als seinen eigenen Worten schließen wollten. „Nachdem ich mich fruchtlos an verschiedene Optiker gewendet hatte, verschaffte ich mir endlich eine Linse von den besagten Dimensionen *) bei einem Künstler, Namens Fuller, in Ipswich. Sie befriedigt meine Wünsche in jeder Rücksicht. Ich kann jetzt in einer beträchtlichen Entfernung die kleinste Schrift mit dem linken fehlerhaften Auge so gut als mit dem rechten lesen. Ich habe gefunden, daß das Sehen am deutlichsten ist, wenn die cylindrische Oberfläche vom Auge abgewendet ist, und da die Linse, wenn sie vom Auge entfernt ist, die scheinbare Gestalt der Gegenstände ändert, indem sie die in verschiedenen Ebenen einfallenden Strahlen auf verschiedene Weise bricht, so hielt ich es für angemessen, die Einfassung meiner Brille so einrichten zu lassen, daß das Glas ganz nahe ans Auge zu liegen kommt. Bei diesen Vorsichtsmaßregeln finde ich, daß das Auge, von dem ich fürchtete, daß es ganz nutzlos werden würde, fast in jeder Rücksicht so gut als das andere gebraucht werden kann."

360. Partielle oder totale Blindheit kann nicht allein aus der Verdunkelung der Krystalllinse, sondern auch aus der jedes andern Theils entstehen, oder auch aus jedem andern Körper, der nicht zu den Bestandtheilen des Auges gehört, und zwischen die Hornhaut und die Netzhaut zu liegen kommt. In allen solchen Fällen braucht man nicht an der Wiederherstellung des Gesichts zu verzweifeln, sobald nur die Empfindlichkeit des Nerven nicht verletzt ist. Bei einem neuerdings vorgefallenen sehr merkwürdigen Fall, der von Wardrop operirt, und in den Philosophical Transactions 1826 auseinandergesetzt ist, wurde eine von Kindheit an stattgefundene Blindheit, welche von einer durch Zusammenziehung der Iris hervorgebrachten vollständigen Zerstörung der Pupille entstand, die eine im sechsten Mo-

*) Halbmesser der sphärischen Oberfläche $5^{1}/_{3}$ Zoll, der cylindrischen $4^{1}/_{2}$ Zoll.

Die Nothwendigkeit aber, daß man sich auf solche Flächen beschräken muß, die wirklich aus Glas geschliffen werden können, denn man sich derselben immer bedienen kann, führte Airy auf den Gdanken, eine biconcave Linse zu nehmen, bei der die eine Oberfläcsphärisch, die andere cylindrisch ist. Die sphärische Oberfläche soll dazu dienen, um die im Allgemeinen zu convexe Hornhaut zu verbesserDer Nutzen der cylindrischen kann folgendermaßen erklärt werden. Manehme an, daß parallele Strahlen auf eine concave cylindrische Obefläche ABCD in einer Richtung, die senkrecht auf der Axe des Cylinders steht, fallen (Fig. 71), und sey SS'PP'QQ'TT' irgend eunendlich dünner Strahlenbündel in Gestalt eines Parallelopipedum dessen Seiten parallel mit der Axe sind. Da jeder von den in diesem Strahlenbündel enthaltenen Strahlen SP, S'P' in einer Eben APS liegt, die senkrecht auf der Axe steht, so werden dieselben nader Brechung alle nach einem in derselben Ebene befindlichen Punk X convergiren, oder von einem solchen divergiren, folglich werde alle auf PQ, P'Q' fallenden Strahlen nach der Brechung ihren Brennpunkt in der Linie XY haben, und den Hauptbrennpunkt des Cylinders wird die Linie FG ausmachen, deren Entfernung FC vom Scheitel der Oberfläche CC' dieselbe ist, als die Brennweite eine Kugelfläche, die durch die Umdrehung von AB um die Axe FC entsteht. Wir sehen hieraus, daß eine cylindrische Linse bei Strahlen, welche in der Ebene der Axe des Cylinders auffallen, keine Convergenz oder Divergenz hervorbringt, während sie die Strahlen welche in einer auf der Axe senkrechten Ebene auffallen, eben so wie ein sphärische Oberfläche divergiren und convergiren macht. Verbinde man daher eine solche cylindrische Oberfläche mit einer sphärischen, so bleibt der Brennpunkt der sphärischen Oberfläche in der eine Ebene ungeändert, in der andern aber ändert er sich so, wie er be einer Linse seyn muß, die auf der einen Seite diese Kugelfläche, au

---

ob man sich nicht wenigstens auf einige Zeit ein deutliches Sehen dadurch verschaffen könnte, indem man mit der Oberfläche des Auges eine durchsichtige thierische Gallerte in eine sphärische Glaslinse eingeschlossen, in Berührung brächte, oder ob man nicht ein wirkliches Modell der Hornhaut nehmen und dasselbe in ein durchsichtiges Mittel eindrücken könnte. Die Operation würde auf jeden Fall viel Vorsicht erfordern, aber gewiß weniger als die, bei der man ein lebendes Auge öffnet, und den Inhalt herausnimmt.

befinden sich die Augen in vollkommener Ruhe, so sind ihre Axen gewöhnlich parallel oder etwas divergent. In diesem Zustand sieht man alle nahen Gegenstände doppelt; allein die geringste Anstrengung zur Aufmerksamkeit bewirkt, daß ihre Bilder sogleich zusammenfallen. Diejenigen, deren Auge durch einen Schlag verschoben ist, sehen doppelt, bis die Gewohnheit ihnen von Neuem gelehrt hat einfach zu sehen, obgleich die Verschiebung der optischen Axe noch fortdauert.

362. Genau derselbe Fall findet bei dem Sinn des Gefühls statt. Man lege die Hand auf die Kugel und befühle sie: Es ist eine **einzige**, und nichts ist unwiderstehlicher als diese Ueberzeugung. Man bringe sie zwischen den ersten und zweiten Finger der rechten Hand, während dieselben sich in ihrer natürlichen Lage befinden. Die rechte Seite des ersten, und die linke Seite des zweiten fühlen entgegengesetzte Erhabenheiten, aber da die Gewohnheit uns gelehrt hat, daß zwei auf diese Weise gefühlte Erhabenheiten einer und derselben sphärischen Oberfläche machen, so ziehen wir nie die Identität der Kugel oder die Einheit der Empfindung in Zweifel. Nun lege man die Finger kreuzweise, indem man den zweiten über den ersten bringt, und lege die Kugel auf dem Tische zwischen diese winkelförmige Oeffnung, so daß man die linke Seite der Kugel mit der rechten Seite des zweiten Fingers, und die rechte Seite der Kugel mit der linken des ersten Fingers fühlt. In diesen Umständen erhält man ganz unwiderstehlich den Eindruck, daß man zwei Kugeln mit den Fingern in Berührung gebracht hat, vorzüglich wenn man die Augen verschließt, und die Hand von einer andern Person auf die Kugel legen läßt. Eine Erbse ist für diesen Versuch ein sehr passender Gegenstand. Die Täuschung ist eben so groß, wenn man die Vorderfinger beider Hände übereinander legt und die Erbse zwischen dieselben bringt.

363. Die Kraft der Gewohnheit bei Hervorbringung des einfachen Sehens ist so mächtig, daß sie beide Bilder scheinbar zusammenfallen macht, wenn auch die Strahlen, welche dasselbe bilden, weit von ihrem gewöhnlichen Wege abgewendet werden. Um dieß zu zeigen, stelle man ein Licht in einiger Entfernung, und betrachte dasselbe mit dem einen bloßen Auge, z. B. dem linken, indem man vor das andere ein Prisma mit veränderlichem brechenden Winkel setzt, ein Instrument, welches nachher beschrieben werden wird; man sehe

nat des Alters vorgenommene ungeschickte Operation zum Grunde hat völlig gehoben, und nach sechs und vierzig Jahren das Gesicht wieder hergestellt, bloß dadurch, daß das Hinderniß vermittelst einer Durchbohrung des verschlossenen Häutchens weggeschafft wurde. Das Detail dieses Falles ist im höchsten Grade interessant, allein wir müssen den Leser auf den angeführten Band der Philosophical Transactions verweisen.

361. Da wir zwei Augen haben, und jedes derselben ein abgesondertes Bild von jedem äußern Gegenstande macht, so kann man fragen: warum sehen wir nicht doppelt? Vielen hat die Auflösung dieser Frage mit vielen Schwierigkeiten verknüpft geschienen. Allein es scheint uns, als ob man mit gleichem Rechte fragen könnte, warum fühlen wir nicht zehnfach, da wir zwei Hände und an jeder Hand fünf Finger haben, von denen jeder mit gleicher Fähigkeit zu fühlen, und durch diesen Sinn die äußern Gegenstände zu unterscheiden begabt ist. Die Antwort ist in beiden Fällen dieselbe, es ist Sache der Gewohnheit. Die Gewohnheit allein lehrt uns, daß die Empfindung des Sehens äußern Gegenständen entspricht und was für Gegenständen dieselbe entspricht. Ein Gegenstand, z. B. eine kleine Kugel oder eine Oblate, liegt vor uns auf dem Tische, wir richten unsere Augen darauf, d. h. wir bringen die Bilder desselben auch bei den Netzhäuten an diejenigen Stellen, von denen wir durch die Gewohnheit erfahren haben, daß sie die empfindlichsten sind, und zum deutlichen Sehen die geschickteste Lage haben, und da wir gefunden haben, daß unter diesen Umständen das Object, welches die Empfindungen hervorbringt, eines und dasselbe ist, so verbindet sich der Gedanke der Einheit des Objects auf eine unwiderstehliche Weise mit dem Eindruck. Drücken wir aber den obern Theil des einen Auges herunter, indem wir den Finger fest auf das Augenlied legen, während der Blick auf die Kugel oder Oblate gerichtet ist, und bringen dadurch das Bild gewaltsam auf eine andere Stelle der Netzhaut, so entsteht augenblicklich ein doppeltes Sehen, indem man ganz deutlich zwei Kugeln oder Oblaten erblickt, die sich bei stärkerm Druck von einander entfernen, und wenn der Druck nachläßt, sich nähern und zuletzt ganz aufeinanderfallen. Dieselbe Erscheinung kann man ohne Druck hervorbringen, indem man die Augen auf einen Punkt richtet, der näher oder entfernter liegt als die Oblate, da in diesem Fall die optischen Axen vom Object abwärts gerichtet sind.

chen Axe wird es wahrscheinlich, daß die Fibern von beiden Nerven sich mit einander vermischen, und dieß dürfte eine Erklärung für die größere Schärfe und Deutlichkeit des Sehens an dieser Stelle des Auges geben.

365. Ein anderer Punkt, bei dessen Erklärung man sich mehr Mühe gegeben hat, als derselbe verdient, besteht darin, daß wir die Gegenstände wirklich aufrecht sehen, während ihre Bilder auf der Netzhaut verkehrt sind. Aufrechte Stellung heißt nichts anders, als daß der Kopf entfernter und die Füße näher am Erdboden sich befinden, als jeder andere Theil. Nun hat aber der Erdboden mit den auf demselben befindlichen Gegenständen in dem Gemälde auf der Netzhaut dieselbe relative Lage als in der Natur. Es ist freilich wahr, daß auf diesem Bilde die Menschen mit dem Kopfe abwärts stehen, allein zugleich fallen die schweren Körper aufwärts, allein der Geist, oder sein Abgeordneter, der Nerve, welcher in jedem Theil des Bildes gegenwärtig ist, urtheilt nur über die gegenseitigen Verhältnisse der einzelnen Theile. Wie sich diese Theile zu den äußern Gegenständen verhalten, kann man bloß aus Erfahrung wissen, und wird augenblicklich nur nach der Gewohnheit beurtheilt.

366. Es giebt eine merkwürdige Thatsache, die wir selbst in dieser kurzen Abhandlung über das Sehen nicht übergehen dürfen; die Stelle nämlich, an welcher der Sehnerve in das Auge tritt, ist für den Lichtreiz völlig unempfindlich, aus welchem Grunde dieselbe auch Punctum caecum genannt wird. Die Ursache hiervon ist einleuchtend; an dieser Stelle hat sich der Nerve noch nicht in die unendlich kleinen Fasern zertheilt, die fein genug sind, um durch einen so feinen Reiz als das Licht, entweder in Erschütterung gesetzt zu werden, oder in ihrem mechanischen, chemischen oder andern Zustande sich zu ändern. Die Wirkung hiervon ist sonderbar und auffallend. Man klebe auf ein schwarzes Papier oder einen andern dunkeln Gegenstand zwei weiße Oblaten, deren Mittelpunkte ungefähr drei Zoll von einander entfernt sind. Vertical über die linke Oblate halte man das rechte Auge in einer Entfernung von zwölf Zoll, so daß man auf dieselbe herabsieht, die Linie, welche die Augen mit einander verbindet, parallel mit derjenigen geht, die durch die Mittelpunkte der Oblaten gelegt ist. Schließt man in dieser Lage das linke Auge, und sieht mit dem rechten auf die unter ihm befindliche Oblate, so erblickt man bloß diese, während die andere völlig unsichtbar bleibt. Rückt man aber das Auge nur ein wenig aus seiner Stellung, nach

das Register). Zuerst sey der Winkel Null; dann bringt das Pri keine Ablenkung hervor, und das Sehen ist einfach. Nun än man das Prisma, so daß die Strahlen in einer horizontalen Eb eine Abweichung nach der rechten Hand von zwei bis drei Grad halten. Man sieht das Licht sogleich doppelt, und zwar das ab lenkte Bild links vom andern, allein die geringste Bewegung, bloßes Blinzeln der Augenlieder bringt die Bilder sogleich Deckung. Man ändere das Prisma von Neuem in derselben Richt um einige Grade, so wird das Licht wieder doppelt erscheinen, durch Blinzeln einfach werden, indem man seine Aufmerksam stärker auf dasselbe richtet, und auf diese Art kann man die Aug axen zu einer Neigung von 20 bis 30 Grad gegen einander bring Setzt man unter diesen Umständen ein zweites Licht genau in Richtung der abgelenkten Strahlen des ersten, aber so verdeckt, seine Strahlen nicht ins linke Auge fallen können, und nimmt Prisma während des Blinzelns der Augen plötzlich weg, so ersch nen beide Lichter als ein einziges. Soll das Bild durch das Pris rechts vom andern erscheinen, so [illegible] Gränzen, innerhalb nen bei Veränderung des Winkels eine Deckung hervorgebracht w den kann, viel enger, da wir mehr gewohnt sind, die optischen A gegen einander hin, als von einander weg zu bewegen. Geschi die Ablenkung nur um ein Weniges aus der horizontalen Eb heraus, so können wir dieselbe durch keine Anstrengung verbesse Es ist wahrscheinlich, daß einige Fälle des Schielens durch eine sol Uebung der Richtung der optischen Axen gehoben werden könn wenn man dieselbe länger fortsetzt.

364. Dieß ist ohne Zweifel eine genügende Erklärung des e fachen Sehens mit zwei Augen; jedoch hat Dr. Wollaston es wa scheinlich gemacht, daß auch eine physiologische Ursache an dieser E scheinung Theil habe, und daß eine halbe Durchkreuzung der Se nerven unmittelbar bei ihrem Austritte aus dem Gehirn stattfind indem die Hälfte jedes Nerven in jedes Auge geht, und die rec Hälfte jeder Netzhaut völlig aus den Fasern des einen Nerven, linke Hälfte aus dem des andern besteht, so daß alle Bilder auß halb der optischen Axe von einem und demselben Nerven in beid Augen empfunden werden, und so eine kräftige Zusammenwirku und vollkommene Vereinigung zwischen denselben unabhängig von de bloßen Einfluß der Gewohnheit erhalten wird. Unmittelbar in der op

her begränzt sehen. Die Mittel, welche die schon auseinandergesetzten
rincipien uns an die Hand gaben, um diesen Zweck zu erreichen,
stehen in der Concentration von einer größern Menge Strahlen, als
n natürlichen Zustande ins Auge gelangen, vermittelst der Glaslinsen;
der Vergrößerung des Bildes auf der Netzhaut, indem wir an die
telle des Gegenstandes ein Bild desselben setzen, das entweder größer
s der Gegenstand selbst ist, oder dem Auge näher gebracht werden
nn, und in der Aufhebung der Abweichung der Strahlen, indem
ir die Gestalt und Bestandtheile unserer Instrumente dem vorge-
tzten Zweck anpassen.

370. Satz. Die scheinbare Größe eines gradlinigen Gegen-
ndes wird durch den Winkel gemessen, den dasselbe am Mittel-
nkt des Auges bildet, oder durch die lineare Größe seines Bildes
f der Netzhaut, und ist daher der linearen Größe des Gegenstan-
s direct, und seiner Entfernung vom Auge umgekehrt proportional.

Der Mittelpunkt des Auges im optischen Sinne ist ein
unkt nahe an der Mitte der Pupille in der Ebene der Iris, und
as Bild eines jeden äußern Gegenstandes PQ (Fig. 72), welches
n Hintergrund des Auges durch Strahlen in pq entsteht, die sich
n der besagten Stelle durchkreuzen, muß denselben Winkel bilden,
daß $pq = PQ \cdot \frac{pE}{PE}$ wird.

371. Zusatz. Ist der Gegenstand so entfernt, daß die von
dem Punkt desselben herkommenden Strahlen als parallel betrach-
t werden können, so wird der scheinbare Durchmesser desselben durch
ie Neigung der Strahlen der äußersten Strahlenbüschel gegen einan-
er gemessen. Sieht daher das Auge vermittelst paralleler oder bei-
ahe paralleler Strahlen, so wird die scheinbare Größe des Gegen-
ndes durch die Neigung der äußersten Strahlenbüschel gemessen,
nd den Gegenstand selbst versetzt man in eine unendliche Entfernung
der an die hohle Seite des Himmelsgewölbes.

372. Satz. Stellt man eine erhabene Linse zwischen das Auge
nd irgend einen Gegenstand, so daß sich der Gegenstand in einer
Entfernung von der Linse befindet, die ihrer Brennweite gleich-
kommt, so wird derselbe von einem Auge, welches die Fähigkeit
sitzt, parallele Strahlen convergent zu machen, deutlich und ver-
größert gesehen werden.

Es sey PQ (Fig. 73) der Gegenstand, G die Linse und E der

der rechten oder nach der linken Hand, nach oben oder nach unt so wird die Oblate sogleich sichtbar und kehrt gleichsam ins Das zurück. Die hier angegebenen Entfernungen können für verschie Augen ebenfalls etwas verschieden seyn.

367. Es wird uns nicht mehr sonderbar vorkommen, diese Thatsache, nämlich die völlige Unsichtbarkeit von Gegenständ deren Bilder auf eine gewisse Stelle des Gesichtsfeldes jedes Au zu liegen kommen, unter zehntausend Menschen kaum einem bekan ist, wenn wir erfahren, daß es nicht sehr ungewöhnlich ist, Per nen zu finden, die auf einige Zeit auf einem Auge blind gewe sind, ohne es bemerkt zu haben. Ein Beispiel hievon ist dem V fasser selbst bekannt geworden.

368. Da bei den Augen der Fische die Feuchtigkeiten der ben beinahe dieselben Brechungsverhältnisse besitzen, als das Mittel, welchem sie leben, so ist die Brechung an der Hornhaut sehr gerin und die Krystalllinse muß fast allein die Strahlen so brechen, daß auf die Netzhaut fallend einen Brennpunkt bilden. Diese Linse daher bei den Fischen fast kugelförmig, und hat in Vergleichung mit d Durchmesser des Auges nur einen sehr kleinen Halbmesser. Da auße dem die Aufhebung der Abweichung der Strahlen wegen der Kug gestalt von der Hornhaut nicht in diesem Fall geleistet werden kan so ist die Krystalllinse selbst so beschaffen, daß sie diese hauptsächlic Verrichtung selbst bewerkstelligen kann, indem ihre Dichtigkeit na der Mitte zu sehr zunimmt. (Brewster, Treatise on new phil sophical instruments p. 268.) Die faserige und häutige Stru tur der Krystalllinse läßt sich in einem durch Kochen geronnenen Fisc auge sehr schön zeigen.

369. Dieselben wissenschaftlichen Grundsätze, welche uns den Stand setzen, den natürlichen Unvollkommenheiten der Auge abzuhelfen, können auch angewendet werden, diesem Sinn, obglei er sich in völlig gesundem Zustande befindet, einen Zuwachs vo Kraft mitzutheilen. Hat man einmal eingesehen, daß das Bild au der Netzhaut dasjenige ist, was wir wirklich sehen, so folgt daraus, da wenn wir durch irgend ein Mittel dieß Bild heller, größer oder deutliche als im natürlichen Zustand des Organs machen können, so werden w die Gegenstände heller als in ihrem natürlichen Zustand und auch vergrö ßert sehen, und wir dadurch in den Stand gesetzt werden, dieselben i ihren einzelnen Theilen genauer zu untersuchen, und sie schärfer und deu

liche

...en begränzt sehen. Die Mittel, welche die schon auseinandergesetzten ...ipien uns an die Hand gaben, um diesen Zweck zu erreichen, ...hen in der Concentration von einer größern Menge Strahlen, als ...natürlichen Zustande ins Auge gelangen, vermittelst der Glaslinsen; ... der Vergrößerung des Bildes auf der Netzhaut, indem wir an die ...elle des Gegenstandes ein Bild desselben setzen, das entweder größer ... der Gegenstand selbst ist, oder dem Auge näher gebracht werden ...n, und in der Aufhebung der Abweichung der Strahlen, indem ... die Gestalt und Bestandtheile unserer Instrumente dem vorge- ...ten Zweck anpassen.

370. **Satz.** Die scheinbare Größe eines gradlinigen Gegen- ...des wird durch den Winkel gemessen, den dasselbe am Mittel- ...kt des Auges bildet, oder durch die lineare Größe seines Bildes ... der Netzhaut, und ist daher der linearen Größe des Gegenstan- ...direct, und seiner Entfernung vom Auge umgekehrt proportional.

Der **Mittelpunkt des Auges** im optischen Sinne ist ein ...kt nahe an der Mitte der Pupille in der Ebene der Iris, und ... Bild eines jeden äußern Gegenstandes PQ (Fig. 72), welches ... Hintergrund des Auges durch Strahlen in pq entsteht, die sich ... der besagten Stelle durchkreuzen, muß denselben Winkel bilden, ...daß $pq = PQ \cdot \frac{pE}{PE}$ wird.

371. **Zusatz.** Ist der Gegenstand so entfernt, daß die von ...em Punkte desselben herkommenden Strahlen als parallel betrach- ... werden können, so wird der scheinbare Durchmesser desselben durch ... Neigung der Strahlen der äußersten Strahlenbüschel gegen einan- ... gemessen. Sieht daher das Auge vermittelst paralleler oder bei- ... paralleler Strahlen, so wird die scheinbare Größe des Gegen- ...des durch die Neigung der äußersten Strahlenbüschel gemessen, ... den Gegenstand selbst versetzt man in eine unendliche Entfernung ... an die hohle Seite des Himmelsgewölbes.

372. **Satz.** Stellt man eine erhabene Linse zwischen das Auge ... irgend einen Gegenstand, so daß sich der Gegenstand in einer ...fernung von der Linse befindet, die ihrer Brennweite gleich- ...mt, so wird derselbe von einem Auge, welches die Fähigkeit ...t, parallele Strahlen convergent zu machen, deutlich und ver- ...ßert gesehen werden.

Es sey PQ (Fig. 73) der Gegenstand, G die Linse und E der

Mittelpunkt des Auges. Da sich der Gegenstand im Brennp[unkt] der Linse befindet, so werden alle aus dem Punkt P gehenden Str[ah]len parallel mit PE und unter einander aus der Linse heraus[fah]ren, und daher nach der Brechung im Auge in einen Punkt p c[on]vergiren, so daß Ep parallel mit PC ist. Auf ähnliche Weise w[er]den die von Q herkommenden Strahlen nach der Brechung in [der] Glaslinse und im Auge sich in q vereinigen, so daß Eq parallel [mit] QC ist. Auf diese Art wird ein deutliches Bild auf der Netzh[aut] in pq entstehen, und die scheinbare Größe des durch die Linse g[ese]henen Gegenstandes ist der Winkel qEp. Nun ist dieser gleich P[CQ] oder gleich dem vom Object an der Mitte der Linse gebildeten Win[kel] und daher größer als der Winkel PEQ, welcher am Mittelpunkt [des] Auges entsteht, weil die Linse zwischen dem Auge und dem Geg[en]stand sich befindet.

373. Je näher daher das Auge der Linse ist, desto gerin[ger] wird der Unterschied der scheinbaren Größe des Gegenstandes se[yn,] er mag durch die Linse oder mit bloßen Augen gesehen werden. [Hat] aber die Linse eine kürzere Brennweite als die Entfernung beträ[gt,] auf welche das Auge deutlich sehen kann, so findet ein wesentlic[her] Unterschied zwischen dem Sehen mit oder ohne Linse statt, indem [im] erstern Falle der Gegenstand deutlich und gut begränzt erscheint, w[äh]rend im letztern oder mit dem bloßen Auge er undeutlich und v[er]wirrt ist, und dieß um so mehr, je näher derselbe dem Auge komm[t].

374. Durch erhabene Linsen von kurzer Brennweite kann m[an] daher die Gegenstände deutlich und in beliebigem Maße vergröß[ert] sehen; denn es sey L die Kraft der Linse, oder das Umgekeh[rte] ihrer Brennweite, und D die größte Nähe des Gegenstandes v[om] Auge, bei der das Auge noch deutlich sehen kann, wenn keine Linse [an]gewendet wird. Dann haben wir L : D = der Winkel pEq : d[er] Winkel, der vom Gegenstand in der Nähe D gebildet wird, fo[lg]lich auch L : D = die scheinbare lineare Größe des Gegenstan[des] durch die Linse gesehen: zu der scheinbaren Größe in der Nähe D [mit] bloßem Auge gesehen. Daher ist $\frac{L}{D}$ das Verhältniß dieser Größ[en] oder, wie man dasselbe nennt, die Vergrößerungskraft der L[inse] rücksichtlich der des bloßen Auges in der größten Nähe.

375. Zusatz. Ist D gegeben, so verhält sich die Vergrö[ße]rungskraft wie L, oder wie $(\mu - 1)(R' - R'')$. Dieß erklärt [...]

htung machte. Die Lage der Linsen und der Weg der Strahlen sen beiden Einrichtungen sind in Fig. 80 und 81 angegeben.
381. Bei der ersten Zusammensetzung sey PQ das Object. zieht QOG durch die Mittelpunkte des Objectivglases und des rglases, so ist diese Linie die Axe des Fernrohrs. Von irgend einem R des Objects ziehe man R O p durch die Mitte O des Objectivs, Linie pq in p trifft, welche durch den Brennpunkt q von Q ht auf die Axe in p gezogen wurde, so wird pq das Bild Q seyn. Es seyen PA, PB die äußersten Strahlen des aus mmenden Strahlenbüschels, welche auf das Objectivglas fallen, ch nach der Brechung in p durchkreuzen. Dafern nun der messer des Augenglases bGa nicht so beschaffen ist, daß der l Apa auf dasselbe fallen kann, so wird der Punkt p weni- ıchtend erscheinen, als im Mittelpunkt des Objectivglases, und selbe so klein, daß es von der verlängerten Linie Bp nicht ge- wird, so gelangt gar kein Strahl von P ins Auge. Es wird das Gesichtsfeld, oder die Winkelausdehnung des gesehe- Gegenstandes durch die Oeffnung des Augenglases beschränkt. ie Größe des Gesichtsfeldes zu finden, verbinde man die ent- esetzten Enden des Objectivs und des Oculars durch die Linien Aa, welche das Bild in r und p und die Axe in X treffen, ist rp die ganze Ausdehnung des gesehenen Bildes, und der l pOr, der gleich POR ist, giebt die Größe des Gesichts- Nun haben wir

als das Object. Hält man daher eine solche Linse zwischen das Auge u einen entfernten Gegenstand in einem solchen Abstande, welcher z deutlichen Sehen hinreichend ist, so erscheinen die Gegenstände a recht und verkleinert. In diesem Fall ist e positiv, L und beide negativ, folglich wird L + D — e eine negative Größe, u ohne Rücksicht auf das Vorzeichen größer als e, folglich A nega und kleiner als (A).

378. Bei Spiegeln hat man f = 2 R — D, folglich

$$A = (A) \frac{e}{2R - D - e} \quad (b)$$

Für einen convexen Spiegel ist e nothwendigerweise negat wenigstens wenn der Spiegel aus Metall besteht, weil sich das Au auf der Seite der Oberfläche befinden muß, wo das Licht einfäl daher wird 2 R — e positiv, und der Bruch

$$\frac{e}{2R - D - e}$$

nach der Beschaffenheit des Werthes der Größe 2 R — D — e gr ßer oder kleiner als die Einheit seyn. Bei concaven Spiegeln ist negativ, und e ebenfalls, aus derselben Ursache als bei convexe folglich kann sich die Größe und das Vorzeichen von A auf eine u endliche Menge von Arten ändern, je nachdem die Lage des Auge des Bildes und des Objects beschaffen ist. Diese verschiedenen Fä sind in Fig. 78 und 79 vorgestellt.

379. Betrachtet man das Bild anstatt mit dem bloßen Au vermittelst eines andern Spiegels oder einer Linse, die eine sol Lage hat, daß die anfangs aus dem Gegenstand divergent ausgehe den Strahlen endlich entweder genau parallel, oder doch in solch Gränzen der Divergenz oder Convergenz ausfahren, daß sich das Au dem deutlichen Sehen anpassen kann, so sieht man den Gegensta deutlich, und entweder größer oder kleiner als mit dem bloßen Auge, nachdem die Größe des Bildes und die Kraft des Spiegels oder d Linse beschaffen sind, die man zur Betrachtung desselben anwendet. A diesem Princip beruhen alle Teleskope und Mikroskope. Da die meist Augen durch parallele Strahlen sehen können, so werden dieselb so gebaut, daß die Strahlen parallel aus denselben herauskomme und eine mechanische Vorrichtung läßt eine kleine Bewegung der Li sen oder Spiegel so zu, daß man den Strahlen die zum deut chen Sehen nothwendige Divergenz oder Convergenz mittheilen kan

Hieraus sehen wir, daß je größer die Kraft des Ocularglases im Verhältniß zu der des Objectivglases ist, desto stärker ist auch die Vergrößerung des Fernrohrs, oder mit andern Worten, je größer die Brennweite des Objectivglases gegen die des Ocularglases ist, desto mehr vergrößert das Fernrohr.

383. Die Strahlenbündel fahren nach der Brechung hinter dem Ocularglase in parallele Richtungen aus, und sind daher zum deutlichen Sehen für ein in gehöriger Entfernung befindliches Auge passend. Nun erhält das Auge beide äußerste Strahlen bR' und aP' der Strahlenbündel, die aus r und p divergiren, wenn es in ihren Durchschnittspunkt E zu liegen kommt; da aber bE mit rG und aE mit pG parallel ist, so wird

$$GE = Gq \cdot \frac{ab}{pr}, \text{ oder } GE = \frac{\beta(L+l)}{\beta l - \alpha L} \quad (e)$$

384. Bringt man das Auge näher an das Ocular oder entfernt es von demselben, so erhält es die äußersten Strahlen nicht, und das Gesichtsfeld, oder die sichtbare Fläche des Gegenstandes wird kleiner. Bei der Zusammensetzung von zwei einzelnen Ocularglässern muß man daher wohl darauf achten, daß die Röhre, in der sie sich befinden, so weit verlängert ist (man sehe die Figur), daß das Auge, wenn es ganz nahe an das Ende der Röhre gehalten wird, die genaue Entfernung vom Glase erhält.

385. Dreht man das Fernrohr um, und hält das Auge hinter das Objectivglas, so bleibt die Zusammensetzung immer noch ein Fernrohr, aber seine Vergrößerung ändert sich in $\frac{L}{l}$, so daß, wenn es vorher vergrößert, dasselbe jetzt die Gegenstände verkleinert, und das Gesichtsfeld wird verhältnißmäßig größer. Auf diese Art kann man schöne Miniaturbilder von entfernten Gegenständen erhalten.

386. Wird das Fernrohr, anstatt auf so entfernte Gegenstände, daß die aus denselben herkommenden Strahlen als parallel betrachtet werden können, auf nahe Gegenstände gerichtet, so muß die Entfernung zwischen dem Objectiv und Ocular vergrößert werden, damit das Bild genau in den Brennpunkt des letztern fällt. Um dieß zu bewerkstelligen, wird das Ocularglas in eine verschiebbare Röhre gesetzt, und derselbe Mechanismus dient auch dazu, um das Fernrohr den weitsichtigen oder kurzsichtigen Augen anzupassen. Das erste Auge erfordert parallele oder wenig divergente Strahlen, das letztere sehr

$$GX = \frac{ab}{AB + ab} . OG .$$

Außerdem ist aber noch

$$Xq = Oq - OX;$$

$$pr = ab . \frac{Xq}{GX};$$

$$\text{Winkel } rOp = \frac{rp}{Oq} .$$

Um dieß algebraisch auszudrücken, setze man
den Durchmesser des Objectivglases $= \alpha$,
den Durchmesser des Ocularglases $= \beta$, (= ab)
die Kraft des Objectivglases $= L$, $(= \frac{1}{Oq})$
die Kraft des Ocularglases $= l$, $(= \frac{1}{Gq})$
so erhält man die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} OX &= \frac{\alpha}{\alpha + \beta}\left(\frac{1}{L} + \frac{1}{l}\right); \\ GX &= \frac{\beta}{\alpha + \beta}\left(\frac{1}{L} + \frac{1}{l}\right); \\ Xq &= \frac{1}{\alpha + \beta}\left(\frac{\beta}{L} - \frac{\alpha}{l}\right); \\ pr &= \frac{\beta l - \alpha L}{L + l} \end{aligned}\right\} \quad (c)$$

Der letztere Ausdruck ist die lineare Größe des sichtbaren Theil des Bildes, und man sieht, daß derselbe rücksichtlich des Ocular glases und Objectivglases symmetrisch ist.

382. Hieraus läßt sich nun leicht sowohl das Gesichtsfeld al die Vergrößerungskraft des Fernrohrs ableiten, denn das erste i dem Winkel gleich, welcher am Mittelpunkte des Objectivglases vo pr gebildet wird, und die letztere erhält man aus der erstern, so bald man den vom Mittelpunkt des Ocularglases gebildeten Winke rGp hat. Wir haben aber

$$\left.\begin{aligned} rOp &= L\,\frac{\beta l - \alpha L}{L + l.}, \\ rGp &= l.\,\frac{\beta l - \alpha L}{L + l}, \\ \text{Vergrößerungskraft} &= \frac{rGp}{rOp} = \frac{l}{L} \end{aligned}\right\} \quad (d) .$$

Hieraus sehen wir, daß je größer die Kraft des Ocularglases im Verhältniß zu der des Objectivglases ist, desto stärker ist auch die Vergrößerung des Fernrohrs, oder mit andern Worten, je größer die Brennweite des Objectivglases gegen die des Ocularglases ist, desto mehr vergrößert das Fernrohr.

383. Die Strahlenbündel fahren nach der Brechung hinter dem Ocularglase in parallele Richtungen aus, und sind daher zum deutlichen Sehen für ein in gehöriger Entfernung befindliches Auge passend. Nun erhält das Auge beide äußerste Strahlen b R′ und a P′ der Strahlenbündel, die aus r und p divergiren, wenn es in dem Durchschnittspunkt E zu liegen kommt; da aber b E mit r G und a E mit p G parallel ist, so wird

$$GE = Gq \cdot \frac{ab}{pr}, \text{ oder } GE = \frac{\beta(L+l)}{\beta l - \alpha L} \qquad (e)$$

384. Bringt man das Auge näher an das Ocular oder entfernt es von demselben, so erhält es die äußersten Strahlen nicht, und das Gesichtsfeld, oder die sichtbare Fläche des Gegenstandes wird kleiner. Bei der Zusammensetzung von zwei einzelnen Ocularglåsern muß man daher wohl darauf achten, daß die Röhre, in der sie sich befinden, so weit verlängert ist (man sehe die Figur), daß das Auge, wenn es ganz nahe an das Ende der Röhre gehalten wird, die gehörige Entfernung vom Glase erhält.

385. Dreht man das Fernrohr um, und hält das Auge an das Objectivglas, so bleibt die Zusammensetzung immer noch ein Fernrohr, aber seine Vergrößerung ändert sich in $\frac{L}{l}$, so daß, wenn es vorher vergrößert, dasselbe jetzt die Gegenstände verkleinert, und das Gesichtsfeld wird verhältnißmäßig größer. Auf diese Art kann man schöne Miniaturbilder von entfernten Gegenständen erhalten.

386. Wird das Fernrohr, anstatt auf so entfernte Gegenstände, daß die aus denselben herkommenden Strahlen als parallel betrachtet werden können, auf nahe Gegenstände gerichtet, so muß die Entfernung zwischen dem Objectiv und Ocular vergrößert werden, damit das Bild genau in den Brennpunkt des letztern fällt. Um dieß zu bewerkstelligen, wird das Ocularglas in eine verschiebbare Röhre gesetzt, und derselbe Mechanismus dient auch dazu, um das Fernrohr den weitsichtigen oder kurzsichtigen Augen anzupassen. Das erste Auge erfordert parallele oder wenig divergente Strahlen, das letztere sehr

divergente Strahlen, und um die nöthige Divergenz für das letzt hervorzubringen, muß das Ocular dem Objectiv näher gebracht werd

387. Dieselbe Theorie läßt sich bei dem zweiten Galiläisch Fernrohre anwenden, nur muß man bedenken, daß in diesem F l negativ ist. Dann ist daher auch GE negativ, oder das Auge sol zwischen dem Objectiv und Ocular sich befinden; da dieß aber r den übrigen Bedingungen nicht vereinbar ist, so muß man, um Gesichtsfeld zu erhalten, das so groß als möglich ist, das Auge richtigen Stelle so nahe als möglich bringen, d. h. man muß es ga nahe hinter das Ocular halten.

388. Im astronomischen Fernrohr sieht man die Gegenstän verkehrt, im Galiläischen aufrecht, denn im erstern haben sich von den Gränzen des Objects kommenden Strahlen durchkreuzt, e sie ins Auge gelangten, im letztern aber nicht.

389. Bringt man das Object näher an das Objectivglas, nimmt die Vergrößerungskraft zu, weil in diesem Fall $\frac{1}{L-D}$ (ı D die Nähe des Objects bedeutet) das Vergrößerungsverhältniß au drückt, wie man leicht aus dem sieht, was §. 382 gesagt wurl Auf diese Art wird ein zur Betrachtung naher Gegenstände diene des Fernrohr ein Mikroskop. Die gewöhnliche Construction ein zusammengesetzten Mikroskops ist keine andere, als die eines astı nomischen Fernrohrs, mit einigen Veränderungen, die dem dabei l absichtigten Zweck entsprechen. Das Objectivglas hat bei diesem I strument eine viel größere Kraft als das Ocularglas, so daß, wenn m es zur Betrachtung entfernter Gegenstände anwendet, es die W kung eines umgekehrten Fernrohrs thut. Da aber für nahe Gege stände D wächst, l — D abnimmt, so kann der Bruch $\frac{1}{l-D}$ bel big zunehmen, indem man den Gegenstand näher an das Obj tivglas bringt, und zugleich den Abstand der Linsen, der dur $\frac{1}{l-D}+\frac{1}{l}$ ausgedrückt wird, vergrößert. Da dieses aber zu Operationen erfordert, so ist es besser, die letztere Entfernung u geändert zu lassen, und bloß die erste zu ändern. Fig. 82 ist e Durchschnitt eines solchen Instruments. Es ist jedoch bequem, wer man es in seiner Gewalt hat, die Entfernung zwischen den Gläse zu vergrößern und zu verkleinern, da man hierdurch jede Vergröß

indem wir die Formeln und Bezeichnungen des §. 251 beibehalten. Diese geben nun, wenn wir substituiren:

$$D'' = \frac{2R' - D}{1 - t(2R' - D)}$$

$$f'' = 2R'' - \frac{2R' - D}{1 - t(2R' - D)}$$

$$= \frac{2R'' - 2R' + D - 2t(2R' - D)R''}{1 - t(2R' - D)} \qquad (f)$$

Dieß ist das Umgekehrte der Entfernung des zweiten Bildes von der zweiten zurückwerfenden Oberfläche. Wollen wir, daß das zu beleuchtende Bild genau auf die Oberfläche des großen Spiegels fallen soll, so brauchen wir nur $f'' = -\frac{1}{t}$ zu setzen, weil f'' positiv und t negativ ist. Für parallele Strahlen giebt dieß

$$R'R''.tt + (4R' - 2R'')t - 1 = o \qquad (g)$$

woraus t gefunden wird, wenn R' und R'' gegeben sind, und so auch umgekehrt.

394. Die Beschreibung anderer optischer Instrumente, und der feineren Einrichtung der Fernröhre u. s. w. muß verschoben werden, bis wir in der Auseinandersetzung der physischen Eigenschaften des Lichts, und vorzüglich der verschiedenen Brechbarkeit der Strahlen und ihrer Farben weiter fortgeschritten sind, welches den Inhalt des folgenden Abschnitts ausmachen soll.

---

in derselben Entfernung vom ebenen Spiegel entsteht (§. 335), u man sieht dieses Bild durch das Glas G eben so, als ob es von nem Objectivglas von derselben Brennweite in der Verlängerung d Axe der Ocularröhre gebildet würde. Es gelten daher für das Ne tonianische Teleskop dieselben Sätze und Formeln, als für das astron mische und Galiläische Fernrohr, rücksichtlich der Vergrößerung, d Gesichtsfeldes und Lage des Auges, indem man nur 2 R für 2 R — D für L — D substituirt, und bedenkt, daß R negativ wi da die Höhlung des Spiegels nach dem einfallenden Licht gewendet i

392. Das Gregorianische Teleskop hat statt eines schief s henden ebenen Spiegels einen kleinen Hohlspiegel, dessen hohle Se der des großen zugewendet ist, wie in Fig. 84, aber anstatt daß ih gegenseitige Entfernung der Summe der Brennweiten gleich sei sollte, ist dieselbe etwas größer angenommen; da nun das Bi p q, welches im Brennpunkt des großen Spiegels entsteht, ei Entfernung vom Scheitel des kleinern hat, die die Brennweite dessel ben übertrifft, so entsteht ein neues Bild ungefähr in der Gegend d Oberfläche des großen Spiegels in r s. Im Mittelpunkt des groß Spiegels ist eine Oeffnung angebracht, die die Strahlen auf e Ocularglas g durchläßt. Die Aenderung der Stellung für parall oder divergente Strahlen, oder für unvollkommene Augen, geschie durch die Aenderung des Abstandes der Spiegel vermittelst ein Schraube.

393. Die Cassegrainsche Einrichtung ist bloß darin von d Gregorianischen verschieden, daß der kleine Spiegel convex ist, un die Strahlen auffängt, ehe sie ein Bild formiren. Die Größe d Gesichtsfeldes, die Entfernung des Auges und die der Spiegel vo einander, lassen sich bei diesen Einrichtungen leicht ausdrücken, inde die letztere aus der erstern bloß durch eine Aenderung des Vorze chens in der Krümmung des kleinen Spiegels abgeleitet wird. E seyen dann R' und R'' die Krümmungen der beiden Spiegel, dan ist im Gregorianischen Teleskop R' negativ, R'' positiv, und wen wir t für die Entfernung beider Oberflächen von einander setz (wo t negativ ist, weil die zweite Oberfläche dem einfallenden Lic zugekehrt ist), so erhalten wir für einen Gegenstand, dessen Nähe D i

$$D' = D \,;\; f' = 2R' - D' = 2R' - D;$$

$$f'' = 2R'' - D'' \,;\; D'' = \frac{f'}{1 - f' t},$$

n wir die Formeln und Bezeichnungen des §. 251 beibehalten. ie geben nun, wenn wir substituiren:

$$D'' = \frac{2R' - D}{1 - t(2R' - D)}$$

$$f'' = 2R'' - \frac{2R' - D}{1 - t(2R' - D)}$$

$$= \frac{2R'' - 2R' + D - 2t(2R' - D)R''}{1 - t(2R' - D)} \qquad (f)$$

Dieß ist das Umgekehrte der Entfernung des zweiten Bildes von weiten zurückwerfenden Oberfläche. Wollen wir, daß das zu betende Bild genau auf die Oberfläche des großen Spiegels fallen l, so brauchen wir nur $f'' = -\frac{1}{t}$ zu setzen, weil f'' positiv und ativ ist. Für parallele Strahlen giebt dieß

$$R'R''.\, tt + (4R' - 2R'')t - 1 = 0 \qquad (g)$$

aus t gefunden wird, wenn R' und R'' gegeben sind, und so auch mehrt.

394. Die Beschreibung anderer optischer Instrumente, und der ern Einrichtung der Fernröhre u. s. w. muß verschoben werden, wir in der Auseinandersetzung der physischen Eigenschaften des es, und vorzüglich der verschiedenen Brechbarkeit der Strahlen ihrer Farben weiter fortgeschritten sind, welches den Inhalt des genden Abschnitts ausmachen soll.

Zweiter Abschnitt.

Die Farbenlehre.

§. I.

Von der Zerstreuung des Lichts.

395. Bisher haben wir das Brechungsverhältniß eines b
chenden Mittels als eine absolut gegebene Größe betrachtet, und d
selbe für alle in dem Mittel gebrochnen Strahlen als gleich angeno
men. In der Natur aber verhält sich die Sache anders. Fällt
Lichtstrahl schief auf die Oberfläche eines brechenden Mittels, so w
er nicht völlig nach einerlei Richtung gebrochen, sondern erleidet e
Trennung in mehrere Strahlen, und zerstreut sich in einen klei
oder größern Winkel, je nachdem die Natur des brechenden Mitt
und der Einfallswinkel beschaffen ist. Fällt z. B. ein Sonnenstr
SC auf die brechende Oberfläche AB, und wird nach der Brechu
auf einer Tafel RV (Fig. 85) aufgefangen, so wird derselbe anst
eines einzelnen Punktes R auf der Tafel einen Raum RV erleu
ten, *der desto größer ist, je größer der Einfallswink*
wird. Der Strahl SC, welcher vor der Brechung einzeln wa
wird daher in eine unendliche Menge Strahlen CR, CO, CY u. s.
zerlegt, von denen ein jeder auf eine von den andern unterschiede
Weise gebrochen wird.

396. Die physische Beschaffenheit der verschiedenen Strahle
aus welchen der zerstreute Strahl besteht, ist wesentlich unter eina
der sowohl, als vom einfallenden Strahl verschieden. Diese Stra
len besitzen verschiedene Farben. Das Sonnenlicht ist weiß. Wi
ein Sonnenstrahl unmittelbar auf einem Stück Papier aufgefangen,
bildet dasselbe einen weißen Fleck; wird aber ein Stück weißes P
pier, d. h. solches, welches bei dem gewöhnlichen Tageslicht we
erscheint, in den zerstreuten Strahl gehalten, wie RV, so sieht ma
in den verschiedenen Stellen des weißen Raums verschiedene Fa
ben, die nach einer regelmäßigen Anordnung auf einander folgen

... immer dieselbe bleibt, welches brechende Mittel man auch ...wenden mag.

397. Um diesen Versuch auf die genügendste und treffendste ...zustellen zu können, verschaffe man sich ein Prisma aus gutem ...glas, und lasse in einem dunkeln Zimmer einen Sonnenstrahl ...durch eine Oeffnung im Fensterladen eintreten, die wir durch OP ...g. 86) bezeichnen wollen. Wird dieser Strahl in einiger Entfer...nung auf der Tafel in D aufgefangen, so entsteht ein weißer runder ...ck, das Bild der Sonne, welcher desto größer ausfällt, je mehr ...an die Tafel von der Oeffnung entfernt. Stellt man nun das ...Prisma in den Sonnenstrahl vor die Tafel so auf, daß dasselbe den ...en Winkel nach Unten hat, (und senkrecht auf dem Strahl steht, ...und zugleich die Kante desselben mit dem Horizont parallel geht) ...t läßt den Strahl auf eine der Seitenflächen B C schief auffallen, ...wird derselbe gebrochen und von seinem Wege abgelenkt, indem ...nach Oben gewendet wird, wo er seinen Weg in der Richtung F G R ...setzt, und auf einer gehörig gestellten Tafel E aufgefangen wer...n kann. Aber auf dieser Tafel sieht man nicht mehr einen weißen ...den Fleck, sondern einen langen Streifen, oder wie man es in ...Optik nennt, ein Spectrum R V, welches aus den lebhaftesten ...rben besteht, (vorausgesetzt daß der aufgefangene Sonnenstrahl ...t zu breit ist, und die Entfernung der Tafel vom Prisma hin...chend groß genommen wird). Die Färbung des untern oder am ...nigsten gebrochenen Theiles ist ein glänzendes Roth, schöner ...d lebhafter als jede Färbung, die man durch andere Mittel her...bringen kann, oder als die Farbe irgend eines in der Natur vor...handenen Körpers. Dieses verliert sich in ein Orange, und letzteres ...t durch unmerkliche Abstufungen in ein schönes blasses Strohgelb ...er, auf welches schnell ein reines und sehr volles Grün folgt; ...es geht wieder in Blau über, welches anfangs weniger rein, sondern ...t Grün gemischt ist, aber nachher, wenn wir weiter aufwärts ge..., sich in das tiefste und reinste Dunkelblau ändert. Zugleich nimmt ...e Stärke der Erleuchtung ab, und im obern Theile der dunkelblauen ...rbung ist dieselbe sehr schwach, und sie erhält einen blassen Zu...satz von Purpurroth, eine dunkle Art von Farbe, die sich schwer ...schreiben läßt, und obgleich sie mit keiner natürlichen Farbe vergli...chen werden kann, sich am meisten einem verschwindenden Violet ...lert, tinctus viola pallor.

398. Hat die Tafel, auf welcher man das Spectrum auffän eine kleine Oeffnung, so daß nicht das ganze Spectrum durch selbe hindurchgehen kann, sondern nur ein sehr schmaler Theil selben, wie X (Fig. 87), so kann derjenige Theil des Strahls, n cher diesen Fleck bildete, auf einer andern Tafel aufgefangen werd die sich in beliebiger Entfernung hinter der ersten befindet, und det daselbst einen Fleck d völlig von derselben Farbe, als der T X des Spectrum hatte. Liegt z. B. X im rothen Theil des Sp trum, so wird d roth, im grünen grün, im blauen blau. Bri man das Auge nach d, so sieht dasselbe durch die Oeffnung ein B der Sonne von blendendem Glanze, aber nicht wie gewöhnlich we sondern von derjenigen Farbe, welche durch die Stelle X des Sp trum geht. Hieraus sehen wir, daß die Gesammtwirkung al Strahlen zur Hervorbringung des farbigen Ansehens des Spectru nicht wesentlich nothwendig ist, sondern daß eine Farbe von d andern isolirt und einzeln untersucht werden kann.

399. Wenn man den durch die Oeffnung X gehenden Stra Xd nicht auf einer Tafel hinter derselben, sondern mit einem ande Prisma acb auffängt, so wird derselbe gebrochen, und von seine Wege abgelenkt, wie Xfgx, und nach dieser zweiten Brechung ka er auf der Tafel e aufgefangen werden. Man hat aber beobacht daß derselbe nun nicht mehr in ein gefärbtes Spectrum, wie das u sprüngliche RV, von dem er einen Theil ausmacht, zerlegt wir Man sieht nur einen einzelnen Fleck x auf der Tafel, dessen Far gleichförmig ist, und genau dieselbe, als diejenige, welche der Th X des Spectrum gehabt haben würde, wenn er auf der ersten T fel aufgefangen worden wäre. Es folgt hieraus, daß der Strah welcher irgend einen Punkt des Spectrum bildet, nicht bloß v den übrigen ganz unabhängig ist, sondern auch wenn er einmal v den andern getrennt worden ist, nicht länger die Fähigkeit besit durch eine neue Brechung wieder in verschiedene Farben zerlegt werden.

400. Dieser einfache, aber lehrreiche Versuch macht uns m folgenden Eigenschaften des Lichts bekannt:

Erstens. Ein Strahl, der weißes Licht zeigt, besteht aus ein großen und beinahe unendlichen Verschiedenheit von Strahlen, d von einander der Farbe und Brechbarkeit nach verschieden sind.

Denn der Sonnenstrahl SF, der von irgend einem Punkte d

[Sonn]enscheibe herkommt, würde, wenn er unmittelbar auf der Ta[fel] aufgefangen worden wäre, einen einzelnen Punkt auf derselben [ein]genommen haben, oder wenn man die Oeffnung mit einem merk[lich]en Durchmesser annimmt, einen Raum, der der Fläche der Oeff[nung] gleich ist; er wird aber in eine Linie VR von beträchtlicher [Län]ge ausgedehnt, in welcher jeder Punkt erleuchtet ist. Nun müssen [die]jenigen Strahlen, welche nach V gehen, nothwendigerweise mehr [gebro]chen worden seyn, als diejenigen, welche nach R zu gehen, wel[ches] bloß vermöge einer besondern Eigenschaft in den Strahlen selbst [gesc]hehen kann, da das brechende Mittel für alle dasselbe ist.

401. Zweitens. Weißes Licht kann durch Brechung in [sein]e elementaren gefärbten Strahlen zerlegt oder getrennt werden, [un]d man nennt diese Trennung die Farbenzerstreuung.

402. Drittens. Jeder elementare Strahl, der einmal von [den] übrigen getrennt und isolirt worden ist, kann durch dieselben Mit[tel] nicht weiter zerlegt werden. Denn wir können ein drittes und [ein] viertes Prisma in den Weg des zweimal gebrochenen Strahls [stel]len, und denselben auf beliebige Art brechen, er bleibt ungeändert, [un]d behält seine Farbe vollkommen bei.

403. Viertens. Die Farbenzerstreuung findet in der Bre[chu]ngsebene statt; denn man hat gefunden, daß das Spectrum VR [nu]r in dieser Ebene ausgedehnt wird. Rücksichtlich seiner Breite [hat] sich im Gegentheil durch directe Messungen ergeben, daß sie ge[na]u dieselbe ist, welche das weiße Bild D (Fig. 86) der Sonne be[sitzt], das in der Entfernung OD von der Oeffnung auf einer Tafel [au]fgefangen wird, so daß $OD = OF + FG + GR =$ dem gan[zen] zurückgelegten Wege des Lichts. Hieraus sieht man, daß der [Lich]tstrahl durch die Brechung keine Zusammenziehung oder Aus[deh]nung in einer Ebene erlitten hat, welche senkrecht auf der Bre[chu]ngsebene steht.

404. Um alle die durch die prismatische Zerstreuung hervor[geb]rachten Erscheinungen der Farben, oder die sogenannten prisma[tisc]hen Farben zu erklären, brauchen wir nur mit Newton anzuneh[me]n, daß bei jedem besondern Lichtstrahl, sobald derselbe an irgend [ein]er Oberfläche eine Brechung erleidet, der Sinus des Einfallswin[kel]s zum Sinus des Brechungswinkels in einem constanten Verhältniß [ste]he, so lange das Mittel und der Strahl dieselben sind; allein dieß [Ver]hältniß ändert sich nicht allein, wie wir bisher angenommen ha-

ben, mit dem brechenden Mittel, sondern auch mit dem Strahl selb
Mit andern Worten, es giebt so viel verschiedene Arten, wenigste
Verschiedenheiten von Licht, als sich erleuchtete Punkte in demjenig
Spectrum befinden, in welches ein einzelner weißer Lichtstrahl z
streut wird. Dieß kommt darauf zurück, daß man die Größe μ f
jedes Medium nicht als eine und dieselbe unveränderliche Größe b
trachtet, sondern sie sich als zwischen zwei gewissen Gränzen als v
änderlich denkt, von denen die niedrigste Gränze dem äußersten a
wenigsten gebrochenen rothen Strahl, die höchste Gränze aber de
äußersten am stärksten gebrochenen violetten Strahl zugehört. E
jeder der dazwischen liegenden Werthe steht mit den allgemeinen fr
her festgestellten Gesetzen der Brechung und Zurückwerfung in genau
Uebereinstimmung. Da wir in der Geometrie eine ganze Classe v
krummen Linien als unter einer Gleichung begriffen ansehen könne
indem wir einen constanten Parameter derselben als veränderlich de
ken, so können wir in der Optik durch eine Formel die ganze Leh
der Zurückwerfung, Brechung und andere Modificationen des weiß
oder zusammengesetzten Lichts unter einer Formel begreifen, inde
wir das Brechungsverhältniß μ als einen veränderlichen Paramet
betrachten.

405. Um dieß z. B. auf das so eben erwähnte Experime
mit dem Prisma anzuwenden, muß ein einzelner aus weißem Lic
bestehender Strahl, der auf die erste Fläche desselben fällt, so betrac
tet werden, als ob er aus einer unendlichen Menge einzelner zuglei
einfallender Strahlen bestände, die zwischen bestimmten Gränze
alle möglichen Grade von Brechbarkeit besitzen, und von denen jed
durch das Brechungsverhältniß μ ohne Unterschied ausgedrückt we
den kann. Nimmt man das Prisma so gestellt an, daß dassel
den einfallenden Strahl senkrecht auf eine Oberfläche desselben e
hält, so wird die Abweichung D des Strahls durch die Gleichung

$$\mu \cdot \sin I = \sin (I + D)$$

gegeben, wo I der brechende Winkel des Prisma ist. Der Wink
D ist also eine Function von μ, und ändert sich μ durch unendli
kleine Incremente $\delta\mu$, d. h. gehen wir von einem Strahl des Spe
trum zum nächstfolgenden über, so ändert sich D um das Increme
δD, und die Relation zwischen den gleichzeitigen Aenderungen $\delta\mu$, δ
findet man, indem vorige Gleichung mit der Charakteristik δ diff
rentiirt wird. Auf diese Art erhalten wir

$\delta\mu$

$$\delta\mu \cdot \sin I = \delta D \cdot \cos(I+D)$$

$$\delta D = \delta\mu \cdot \frac{\sin I}{\cos(I+D)} \cdot \quad (a)$$

Es ist also einleuchtend, daß wenn sich μ ändert, auch D einen ...ren Werth erhält, und daß daher keine zwei gebrochenen und ge...ten Strahlen mit einander zusammenfallen, sondern sich in der ...ungsebene in einen Winkel ausbreiten, der desto größer, je grö...e die Veränderung von μ ist.

406. Um den Ausdruck der Zerlegung des Lichts zu recht...igen, den wir bei der Trennung eines weißen Lichtstrahls in ge...ete Strahlen angewendet haben, müssen wir durch einen Ver...ch zeigen, daß das weiße Licht durch die Zusammensetzung ...er elementaren Strahlen wieder hervorgebracht werden kann. Die...r Versuch ist sehr leicht anzustellen. Man nehme zwei aus dem...en brechenden Mittel verfertigte Prismen ABC, abc, welche ...che brechende Winkel haben, und lege sie sehr nahe an einander, ...daß ihre Kanten eine entgegengesetzte Stellung haben, wie in Fig. 87. In dieser Zusammenstellung wird ein weißer Lichtstrahl, der durch ...e Seitenfläche AC des ersten Prisma eintritt, aus der Seiten...fläche bc des zweiten ohne Abweichung und farbenlos wieder her...austreten, gerade so, als ob gar keine Prismen sich auf seinem Wege ...funden hätten. Da nun die Zerstreuung durch das Prisma ABC ...ständig bewirkt worden war, so müssen die Strahlen, indem sie ...rch die dünne Luftschicht BCac gingen, in ihrem gefärbten und ...abhängigen Zustande vorhanden gewesen seyn; aber da sie durch ...as zweite Prisma so gebrochen wurden, daß sie parallel wieder heraus...men, so mußte die Farbe durch die Mischung der Strahlen aufge...ben werden. Um deutlicher zu sehen, wie dieß stattfindet, seyen ...in Fig. 88 SR und SV zwei parallele weiße Strahlen, die auf ...e erste Fläche des Prisma fallen und durch die Brechung getrennt ...erden, der erste in den gefärbten Strahlenbündel Rcv, der zweite ...in einen völlig ähnlichen Vrc. Es sey Rc der am wenigsten ge...chene Strahl des ersten Strahlenbündels, Vc der am meisten ge...chene des zweiten Strahlenbündels. Diese müssen sich daher tref...en, welches in c geschehen mag, und in diesen Punkt c bringe ...an den Scheitel des zweiten Prisma an, dessen Seite ca parallel ...zu CB ist, aber die Kante aufwärts gewendet hat, dann werden ...die Strahlen Rc und Vc jeder für sich und von einander unab-

hängig, so gebrochen werden, daß sie mit ihrer ursprünglichen Richtung in RS, VS wieder heraustreten, und diese Strahlen fallen daher in einander und decken sich wie cs. Der austretende Strahl s enthält also einen äußersten rothen und einen äußersten violett Strahl. Allein er enthält auch jede dazwischen liegende Abstufung denn zieht man irgendwo zwischen cR und cV die Linie cf, wird, da der Winkel, welchen der Strahl cf mit der Oberfläche U macht, größer ist, als der, den der äußerste violette Strahl mit demselben bildet, aber kleiner als der Winkel, den der äußerste rothe Strahl macht, irgend ein zwischen den beiden äußersten Werthen liegender Werth von μ vorhanden seyn, welcher eine Abweichung giebt, die dem Winkel von cf und SY, welche mit SR parallel geht, gleich ist. Ist also SY ein weißer Strahl, der durch Brechung in den Strahlenbüschel Yv's' getrennt wird, so wird der gefärbte Strahl Yfc, welcher diese besondere Brechbarkeit hat, auf c fallen, und nach cs fortgehen. Jeder Punkt der Oberfläche gf schickt daher nach c einen Strahl von anderer Brechbarkeit, die alle Werthe von μ vom kleinsten bis zum größten umfaßt, so daß alle farbigen Elementarstrahlen, obgleich sie ursprünglich andern weißen Strahlen zugehören, nach der zweiten Brechung im Strahl cs zusammenfallen, und die Erfahrung zeigt, daß das so verbundene Licht wieder weißes Licht giebt. Es entsteht also das weiße Licht, wenn alle gefärbten Elemente, obgleich sie anfänglich verschiedenen weißen Strahlen zugehörten, ihrer Richtung und Lage nach wieder vereinigt werden.

407. Betrachtet man die Zurückwerfung des Lichts als einen besondern Fall der Brechung, so hat μ einen bestimmten Zahlenwerth, und kann sich nicht ändern, ohne die allgemeinen Gesetze der Zurückwerfung umzustoßen. Durch Reflexion kann daher keine Zerlegung in Farben hervorgebracht werden, da alle gefärbten Strahlen nach der Reflexion einen und denselben Weg annehmen. Es giebt hierbei eine Ausnahme, die freilich mehr scheinbar als wirklich ist, wenn nämlich Licht an der innern Fläche eines Prisma zurückgeworfen wird, wovon wir später mehr sagen werden.

408. Die Wiederzusammensetzung des weißen Lichts aus gefärbtem Lichte kann noch auf eine andere Art gezeigt werden, indem man einen kleinen kreisförmigen Strahl des Sonnenlichts durch ein Prisma ABC gehen läßt (Fig. 89) und den zerstreuten Strahl

auf einer Linse ED in einiger Entfernung auffängt. Hält man nun in einem gehörigen Abstande eine weiße Tafel hinter die Linse, so vereinigt sich das ganze Spectrum in einen Fleck von weißem Lichte. Die Art, auf welche dieses geschieht, wird deutlich, indem man die Figur betrachtet, wo TE und TD die parallelen Strahlenbündel von irgend zwei Farben, z. B. roth und violett, bedeuten, in welche der einfallende Strahl ST zerstreut worden ist. Diese werden nach der Brechung vereinigt, ein jeder in seinem besondern Brennpunkt, der erste in F, der zweite in G, nach welcher Vereinigung jeder Strahlenbüschel wieder divergirt, der erste im Strahlenkegel FH, der zweite in GH. Wird dann die Tafel in H aufgestellt, so stellt jeder dieser Strahlen auf derselben einen Kreis von der ihm eigenthümlichen Farbe dar, und so auch für alle zwischenliegenden Strahlen; aber alle diese Kreise fallen auf einander, und daher enthält der Kreis H alle Strahlen des Farbenspectrum mit einander vermischt, und man hat gefunden, daß mit Ausnahme eines unbedeutenden farbigen Randes, der von einem geringen Uebertreten der verschiedenen gefärbten Bilder entsteht, derselbe vollkommen weiß ist.

409. Daß die Vereinigung **aller** gefärbten Strahlen zur Wiederherstellung des weißen Lichts nothwendig ist, kann dadurch gezeigt werden, daß man einen Theil des Spectrum aufhält, ehe es auf die Linse fällt. Wird z. B. das Violett aufgehalten, so erhält das Weiß eine gelbliche Färbung; wird nach und nach das Blau und Grün aufgehalten, so wird die gelbliche Färbung nach und nach in ...roth, und durch Orange in Scharlach und Blutroth übergehen. Wird im Gegentheil das rothe Ende des Bildes aufgehalten und dem Strahl immer mehr und mehr die weniger brechbaren Theile entzogen, so wird das Weiß anfangs blaßgrün, dann hellgrün, ...grün, blau und endlich violett. Hält man den mittlern Theil des Spectrum auf, so werden die übrigen Strahlen vereinigt verschiedene Arten von Purpurroth und Carmoisin geben, je nachdem ein größerer oder kleinerer Theil der zum weißen Licht gehörigen Strahlen entzogen wird, und indem man die aufgefangenen Strahlen ändert, so kann jede Verschiedenheit der Farben hervorgebracht werden, **und es giebt in der Natur keine Farbenabstufung, die nicht auf diese Art genau nachgeahmt werden kann, und zwar mit einem Glanz und einer Schön-**

heit, die jede künstliche Färbung bei Weitem übertrifft.

410. Bedenken wir nun, daß alle diese Farbenabstufungen auf weißem Papier hervorgebracht werden, welches alles Licht, was auf dasselbe fällt, annimmt und in das Auge zurückwirft, und daß dasselbe Stück Papier, wenn es nach und nach in den rothen, grünen und blauen Theil des Spectrum gehalten wird, ohne Unterschied roth, grün und blau erscheint, so werden wir sehr natürlich auf den Schluß geleitet, daß:

die Farben der Körper in der Natur keine den Körpern eigenthümlich zukommenden Eigenschaften sind, durch welche sie unmittelbar auf unsere Sinne wirken, sondern daß sie sich bloß aus dem besondern Vermögen der einzelnen Körpertheilchen ergeben, vermöge dessen der Körper im Stande ist, eine Art Strahlen von besonderer Farbe zu reflectiren, durchzulassen oder aufzuhalten, oder, wie man es in der Optik nennt, zu verschlucken.

411. Dieß ist die Newtonianische Theorie der Farben, und jede optische Erscheinung trägt dazu bei, ihre Richtigkeit zu beweisen. Der unmittelbarste und genügendste Beweis derselben liegt wahrscheinlich in der einfachen Thatsache, daß jeder Körper ohne Unterschied, wie auch seine Farbe im weißen Lichte beschaffen seyn mag, sobald er den prismatischen Farben ausgesetzt wird, mit der Farbe erscheint, welche dem Theil des Spectrum eigenthümlich ist, in welchem er sich grade befindet, aber daß seine Farbe ohne Vergleich lebhafter und voller ausfällt, wenn er in einen Strahl gebracht wird, dessen Farbe derjenigen analog ist, welche er im weißen Lichte besaß. So erscheint z. B. Scharlach in den rothen Strahlen mit dem lebhaftesten Roth; im Orange orange, im Gelb gelb, aber weniger glänzend. In den grünen Strahlen wird es grün, aber wegen des geringen Vermögens des Scharlachs, grünes Licht zurückzuwerfen, scheint es dunkel, und noch mehr im blauen Lichte; im Dunkelblau und Violett ist es fast vollkommen schwarz. Auf der andern Seite hat ein Stück blaues Papier oder Berliner Blau in den dunkelblauen Strahlen eine außerordentlich volle blaue Farbe. Im Grün erhält es eine grüne Färbung, aber weniger kräftig, während es in den

rothen Strahlen fast schwarz ist. Dieß sind die Erscheinungen von reinen und kräftigen Farben; aber Körper von gemischter Färbung, wie blaßrothes oder gelbes Papier, oder die hellern Arten von Blau, Grün und Braun, reflectiren die prismatischen Farben, in welche sie nach versetzt werden, sehr stark, und erscheinen mit der Farbe desjenigen Strahls, in welchem sie sich grade befinden.

412. Die Brechung durch Prismen giebt uns ein Mittel an die Hand, einen Strahl von weißem Licht in die Strahlen von verschiedener Brechbarkeit, aus denen er besteht, zu zerlegen. Um aber die Zerlegung vollständig zu machen und einen Strahl von beständiger Brechbarkeit in vollkommener Reinheit zu isoliren, sind verschiedene Vorsichtsmaßregeln erforderlich, von denen die hauptsächlichsten folgende sind: Erstens muß der zu zerlegende Lichtstrahl sehr dünn seyn, so daß er sich so sehr als möglich einem mathematischen Strahle nähert; denn ist AB, ab ein Strahl von merklicher Breite, der auf das Prisma P fällt, so wird jeder der äußern Strahlen AB und ab, durch die Brechung in die Farbenbilder GBH und gbh zerlegt, wo BG, bg die violetten, BH, bh die rothen Strahlen sind, und da AB und ab parallel sind, so wird auch CG mit cg und DH mit dh parallel seyn. Folglich durchschneidet der rothe Strahl DH, der von B herkommt, den von b herkommenden violetten Strahl cg, in einem Punkte F hinter dem Prisma, und eine in F aufgestellte Tafel EFf hat einen Punkt F, welcher von einem aus B kommenden rothen und einem aus b kommenden violetten Strahl erleuchtet wird, und daher, wie man leicht sieht, auch von allen den Strahlen zwischen den rothen und violetten, welche von Punkten ausgehen, die zwischen B und b liegen; folglich ist F weiß. Wird die Tafel näher an das Prisma gesetzt, als der Punkt F liegt, z. B. nach KLkl, so ist einleuchtend, daß wenn aus irgend einem Punkte zwischen L und k Linien parallel mit KC, DL gezogen werden, sie zwischen C und c, D und d u. s. w. fallen werden, und daß daher jeder Punkt zwischen L und k von irgend einem Punkte der Oberfläche Cd des Prisma einen Strahl von jeder Farbe erhalten wird, und daher eine weiße Farbe bekommen muß. Wiederum kann jeder Punkt wie x zwischen k und l keinen violetten Strahl und gar keine Strahlen von einem Farbenspectrum erhalten, dessen Abweichungswinkel größer als 180° — abx ist, denn ein solcher Strahl, wenn er x erreichen soll, muß von einem Theil des Prisma unter-

Fig. 49 Taf. 2

halb b herkommen, welches der Annahme über die Begränzung d
Strahls A B, a b zuwider ist; aber alle Strahlen, deren Abwe
chungswinkel kleiner als 180° — abx ausfällt, werden x aus irgend e
nem Punkte der Oberfläche BD treffen. Es wird daher die Farbe d
Stücks kl des Bildes auf der Tafel in k weiß, in l ganz roth, und i
jedem dazwischen liegenden Punkte eine Mittelfarbe zwischen weiß un
roth, oder eine Mischung der am wenigsten brechbaren Strahlen seyn
und auf dieselbe Art ist das Stück KL weiß in L, violett in K, un
in jedem zwischen beiden Punkten liegenden Theil hat es eine Farb
die aus einer Mischung einer größern oder geringern Menge der meh
brechbaren Strahlen des Spectrum gebildet wird. Entfernt ma
die Tafel jenseits F, so daß sie z. B. die Stellung G g H h erhäl
so verschwindet die weiße Farbe völlig, indem kein Punkt zwischen
und H Strahlen erhalten kann, deren Abweichungswinkel zwisch
180° — abg und 180° — abH liegt. Wir können das ganze Bi
Gh so ansehen, als ob es aus einer unendlichen Menge von Farben
bildern bestände, die aus jedem elementaren Strahl, aus welche
der Strahlenbüschel AB a b zusammengesetzt ist, entstehen und zu
Theil aufeinander fallen. Je weniger also solche aufeinander falle
de Farbenbilder vorhanden sind, oder je kleiner die Dicke des ei
fallenden Strahls ist, desto geringer wird die auf diese Art entst
hende Mischung der Bilder seyn, und desto reiner die Farben. D
größere Entfernung der Tafel vom Prisma bringt, wie man leic
sieht, dieselbe Wirkung hervor, als die Verkleinerung der Breite d
Strahls; denn da jede Farbe immer einerlei Raum auf der Taf
einnimmt (da Gg = Kk ist), so verbreitet sich das ganze Spectru
über einen größern Raum, so wie die Tafel entfernt wird, indem d
dasselbe bildenden gefärbten Strahlen divergiren, und daher müssen d
einzelnen Farben immer mehr und mehr von einander getrennt werde

413. Zweitens. Eine andere Quelle der Verwirrung u
des Mangels an Gleichförmigkeit der Farben im Spectrum ist d
scheinbare Durchmesser der Sonne oder jedes andern leuchtenden Kö
pers, wie sehr man auch die Oeffnung, durch welche der Stra
geht, verkleinern mag. Denn es sey S T die Sonne (Fig. 90), d
ren Strahlen auf das Prisma ABC durch eine sehr kleine Oeffnu
O fallen, die in einer sehr nahe vor dem Prisma stehenden Ta
angebracht ist. Der Strahl wird durch die Brechung über d
Spectrum r v verbreitet. Betrachten wir nun bloß die Strah

... einer besondern Art, z. B. die rothen, und unterdrücken die übrigen, so ist es einleuchtend, daß ein rothes Bild der Sonne auf der Tafel entstehen wird, indem die Strahlen von jedem Punkte der Sonne sich in O durchkreuzen, und von da nach der Brechung verschiedene Wege einschlagen. Wird das Prisma so gestellt, daß es die Lage des kleinsten Abweichungswinkels hat, so ist das Bild ein Kreis, und dieses Bild sowohl als die Sonne werden bei O gleiche Winkel bilden. Auf dieselbe Art bewirken die violetten Strahlen, wenn sie unabhängig von den rothen betrachtet werden, ein kreisförmiges violettes Bild der Sonne in v, wegen ihrer größern Brechbarkeit, und jede Art von Strahlen, die ein mittleres Brechungsverhältniß besitzen, giebt ein kreisförmiges Bild zwischen r und v. Die Zusammensetzung des auf diese Weise entstehenden Spectrum ist daher wie in Fig. 91, a, indem dasselbe ein Aggregat der einzelnen Bilder von jeder besondern Brechbarkeit ist, die auf einander fallen, und in einander verfließen. Vermindern wir nun den scheinbaren Durchmesser der Sonne oder des leuchtenden Körpers, so wird sich die Größe jedes dieser Bilder verhältnißmäßig verkleinern, aber ihre Anzahl, so wie auch der ganze Raum, über welchen sie sich verbreiten, bleiben dieselben. Sie werden also immer weniger in einander fließen (Fig. 91, b, c), und reducirt man den leuchtenden Körper auf einen einzelnen Punkt (wie z. B. einen Stern), so besteht das Spectrum aus einer Linie d, die aus einer unendlichen Menge mathematischer Punkte zusammengesetzt ist, und von denen jeder ein vollkommen reines homogenes Licht zeigt.

414. Es giebt verschiedene Mittel, durch welche der scheinbare Durchmesser, oder der Grad der Divergenz des einfallenden Strahlenbündels vermindert werden kann. So können wir z. B. erstlich den Sonnenstrahl durch eine kleine Oeffnung A in einer Tafel gehen lassen, und den divergenten Strahlenkegel dahinter auf einer andern Tafel B (Fig. 7) in einer beträchtlichen Entfernung auffangen, welche wiederum eine kleine Oeffnung B hat, durch welche nicht der ganze Strahl, sondern nur ein kleiner Theil desselben hindurch geht. Der auf diese Art erhaltene Strahl BC wird gewiß eine geringere Divergenz haben, als der, welcher durch A geht, und zwar im Verhältniß des Durchmessers der Oeffnung B zum Durchmesser des Sonnenbildes auf der Tafel B.

415. Eine andere viel bequemere Methode besteht darin, daß

man für die Sonne selbst ihr durch eine Linse formirtes Bild substi tuirt, indem man sich einer Linse von geringer Brennweite bedien Dieses Bild hat nur sehr geringe Dimensionen, indem sein Durch messer gleich ist der Brennweite der Linse multiplicirt mit den Sinus des scheinbaren Durchmessers der Sonne (oder mit dem Si nus von 30 Minuten, der ungefähr den 114ten Theil des Radiu ausmacht), so daß eine Linse von einem Zoll Brennweite alle auf si fallenden Strahlen in einem Kreis vereinigt, dessen Durchmesser de 114te Theil eines Zolles ist, und welchen wir hierbei als einen phy sischen Punkt ansehen können. Die Anordnung dieses Apparats is in Fig. 92 dargestellt. Die durch die Linse L im Punkt F zur Con vergenz gebrachten Strahlen divergiren hierauf, als ob sie aus einen sehr stark leuchtenden Punkt F ausgingen, und stellt man eine Ta fel mit einer kleinen Oeffnung O in einiger Entfernung von demsel ben und ganz nahe hinter die Oeffnung des Prisma ABC, so kan das Farbenbild r v auf einer Tafel aufgefangen werden, die sich i einem beträchtlichen Abstande vom Prisma befindet, und jeder Punk des Farbenbildes wird von Strahlen erleuchtet werden, die in seh hohem Grade rein und homogen ausfallen. Durch Verminderung der Brennweite der Linse und der Oeffnung O, und durch die Ver größerung des Abstandes FO oder O r kann dieß so weit getriebe werden, als man will. Man muß aber bemerken, daß die Inten sität des gereinigten Strahls und die auf diese Art erhaltene Meng von homogenem Licht in demselben Verhältniß vermindert werden als die Reinheit des Strahls zunimmt.

416. Eine dritte Methode, einen homogenen Strahl zu er halten, ist die, daß man den Proceß der Zerlegung eines Strahls nachdem dieselbe durch ein Prisma geschehen und der Strahl hier durch so sehr als möglich schon gereinigt ist, wiederholt. So wir z. B. Fig. 93 das durch die erste Brechung im Prisma A gebildet Spectrum VR auf einer Tafel aufgefangen, die das Ganze aufhält diejenige Farbe ausgenommen, die wir isoliren und rein darstellen wollen, indem diese durch die Oeffnung MN hindurch gelassen wird hinter welcher ein anderes Prisma B steht, welches den Strahl da Zweitemal bricht. Wäre dann der Theil MN schon völlig rein, s würde derselbe ohne weitere Trennung durch das zweite Prisma ge hen; sind aber, wie es immer der Fall ist, andere Strahlen damit vermischt, so wird er durch diese zweite Brechung in ein anderes Spec

... ausgedehnt, welches in der Mitte eine glänzende Stelle ..., außerdem aber nur schwache Farben hat. Fängt man die übri- ... Farben auf und läßt bloß den mittlern Theil durch eine Oeffnung ..., so wird der herausfahrende Strahl ihm viel homogener seyn, ... vor seinem Einfall auf das zweite Prisma, und im Verhältniß ... die Entfernung zwischen dem zweiten Prisma und der Tafel ver- ... wird, ist auch die Reinheit des Strahls größer.

417. Eine andere Ursache der unvollkommnen Reinheit der ...matischen Strahlen, liegt in der Unvollkommenheit der Materialien, ... denen unsere gewöhnlichen Prismen bestehen, indem sie voll ...reifen und Adern sind, die das Licht unregelmäßig zerstreuen, und ... im Spectrum Strahlen mit einander vermischen, die eigent- ... zu verschiedenen Theilen desselben gehören. Diejenigen, welche keine ...prismen besitzen, die von diesen Mängeln frei sind (welche ... auch sehr selten findet, und in der That fast um keinen Preis ... erhalten sind), können dieser Unbequemlichkeit dadurch abhelfen, ... sie sich hohler mit Wasser gefüllter Prismen bedienen, oder noch ... solcher, die mit stark zerstreuenden Oelen angefüllt sind. Man ... jedoch einen großen Theil der aus einem schlechten Prisma ...springenden Unbequemlichkeit vermeiden, indem man die Strah- ... so nahe an der Kante als möglich durchgehen läßt, so daß die ...nge der Materie, die sie zu durchlaufen haben, so wie auch die ...fälligen Streifen und Adern, die sie auf ihrem Wege antreffen ...nten, vermindert werden.

418. Hat man alle mögliche Sorgfalt angewendet, ein reines ...ectrum zu erhalten, ist die Divergenz des einfallenden Strahls ... klein und seine Dimensionen sehr gering; ist das Prisma voll- ...men und das Spectrum groß genug, um seine einzelnen Theile ... untersuchen zu können, so zeigen sich rücksichtlich seiner Zu- ...mensetzung, einige sonderbare Erscheinungen. Sie wurden zuerst ... Dr. Wollaston entdeckt, und in einer Abhandlung Philosophi- ... Transactions 1802 von ihm bekannt gemacht; seitdem sind die- ... in allen ihren Einzelnheiten mit aller der Schärfe und Ge- ...igkeit, welche die ausgezeichnetsten Talente und die unbegränzten ...smittel an Instrumenten nur gewähren konnten, von dem be- ...ten Fraunhofer, dessen Verlust ewig zu beklagen seyn wird, ...ursucht worden. Es scheint nicht, daß letzterer von der vorher- ...enden Entdeckung des Dr. Wollaston einige Kenntniß gehabt habe,

so daß er in dieser Rücksicht das volle Verdienst eines unabhängig Erfinders hat. Die Erscheinungen sind diese: Fängt man das aus d Sonnenstrahlen gebildete Spectrum, nachdem man demselben die grö Reinheit und kleinste Breite gegeben hat, auf einer Tafel auf, o läßt es direct ins Auge fallen, so ist dasselbe keinesweges eine u unterbrochene Lichtlinie, die an dem einen Ende roth, am and violett ist, und in welcher die Farben nach und nach in einan übergehen, wie Newton annahm, und wie man bei einer oberflä lichen Anschauung glauben könnte, sondern es wird durch vö dunkle Zwischenräume unterbrochen, und in denjenigen Theilen, denen es Licht enthält, ist die Intensität des Lichts außerordentl unregelmäßig und scheinbar gar keinem Gesetz, oder wenigstens nem sehr complicirten unterworfen. Betrachten wir daher ein Sp trum, welches durch eine schmale Lichtlinie gebildet wird, die Kante des Prisma parallel liegt (auf welche Weise man eine trächtliche Breite des Farbenbildes erhält, ohne daß dadurch der Re heit der Farben Eintrag geschieht, da dieses nichts Anderes ist, eine unendliche Menge unendlich schmaler neben einander liegen Farbenbilder), so hat es statt eines leuchtenden Streifen von glei mäßigem Licht und in einander fließender Farben, das Ansehen ei gestreiften Bandes, welches in der Richtung der Breite von ei unendlichen Menge dunkler und einiger völlig schwarzen Streif durchkreuzt wird, welche auf eine unregelmäßige Art im Spectr vertheilt sind. Diese Unregelmäßigkeit ist jedoch keine Folge v zufälligen Umständen. Die Streifen liegen immer in einerlei Thei des Spectrum und behalten dieselbe gegenseitige Ordnung und La dieselbe proportionale Breite und Grad der Dunkelheit, wann u wie sie auch untersucht werden, vorausgesetzt, daß man s des Sonnenlichts bedient und die angewandten Prismen einerlei Materie bestehen, denn ein Unterschied in dem letztern U stande, obgleich derselbe in der Anzahl, Ordnung und Intensi der Streifen, oder ihrer Lage im Spectrum, rücksichtlich der v schiedenen Farben, aus denen es besteht, keine Aenderung herv bringt, ändert doch ihre gegenseitigen Abstände, worüber später mehr gesagt werden wird. Unter Sonnenlicht versteht man n nur die von der Sonne direct herkommenden Strahlen, sond überhaupt alle Strahlen, die von der Sonne ihren ersten Urspr haben, z. B. das Licht der Wolken, des Himmels, des Regen

des Mondes oder der Planeten. Bei allen diesen Lichtarten, wenn sie durch das Prisma zerlegt werden, mangeln dieselben Strahlen als bei dem von der Sonne erzeugten Spectrum, und der Mangel zeigt sich aus denselben Erscheinungen, nämlich durch das Dasein derselben dunkeln Streifen in einerlei Lagen bei den aus diesen verschiedenen Lichtarten erzeugten Farbenbildern. Beim Sternenlicht, dem elektrischen Licht und dem Kerzenlicht werden freilich ähnliche Streifen bemerkt; allein sie haben eine andere Lage, und das Spectrum eines jeden Sterns und jeder Flamme hat ein besonderes System von Streifen als auszeichnende Charakteristik dieser Lichtart, welches dieselbe unverändert zu jeder Zeit und unter allen Umständen beibehält.

419. In Fig. 94 befindet sich eine Darstellung des vom Sonnenlicht gebildeten Spectrum, wie es Fraunhofer aus seinen mikroskopischen Messungen gefunden, indem er sich eines Prisma bediente, das aus seinem eigenen unvergleichlichen Flintglas gefertigt war. Nur eine große Anzahl von Streifen, die er beobachtet hat (beinahe 500), ist weggelassen worden, um die Figur nicht zu undeutlich zu machen. Von diesen Streifen oder festen Linien hat er sieben ausgewählt, die durch B, C, D, E, F, G, H bezeichnet sind, um sie als Vergleichungspunkte im Spectrum zu gebrauchen, da sie große Deutlichkeit besitzen und leicht wieder erkannt werden können. Von diesen Linien liegt B im rothen Theile des Spectrum nahe am Ende. C weiter oben in derselben Farbe, D in dem orangen Theile, und ist eine leicht zu erkennende doppelte Linie, E im grünen, F im blauen, G im dunkelblauen und H im violetten Theile. Außer den angeführten giebt es noch andere sehr merkwürdige; so ist z. B. b eine dreifache Linie im Grünen zwischen E und F, und besteht aus drei breiten Streifen, von denen zwei einander näher liegen als der dritte.

420. Die Bestimmtheit dieser Linien und ihre feste Lage, rücksichtlich der Farben im Spectrum, oder mit andern Worten, die Genauigkeit der Gränzen derjenigen Grade von Brechbarkeit, die den fehlenden Strahlen des Sonnenlichts zugehören, geben ihnen einen unschätzbaren Werth bei den optischen Untersuchungen, und setzen uns in den Stand, den optischen Messungen eine Genauigkeit mitzutheilen, die bisher unerhört gewesen wäre, und die Bestimmung der brechenden Kräfte der verschiedenen Mittel, rücksichtlich der Ge-

nauigkeit mit den astronomischen Beobachtungen beinahe in gleic
Rang zu stellen. Fraunhofer hat bei seinen verschiedenen Unter
chungen in dieser Rücksicht einen ausgezeichneten Gebrauch von d
selben gemacht, wie wir bald sehen werden.

421. Um diese Erscheinungen zu beobachten, müssen wir
brechenden Winkel eines sehr vollkommnen Prisma parallel mit ei
sehr kleinen linearen Oeffnung, durch welche der Sonnenstrahl ge
aufstellen; auch können wir statt der Oeffnung einen ganzen o
halben Glascylinder von kleinem Halbmesser anwenden, der
Strahlen in eine Brennlinie parallel mit der Axe desselben ver
nigt, aus der die Strahlen wie aus einer feinen leuchtenden Li
divergiren, auf eine Art wie §. 415 für eine Linse beschrieben w
den ist. Bringt man nun das Auge nahe hinter dem Prisma a
so sieht man die Linie als einen breiten gefärbten Streifen, der
prismatischen Farben in ihrer gewöhnlichen Ordnung enthält, u
ist das Prisma von guter Beschaffenheit und sorgfältig in die La
der kleinsten Abweichung gebracht, indem zugleich der brechende Wi
kel groß genug ist, um ein breites Farbenbild zu geben, so sie
man die hauptsächlichsten der festen Linien parallel mit den Grä
zen des Spectrum geordnet, vorzüglich die Linien D und F, v
denen die erste die Trennungslinie zwischen roth und gelb ausmach
Ist das Sonnenlicht so hell, daß das Auge geblendet wird, so kar
man jede Linie von gewöhnlichem Tageslicht, z. B. den Ritz zw
schen zwei beinahe geschlossenen Fensterladen hierzu anwenden. Di
war die Art, auf welche Wollaston die festen Linien zuerst entdeckt

422. Es ist aber schwierig und ein scharfes Gesicht erforde
lich, auf diese Art andere als die stärksten Linien zu entdecken. D
Ursache hiervon liegt in ihrer geringen scheinbaren Breite, welc
bei der breitesten kaum eine halbe Minute übertreffen kann, un
bei den kleinern nur einige Secunden beträgt. Man muß dieselbe
also vergrößern. Dieß kann durch ein Fernrohr geschehen, welche
man zwischen das Auge und das Prisma stellt, auf die in Fig. 9
angegebene Art, wo L l die Lichtlinie ist, aus welcher Strahlen na
allen Richtungen divergiren und auf das Prisma ABC fallen
von demselben gebrochen werden, und nach der Brechung vom Ob
jectivglas D des Fernrohrs aufgefangen werden. Man muß beme
ken, daß dieses Objectivglas von der Art seyn muß, die man achro
matisch nennt, welche sogleich beschrieben werden sollen, und vo

... jetzt nur zu sagen nöthig ist, daß sie so beschaffen sind, daß ... Strahlen von verschiedenen Farben in gleichen Abständen vom ... durch dieselben vereinigt werden. Betrachten wir nun Strah- ... von beliebiger Brechbarkeit, z. B. die äußersten rothen, so wer- ... die von jedem Punkte der Linie $L l$ divergenten Strahlen nach ... Brechung an den zwei Oberflächen des Prisma aus correspon- ... Punkten eines Bildes $L' l'$ ausgehen, welches in der Rich- ... von der Basis nach dem Scheitel des Prisma liegt. Strahlen ... größerer Brechbarkeit werden nach ihrer Brechung im Prisma ... der Linie $L'' l''$ divergiren, welche mit $L' l'$ parallel geht, aber weiter ... der ursprünglichen Linie $L l$ entfernt liegt. Auf diese Art wird ... weiße Linie $L l$ nach ihrer Brechung durch das Prisma zu ihrem ... das gefärbte Rechteck $L' L'' l' l''$ haben, welches man durch ... Fernrohr so beobachten kann, als ob es ein wirklicher Gegenstand ... Nun bildet jede Verticallinie in diesem Parallelogramm im ...punkt des Objectivglases ein entsprechendes verticalstehendes Bild ... der ihr eigenthümlichen Farbe, und da das Objectivglas achro- ...tisch ist, so haben alle Bilder von demselben gleiche Entfernung, ... das ganze Bild des Parallelogramms $L' L'' l' l''$ ein ähnlich ... Parallelogramm seyn wird, dessen Ebene senkrecht auf der ... des Fernrohrs steht. Dieß kann durch das Ocularglas wie ein ...stand betrachtet werden, und das Spectrum wird auf diese ... wie jeder andere Gegenstand der Vergrößerungskraft des Fern- ... gemäß vergrößert werden (§. 382). Bei dieser Anordnung ... Apparats (welcher derjenige ist, den Fraunhofer gebrauchte) zei- ... sich die festen Linien sehr schön, und wenn das Prisma voll- ... ist, können sie beliebig vergrößert werden. Der geringste ... in der Gleichartigkeit des Prisma hat jedoch üble Folgen. Mit ...prismen aus englischen Fabriken würde es ganz fruchtlos seyn, ... Versuch anzustellen, und diejenigen, welche in England denselben ...holen wollten, müssen Prismen von sehr stark zerstreuenden ...keiten anwenden, die in hohle Prismen von gutem Spiegel- ... eingeschlossen sind. Da die Ocularglaser der Fernröhre gewöhn- ... nicht achromatisch sind, so ist noch eine kleine Veränderung des ...punkts erforderlich, wenn man die Linien im rothen und im ... Theile des Farbenbildes betrachten will. Diesem Umstand ... man durch Anwendung eines achromatischen Oculares ab- ...

423. Daß ein wirkliches Bild des Spectrum mit seinen fesl Linien im Brennpunkt des Objectivglases entsteht, wie es beschr ben ist, läßt sich leicht zeigen, indem man das Teleskop aus eina der nimmt, und die vom Objectiv gebrochenen Strahlen auf ein im Brennpunkt aufgestellten Tafel auffängt. Dieß gewährt ei schöne und befriedigende Methode, mehrern Personen auf einmal Erscheinungen zu zeigen. Man setze ein achromatisches Objectivgl von beträchtlicher Brennweite, z. B. sechs Fuß, in einer Entfernun die dem Doppelten der Brennweite gleich ist, von der Lichtlinie, u stellt man das Prisma ganz nahe hinter das Glas, so entsteht hi ter demselben ungefähr in derselben Entfernung von zwölf Fuß, e Bild derselben $\left(f = L + D, L = \frac{1}{6}, D = -\frac{1}{12}, f = \frac{1}{6} - \frac{1}{12} = + \frac{1}{12}\right)$. Fängt man dasselbe auf weißem Papier oder m geschliffenem Glase auf, so kann man dasselbe mit Muße unters chen, und die Entfernungen der festen Linien von einander abmesse Allein die beste Methode diese Messungen auszuführen, ist die, wel Fraunhofer anwendete, indem er nämlich ein Mikrometer an de Ende des Fernrohrs anbrachte (man sehe das Mikrometer in d Folge dieses Abschnitts), um die Entfernungen der nähern Linien erhalten, und indem er der Axe des Fernrohrs zugleich mit de daran befestigten Prisma eine drehende Bewegung in horizontaler Ric tung mittheilte, deren Größe durch Verniers und Mikroskope auf nem genau getheilten Kreise, eben so wie bei astronomischen Beo achtungen, abgelesen wurde. Der von ihm zu diesem Zwecke g brauchte Apparat, welcher sich auch bei vielen andern astronomisch Untersuchungen anwenden läßt, ist Fig. 96 abgebildet.

424. Die festen Linien im Spectrum geben keine genauen Grä zen zwischen den verschiedenen Farben an, aus welchen es besteh Nach der Ansicht des Dr. Wollaston (Philosophical Transactio 1802) besteht das Spectrum bloß aus vier Farben: roth, grü blau und violet, und er betrachtet die schmale gelbe Linie, die b seiner Untersuchungsart sichtbar wurde (indem er nämlich eine schma Lichtlinie durch ein Prisma mit dem bloßen Auge betrachtete), a aus einer Mischung von roth und grün bestehend. Auch nimmt an, daß diese Farben in den Räumen, welche sie einnehmen, g begränzt sind, und merklich in ihrer ganzen Ausdehnung diesell

ung besitzen. Wir bekennen aber, daß wir die Richtigkeit die- letztern Behauptung nie auf eine befriedigende Art haben ausmit- teln können, und in den Versuchen von Fraunhofer (bei denen wir, bei unserer Anwesenheit in München, zugegen waren), bei denen, wegen der äußersten Deutlichkeit der feinsten Linien des Far- benbildes, jeder Gedanke von Verwirrung im Sehen, oder von einer Mischung der Strahlen wegfallen muß, sieht man, daß die Farben durch unmerkliche Abstufungen in einander übergehen, und denselben Umstand bemerkt man auch in den ausgemalten Darstellungen, die der ausgezeichnete Künstler in seiner ersten Untersuchung bekannt machte, und die mit der größten Sorgfalt und Treue ausgeführt sind. Das Daseyn einer blassen strohgelben Farbe, die nicht bloß von linearer Breite ist, sondern einen merklichen Raum einnimmt, ist daselbst sehr wohl sichtbar, und kann auch durch andere Versuche, die wir dann beschreiben werden, wenn wir zur Verschluckung des Lichts kommen, auf eine befriedigende Art nachgewiesen werden. In kurzen Worten, das Spectrum besteht, die festen Linien ausge- nommen, welche Newton nicht bei seiner Beobachtungsart auffinden konnte, wie es dieser berühmte Naturforscher ursprünglich beschrieb, aus einer Reihe von Färbungen, in denen die von ihm aufgezähl- ten sieben Farben deutlich erkannt werden, aber auf eine unmerkliche Art so in einander übergehen, daß eine bestimmte Gränze zwischen denselben nicht angegeben werden kann. Ob diese Farben zusammen- gesetzt sind oder nicht, ob eine Art der Zerlegung eine Trennung her- vorbringen kann, die von einem andern ursprünglichen Unterschied, als von dem verschiedenen Grade der Brechbarkeit abhängt, dieß ist eine andere Frage, und wird späterhin genauer untersucht werden. Jetzt ist es hinreichend zu bemerken, daß aller Wahrscheinlichkeit nach, die von der täglichen Erfahrung begünstigt wird, diese An- nahme die richtige ist, und daß wir glauben müssen, daß orange, grün und violett gemischte Farben, roth, gelb und blau hingegen ur- sprüngliche Farben sind, da wir die erstern immer durch Vermischung der letztern, aber nie umgekehrt darstellen können. Diese Lehre ist von Mayer behauptet worden, und befindet sich in einer merkwür- digen Abhandlung, die in seinen Werken bekannt gemacht worden ist (Man sehe das Verzeichniß der optischen Schriftsteller zu Ende des Abschnitts.) Eine hiervon sehr verschiedene Theorie ist von Dr. Young angegeben worden (Lectures on natural philosophy

I. 441) in der er roth, grün und violett als die Grundfarben a nimmt. Die besondern Verdienste dieser einzelnen Systeme soll spåter weiter betrachtet werden. (Man sehe im Register Zusamme setzung der Farben.)

425. Die brechenden Mittel sind, wie wir gesehen haben, ihrer Brechungskraft, oder in dem Grade, in welchem Prismen v einerlei brechendem Winkel aus diesen brechenden Mitteln verfertig die Strahlen ablenken, sehr verschieden. Dieß war den Optikern v Newton schon bekannt, und dieser große Mann, indem er den al gemeinen Satz aufstellte, daß ein und dasselbe brechende Mittel d verschiedе gefårbten Strahlen auch verschiedenartig bricht, konn ganz leicht auf den Gedanken kommen, durch Versuche auszumache ob dieser Unterschied der Wirkung bei allen brechenden Mitteln de selbe wåre. Es scheint, als ob derselbe durch einen zufålligen Un stand bei einem Versuch falsch geleitet worden sey, bei welchem ih doch die Verschiedenheit der brechenden Mittel auffallend gewesen sey sollte, *) und dem zufolge nahm er die falsche Lehre der propo tionalen Wirkung aller brechenden Mittel auf gleichartige Stra len an. Der erste, welcher Newtons Irrthum entdeckte, war Hal aus Worcestershire, und nachdem er sich von den verschiedenen Ze streuungskråften der verschiedenen Glasarten versichert hatte, wer dete er seine Entdeckung mit Glück auf die Zusammensetzung eine achromatischen Fernrohrs an. Seine Entdeckung kam aber unve zeihlicherweise in Vergessenheit (obgleich man sagt, daß er mehre achromatische Fernrőhre verfertigt habe, von denen noch einige vo handen seyn sollen), und die Sache wurde von Neuem entdeckt un zu demselben großen Zweck von Dollond, einem berühmten Optik in London, angewendet; dieß geschah bei Gelegenheit eines Streites welcher über einige paradoxe, von Euler a priori aufgestellte Me nungen entstand.

426. Wird ein Prisma von Flintglas und eins von Crown gla

*) Er wirkte der Brechung eines Glases vermittelst eines Prisma au Wasser entgegen. Eigentlich håtte dabei einige Fårbung übrig blei ben sollen, allein unglücklicherweise hatte er Bleizucker unter das Wa ser gemischt, um seine brechende Kraft zu vermehren, und die stark zerstreuende Kraft der Bleisalze (von der er natürlicherweise noch kei nen Begriff haben konnte) raubte ihm eine der schőnsten Entdeckun gen in der physischen Optik.

... von gleich großen brechenden Winkeln zweien Strahlen von ... Licht in den Weg gestellt, wie ABC, abc (Fig. 97), wo ..., sc die einfallenden Strahlen, CR, CV die rothen und violetten ... Flintglas gebrochenen Strahlen, cr, cv die vom Crownglas ge... ... vorstellen, so hat man beobachtet, erstens, daß die Ab... ... sowohl des rothen als des violetten Strahls viel größer bei ... Flintglase als bei dem Crownglase ist; zweitens, daß der ... RCV, über welchen die gefärbten Strahlen von Flintglas ... werden, auch viel größer ist als rcv, über welchen Winkel das ...glas die gefärbten Strahlen zerstreut, und drittens, daß ... Winkel RCV, rcv oder die Zerstreuungswinkel nicht, wie ... annahm, im Verhältniß der Ablenkungswinkel TCR, tcr, ... in einem höhern Verhältniß stehen, indem die Zerstreuung ... dem Flintglase viel größer ist. Vermehrt man den brechenden ... des Prisma aus Crownglas so weit, daß es für den rothen ... dieselbe Ablenkung als das Prisma aus Flintglas hervor..., so wird doch keinesweges die Ablenkung des violetten Strahls ... beiden Prismen gleich seyn. Setzt man daher die beiden Pris... ... mit den Kanten in entgegengesetzter Richtung an einander, wie ... Fig. 98, so daß sie einander entgegenwirken, so wird der rothe ... Strahl, der in entgegengesetzten Richtungen gleich stark gebrochen ..., keine Ablenkung erleiden, allein der violette Strahl, der vom ...glas stärker als vom Crownglas gebrochen wird, biegt sich gegen ... dickern Theil des Prisma aus Flintglas, und so bleibt eine un... ...rte Farbe übrig, obgleich sonst die Brechung (wenigstens für ... Strahl) aufgehoben ist. Umgekehrt wenn die Zerstreuung ...hoben wird, d. h. wenn der brechende Winkel des Prisma aus ...glas, welches dem aus Flintglas entgegenwirkt, so vergrößert ..., daß der Unterschied der Abweichungen des rothen und des ... Strahls durch das Prisma aus Crownglas dem der Ab...ungen durch das Prisma aus Flintglas gleich wird, so wird die ... das erstere hervorgebrachte Abweichung größer seyn, als die ... das letztere, und im Ganzen ist die von beiden Prismen zu... erzeugte Abweichung zu Gunsten des Crownglases.

427. Durch eine solche Verbindung von Prismen aus verschie... ... brechenden Mitteln kann daher ein Strahl von weißem Lichte ...lich von seinem Wege abgelenkt werden, ohne daß er in seine ...sprünglichen gefärbten Farben zerlegt wird. Es ist bekannt, daß

(wenn man annimmt, daß die Winkel der Prismen nur klein f
und beide in der Lage der kleinsten Abweichung sich befinden)
Abweichungen, welche nöthig sind um diese Wirkung hervo
bringen, im umgekehrten Verhältniß der Zerstreuungskräfte f
müssen; denn nimmt man an, daß μ und μ' die Brechungsverh
nisse der Prismen für die äußersten rothen Strahlen, $\mu + \delta$
$\mu' + \delta\mu'$ für die äußersten violetten Strahlen sind, A und A'
brechenden Winkel, D und D' ihre Abweichungen, so haben wir
gemein im Fall der kleinsten Abweichung

$$\mu \,.\, \sin \frac{A}{2} = \sin \frac{A+D}{2.},$$

$$\mu' \,.\, \sin \frac{A'}{2} = \sin \frac{A'+D'}{2},$$

$$\delta\mu \,.\, \sin \frac{A}{2} = \frac{1}{2}\, \delta D \,.\, \cos \frac{A+D}{2},$$

$$\delta\mu' \,.\, \sin \frac{A'}{2} = \frac{1}{2}\, \delta D' \,.\, \cos \frac{A'+D'}{2},$$

folglich hieraus, wenn die Prismen einander entgegengesetzt sin

$$\frac{1}{2}\, \delta\, (D - D') = \frac{\delta\mu \,.\, \sin \frac{A}{2}}{\cos .\, \frac{A+D}{2}} - \frac{\delta\mu' \,.\, \sin \frac{A'}{2}}{\cos \frac{A'+D'}{2.}}$$

Setzt man dieß gleich Null, so kommt

$$\frac{\delta\mu}{\cdots} \,.\, \frac{\sin \frac{1}{2} A}{\cdots} = \frac{\cos \frac{1}{2}(A+D)}{\cdots}$$

[redacted]

Nennen wir nun die Zerstreuungskräfte der Mittel p und p', d. h. die proportionalen Theile der ganzen Brechung des äußersten violetten Strahls, denen die Zerstreuung gleich ist, so erhalten wir

$$p = \frac{\delta\mu}{\mu-1},\ p' = \frac{\delta\mu'}{\mu'-1},$$

$$\frac{p}{p'} = \frac{\delta\mu}{\delta\mu'} \cdot \frac{\mu'-1}{\mu-1}.$$

so daß daher auch

$$\frac{p}{p'} = \frac{\mu}{\mu'} \cdot \frac{\mu'-1}{\mu-1} \cdot \frac{\tang \frac{1}{2}(A'+D')}{\tang \frac{1}{2}(A+D)}$$

$$= \frac{\mu'-1}{\mu-1} \cdot \frac{\sin \frac{1}{2}A'}{\sin \frac{1}{2}A} \cdot \sqrt{\frac{1-\mu\mu \sin \frac{1}{2}A^2}{1-\mu'\mu' \cdot \sin \frac{1}{2}A'^2}} \quad (a)$$

Diese Formel ist völlig genau; setzt man A und A' sehr klein, so wird

$$\frac{p}{p'} = \frac{(\mu'-1)A'}{(\mu-1)A}.$$

oder da $(\mu-1)A = D$, $(\mu'-1)A' = D'$, so wird auch

$$\frac{p}{p'} = \frac{D'}{D}.$$

428. Die so eben gefundene Formel giebt uns eine Methode an die Hand, durch welche man vermittelst eines angestellten Versuchs das Verhältniß der Zerstreuungskräfte zweier Mittel finden kann. Lassen sich nämlich aus denselben auf irgend eine Art zwei Prismen bilden, die solche brechende Winkel haben, daß wenn sie in die Lage der kleinsten Abweichung versetzt werden, ein gut begränztes glänzendes Object, durch beide zugleich betrachtet, scharf begränzt und an den Rändern ohne Farben erscheint, so giebt die Gleichung (a) unmittelbar das verlangte Verhältniß, wenn man die brechenden Winkel der Prismen mißt, und ihre Brechungsverhältnisse schon anderswoher kennt.

429. Betrachtet man ein scharf begränztes Object, das entweder viel dunkler oder viel heller als der Hintergrund ist, wie z. B. einen Fensterrahmen gegen den hellen Himmel durch ein Prisma, so erscheinen seine Ränder mit farbigen Franzen versehen und schlecht begränzt. Die Ursache hiervon kann man folgendermaßen erklären:

Es sey AB (Fig. 99) der Durchschnitt eines horizontalen Stabes,

welcher durch das Prisma P betrachtet wird, dessen brechende Kan
man unterwärts hält, und wir wollen zuerst betrachten, von w
cher Beschaffenheit der obere Rand B des Objects erscheint. Da w
vermittelst des Lichts und nicht durch Hülfe der Dunkelheit sehe
so ist dasjenige, was wir eigentlich sehen, nicht der dunkle Gege
stand, sondern der helle Grund, auf welchem es erscheint, oder d
über und unter demselben befindlichen hellen Räume BC und A
Da nun der helle Raum BC über dem Object mit weißem Licht
leuchtet wird, so bildet derselbe nach der Brechung im Prisma ei
Reihe von gefärbten Bildern bc, b'c', b''c'' u. s. w., die in eina
der fließen. Sie sind in der Figur in verschiedenen Entfernung
von P gezeichnet, allein dieß ist nur der Deutlichkeit wegen gesch
hen. In der Wirklichkeit muß man annehmen, daß sie auf einand
liegen und sich mit einander vermischen. Der am wenigsten gebr
chene Strahl bc ist roth, der am stärksten gebrochene b''c'' viol
und jeder dazwischenliegende bc von einer mittlern Farbe, z. B
gelb. Dießseits b'' ist kein Bild mehr vorhanden, so daß der gan
Raum unter b'' einem hinter dem Auge befindlichen Prisma dun
erscheint. Hingegen über b sind die Bilder aller Farben des Sp
trum zu gleicher Zeit vorhanden, indem man annimmt, daß d
helle Raum bc sich unbestimmt über B ausdehnt. Folglich erschei
der Raum über b in dem durch Brechung entstandenen Bilde völl
weiß. Zwischen b und b'' sieht man zuerst eine allgemeine Abnahm
des Lichts, so wie wir von b nach b'' fortgehen, weil die Anza
der auf einander fallenden leuchtenden Bilder immerwährend abnimm
zweitens einen Ueberschuß von den stärker brechbaren Strahlen üb
diejenige Menge derselben, die zur Bildung des weißen Lichts hi
reichend ist; denn jenseits b ist kein rothes Bild vorhanden, jensei
b' kein gelbes u. s. w.; das letzte, welches nach b'' fällt, ist e
reines unvermischtes Violet. Auf diese Art nimmt das Licht ni
bloß an Intensität ab, sondern wegen des nach und nach eintrete
den Ausbleibens der wenigen brechbaren Strahlen, wird auch das En
des Spectrum eine blauere Färbung erhalten, die in ein reines Vi
let übergeht, so daß der obere Rand des Gegenstandes mit ein
blauen Kante eingefaßt erscheint, die nach und nach blasser wi
und sich in weiße Farbe verliert. Das Umgekehrte findet am unte
Ende in A statt. Der helle Raum AD bildet auf gleiche Art ei
Reihe von farbigen Bildern ad, a'd', a''d'', von denen das

wenigsten abgelenkte roth, das am stärksten abgelenkte a'd' violet ist, und die dazwischen liegenden die mittlern Farben enthalten. Folglich erscheint der Punkt a, der nur das äußerste Roth enthält, von einer dunkelrothen Farbe; a', welcher alle Strahlen von Roth bis Gelb enthält, von einem lebhaften Orangeroth, und in dem Verhältniß, in welchem die stärker brechbaren Strahlen hinzutreten, wird diese Neigung zu einem Ueberschuß von rother Farbe aufgehoben, und das Stück jenseits a'', welches alle Farben in ihren natürlichen Verhältnissen enthält, wird rein weiß erscheinen. Folglich erscheint der untere Rand des Gegenstandes mit einer rothen Kante, die sich im Weiß verliert, eben so wie die blaue Kante, welche den obern Rand begränzt. Diese Kanten heben die scharfe Begränzung der Gegenstände auf, und machen das Sehen durch ein Prisma undeutlich. Diese Undeutlichkeit hört auf, sobald die Gegenstände mit gleichartigem Licht beleuchtet sind, oder durch Gläser betrachtet werden, die vermöge ihrer Färbung nur gleichartiges Licht durchlassen.

430. Das Auge kann durch Uebung die Aufhebung der Farben und die Undeutlichkeit an den Rändern der Gegenstände sehr wohl beurtheilen, wenn Prismen so aufgestellt sind, daß sie auf die vorher beschriebene Art einander entgegenwirken, aber aus Ursachen, die wir sogleich betrachten wollen, kann die Compensation nie vollkommen seyn, und es bleibt immer auf der einen Seite eine kleine rothe, auf der andern eine grüne Kante, sobald dem Auge am besten Genüge geleistet ist, so daß die Beobachtungen der Zerstreuungskräfte vermittelst dieser Methode Fehlern unterworfen sind, und man kann in der That bei diesem Theil der Optik nur sehr schwierig zu einiger Genauigkeit gelangen.

431. Um die zerstreuende Kraft eines Mittels zu bestimmen, welches in ein Prisma umgeformt ist, dessen brechender Winkel durch den Goniometer oder auf eine andere Art bestimmt wurde, und dessen Brechungsverhältniß man kennt, muß man zuerst ein Fundamentalmedium aufsuchen, welches die Zerstreuung genau aufhebt, so daß eine Brechung hervorgebracht wird, die so viel als möglich frei von Farben ausfällt. Da es aber unmöglich ist, eine Menge solcher Fundamentalprismen von den erforderlichen brechenden Winkeln zu haben, so ist es nothwendig, ein Mittel aufzusuchen, durch welches man den brechenden Winkel eines und desselben Prisma durch unmerkliche Abstufungen ändern kann. Man kann zu diesem Zweck

mancherlei Einrichtungen angeben. So kann man erstlich ein Prism anwenden, das aus zwei Glasplatten mit parallelen Seiten besteh die durch eine Angel oder auf eine andere Art zusammenhängen, un eine Flüssigkeit einschließen, die am Auslaufen entweder durch di Capillarität bei kleinen Winkeln, oder bei größern Winkeln, dur fest anschließende Metallplatten verhindert wird. Diese Einrichtun ist aber in der Ausübung tausend Unbequemlichkeiten unterworfe Zweitens können wir zwei Prismen von derselben Glasart anwe den, von denen das eine eine concave, das andere eine conve Cylinderoberfläche bildet, deren Axen mit den brechenden Kanten p rallel sind. Bringt man beide an einander, und dreht das eine u die beiden Cylindern gemeinschaftliche Axe, so sieht man leicht, da die ebenen Flächen gegen einander unter jedem beliebigen Winkel inne halb der Gränzen der Bewegung geneigt werden können (Man seh Fig. 100, a und b zwei verschiedene Einrichtungen von dieser A darstellen.) Diese Idee, welche, wie wir glauben, Boscovich a gehört, ist scharfsinnig, aber die Ausführung schwierig und groß Ungenauigkeit unterworfen.

432. Die folgende Methode läßt sich sehr gut ausüben, un wir haben sie in der Anwendung sehr bequem gefunden. Man nehm ein Prisma von gutem Flintglas, dessen Durchschnitt ein rechtwin liches Dreieck ABC ist, wo der Winkel A ungefähr 30° bis 35 beträgt, und C den rechten Winkel ausmacht. Seine Länge ist da Doppelte der Breite der Seite AC. Nachdem nun die Seite A geschliffen und polirt ist, so wie auch die Hypothenuse des Prisma zerschneide man dasselbe in zwei Hälften, so daß zwei gleiche Prisme entstehen, deren brechende Winkel A, A′ einander daher gleich sey müssen. Man kitte die viereckigen Seitenflächen sorgfältig zusamme so daß die Kanten A, A′ auf entgegengesetzten Seiten der Fläche liege die beiden Prismen gemeinschaftlich ist; richtet man nun die Sac so ein, daß der Körper sich um eine auf die gemeinschaftliche Fläc senkrecht stehende Axe drehen läßt, die durch die Mitte desselben geh und schleift alle Kanten ab, so bildet das Ganze einen cylindrisch Körper mit schiefen, parallelen, elliptischen und ebenen Seiten, w in Fig. 101. Dann trenne man die Prismen, indem man den Ki erwärmt, und versehe ein jedes mit einer messingenen Einfassun wie in Fig. 102, so daß die kreisförmigen Seiten mit einander i Berührung sind, und sich frei auf einander um ihren gemeinschaf

um Mittelpunkt drehen lassen. Das untere ist im Mittelpunkt des getheilten Kreises DE befestigt, während das obere bewegliche mit einem Zeiger versehen ist, der einen Vernier trägt, vermöge dessen man Zehntheile eines Grades oder auch Minuten ablesen kann. Der ganze Apparat wird auf ein bewegliches Gestell zwischen Platten gesetzt, die in eine Fuge der getheilten Platte eingreifen, wodurch eine Bewegung in seiner eigenen Ebene hervorgebracht wird, und derselbe zugleich die Fähigkeit erhält, in die verlangte Lage gebracht zu werden, so daß rücksichtlich der Seiten des Prisma ein durch das zusammengesetzte Prisma abgelenkter einfallender Strahl in jeder Ebene und in jeder Richtung auf dasselbe fallen kann. Es ist einleuchtend, daß in der hier vorgestellten Lage, wo die Prismen einander entgegengesetzt sind, und der Vernier den Nullpunkt zeigen muß, der brechende Winkel genau Null ist, und bringt man eine Drehung um 180° hervor, so erhalten die Prismen eine gleichartige Lage, und ihr durch die Vereinigung entstandener Winkel ist doppelt so groß, als der einzelne. Bei dazwischenliegenden Lagen muß daher der Winkel der Ebene ihrer äußern Flächen durch jeden mittlern Zustand hindurchgehen, und aus der sphärischen Trigonometrie läßt sich leicht zeigen, daß wenn θ die Ablesung des Vernier ist, oder der Drehungswinkel beider Prismen vom Nullpunkt aus gerechnet, der Winkel des zusammengesetzten Prisma vermittelst der Gleichung

$$\sin\frac{A}{2} = \sin\frac{\theta}{2} . \sin (A) \qquad (b)$$

gefunden wird, wo (A) den brechenden Winkel jedes einzelnen Prisma, und A den des zusammengesetzten bedeutet.

433. Um dieses Instrument zu gebrauchen, stelle man das Prisma A', dessen zerstreuende Kraft mit dem Mittel, aus welchem das Fundamentalprisma besteht, verglichen werden soll, mit seiner Kante unterwärts und horizontal vor ein Fenster, und indem man einen der horizontalen Stäbe auswählt, befestige man es so, daß die Drehung dieses Stabes ein Minimum ist, oder bis das Bild desselben stillstehend erscheint, indem man das Prisma rückwärts und vorwärts bewegt. Dann nehme man das zusammengesetzte Fundamentalprisma, bringe es auf Null, und stelle es senkrecht auf sein Gestelle hinter das erste Prisma. Man bewege seinen Index einige Grade vom Nullpunkt weg, und drehe den getheilten Kreis in seiner eigenen Ebene, bis die auf diese Art vom zweiten Prisma

hervorgebrachte Brechung der vom ersten herrührenden entgegenges ist. Die Färbung wird geringer erscheinen als vorher, und m setze diese Bewegung fort, bis die Farbe beinahe aufgehoben ist; da stelle man vermittelst der Schwungbewegung und der Drehung t die verticale Axe den Apparat so, daß zwei Fensterstäbe, ein ho zontaler und ein verticaler, durch die beiden Prismen gesehen, ein rechten Winkel zu bilden scheinen, (ein Verfahren, welches anfan etwas schwierig ist, worin man aber bald durch einige Uebung einer leichten Ausführung gelangt). Dann mache man die Auf bung der Farben vollständig, untersuche die richtige Lage des Fund mentalprisma, und lese endlich den Vernier ab, so läßt sich der ve langte Winkel A des Compensationsprisma aus der Gleichung (leicht berechnen. Dieser Rechnung kann man sich entledigen, ind man entweder die Werthe von A, welche denen von θ entspreche in eine Tabelle bringt, wo der Winkel (A) als bekannt vorausg setzt wird, oder indem man den Kreis gleich so eintheilt, daß d selbe nicht die Werthe von θ', sondern die entsprechenden Winkel enthält, wodurch man den verlangten Winkel ohne Weiteres ab sen kann.

434. Eine einfachere und im Ganzen vielleicht bessere Metho die Zerstreuung zweier Prismen zu vergleichen, ist eine von D Brewster angegebene und oft angewendete, die man in seiner scha sinnigen Schrift On new philosophical Instruments antrifft, w ches Werk voll von schönen Erfindungen und glücklichen Anwendung ist. Sie besteht darin, daß man nicht den brechenden Winkel d Fundamentalprisma ändert, sondern die Richtung, in welcher d Zerstreuung geschieht. Es ist bekannt, daß wenn wir vermittelst ein Fundamentalprisma aus einer Linie von weißem Licht eine gefärb Franze hervorbringen können, in welcher die Farben dieselbe Wink ausdehnung, als bei der durch ein Prisma von unbekannter Ze streuungskraft besitzen, dann dieses letztere alle Farben aufhebt u eine compensirte Brechung hervorbringt, wenn wir die Franze einer Richtung brechen, die senkrecht auf ihrer Breite steht, und d Ordnung der Farben entgegengesetzt ist. Ist daher die Lage des Fu damentalprisma, welches eine solche Franze hervorbringt, bekann so läßt sich die Zerstreuung des andern berechnen. Um dieß zu ze gen, sey AB eine horizontale leuchtende Linie von beträchtlicher Läng die durch das Fundamentalprisma, dessen Zerstreuungskraft größ

als die des zu untersuchenden ist, abwärts aber in schiefer Richtung Aa, Bb gebrochen wird. Dann bildet sich ein schiefes Spectrum abb′a′, wo ab das Roth und a′b′ das Violet ist, und die Winkelbreite der gefärbten Franze wird am = aa′ multiplicirt mit dem Sinus der Neigung der brechenden Ebene gegen den Horizont. Nun mag das Prisma, dessen zerstreuende Kraft untersucht werden soll, diesen gefärbten Streifen vertical aufwärts brechen; ist dann die Ebene der ersten Brechung so gegen den Horizont geneigt, daß der von am am Auge eingeschlossene Winkel dem Zerstreuungswinkel des andern Prisma gleich ist, so fallen alle Farben des rechtwinklichen Stücks bca′d in der horizontalen Linie A′B′ zusammen, die daher farbenfrei erscheint, ausgenommen an den Enden, wo die gefärbten Dreiecke aca′, bdb′ eine rothe Begränzung A′A″ und eine blaue B′B″ an den Enden der Linie, welchen sie entsprechen, hervorbringen. Bleibt nun das zweite Prisma fest mit der Kante abwärts gerichtet, und parallel mit dem Horizont, und dreht man das andere oder Fundamentalprisma in einer Ebene herum, die senkrecht auf seinem Hauptdurchschnitt steht, so muß nothwendigerweise eine Lage vorkommen, in welcher die zweimal gebrochene Linie A′B′ sowohl oben als unten frei von Farben erscheint. In dieser Lage stelle man es fest, und lese den Neigungswinkel seiner Kante gegen den Horizont ab, dessen Complemente der Winkel aa′m ist, den wir θ nennen wollen. Wir nehmen nun an, daß jedes Prisma in der Lage der kleinsten Abweichung sich befinde, und da es gleichgültig ist, welches von beiden die vorderste Stellung hat, so sey das zu untersuchende oder das feste Prisma dem Object am nächsten. *) Sind dann D′ und D die vollständigen Ablenkungen, die vom festen und drehbaren Prisma bei dem äußersten rothen Strahle hervorgebracht werden, so müssen wir die Gleichung

$$\delta D' - \delta D . \sin\theta = o, \text{ oder}$$

$$\delta\mu' . \sin\frac{A'}{2} . \sec . \frac{A'+D'}{2}$$

$$= \delta\mu . \sin\frac{A}{2} . \sec . \frac{A+D}{2} . \sin\theta.$$

*) Dr. Brewster hat eine etwas hiervon verschiedene Lage angenommen (Treatise on new philosophical instruments p. 296), in der Absicht die Formeln dadurch zu vereinfachen; es scheint aber uns nicht, daß durch seine Anordnung in dieser Rücksicht einiger Vortheil erhalten wird.

lich wird, bis alle übrigen Strahlen verlöscht sind, so ist er als fester Punkt für die optischen Untersuchungen von unschätzbarem Werthe und wir werden denselben jedesmal meinen, wenn vom *Anfang des Farbenbildes* oder dem *äußersten Roth* die Rede seyn wird, wenn auch ein noch weniger brechbarer Strahl bei sorgfältigem Verfahren und günstigen Umständen sichtbar seyn sollte. Auf gleiche Art kann man durch den einfachen Kunstgriff, daß man etwas Salz in die Flamme wirft, einen gelben Strahl von vollkommen bestimmtem Charakter hervorbringen, welcher merkwürdigerweise in der Skale der Brechbarkeit genau denjenigen Platz einnimmt, wo in dem aus der Sonne entstehenden Farbenbilde die dunkle Linie D vorkommt (§. 418, 419). Diese Mittel, so wie die übrigen früher erwähnten festen Linien, verschaffen uns Strahlen, welche zu allen Zeiten und unter allen Verhältnissen bei einem guten Apparat identisch sind, und setzen uns in den Stand, die Lehre von den brechenden und zerstreuenden Kräften auf gleichen Fuß mit den genausten Theilen der Wissenschaft zu stellen.

437. Die folgende Tafel, welche aus Fraunhofers Abhandlung *über die Bestimmung der brechenden und zerstreuenden Kräfte* ausgezogen ist, enthält die absoluten Werthe des Brechungsverhältnisses μ für die verschiedenen Strahlen, deren Stellen in dem Farbenbilde den sieben Linien B, C, D, E, F, G, H entsprechen, die von ihm als Fundament angenommen sind (§. 419 u. f.), für verschiedene Arten Glas aus seiner eigenen Fabrik, und für einige Flüssigkeiten. Um diese Werthe zu unterscheiden, können wir dieselben durch μ (B), μ (C), μ (D) u. s. w. bezeichnen.

[redacted]

Tabelle der Brechungsverhältnisse von verschiedenen Glasarten und Flüssigkeiten für sieben Hauptstrahlen.

Brechendes Mittel.	Spec. Gewicht.	μ (B)	μ (C)	μ (D)	μ (E)	μ (F)	μ (G)	μ (H)
Flintglas No. 13 . .	3,723	1,627749	1,629681	1,635036	1,642024	1,648266	1,660285	1,671062
Crownglas No. 9 . .	2,535	1,525832	1,526849	1,529587	1,533005	1,536052	1,541657	1,546566
Wasser	1,000	1,330935	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1,341293	1,344177
Wasser, anderer Versuch	1,000	1,330977	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1,341261	1,344162
Auflösung von Pottasche	1,416	1,399629	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1,412579	1,416368
Terpenthinöl . . .	0,885	1,470496	1,471530	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1,488198	1,493874
Flintglas No. 3 . .	3,512	1,602042	1,603800	[illegible]	1,614532	[illegible]	1,630772	1,640373
Flintglas No. 30 . .	3,695	1,623570	1,625477	[illegible]	1,637356	[illegible]	1,655406	1,666072
Crownglas No. 13 .	2,535	1,524312	1,525299	[illegible]	1,531372	1,534337	1,539908	1,544684
Crownglas, M. . .	2,756	1,554774	1,555933	1,559075	1,563150	1,566741	1,573535	1,579470
Flintglas No. 23 Prisma 60° 15′ 42″	3,724	1,626596	1,628469	1,633667	1,640495	1,646756	1,658848	1,669686
Flintglas No. 23 Prisma 45° 23′ 14″	3,724	1,626564	1,628451	1,633666	1,640544	1,646780	1,658849	[illegible]

lich wird, bis alle übrigen Strahlen verlöscht sind, so ist er als fester Punkt für die optischen Untersuchungen von unschätzbarem Werthe und wir werden denselben jedesmal meinen, wenn vom *Anfang des Farbenbildes* oder dem *äußersten Roth* die Rede seyn wird, wenn auch ein noch weniger brechbarer Strahl bei sorgfältigem Verfahren und günstigen Umständen sichtbar seyn sollte. Auf gleiche Art kann man durch den einfachen Kunstgriff, daß man etwas Salz in die Flamme wirft, einen gelben Strahl von vollkommen bestimmtem Charakter hervorbringen, welcher merkwürdigerweise in der Skale der Brechbarkeit genau denjenigen Platz einnimmt, wo in dem aus der Sonne entstehenden Farbenbilde die dunkle Linie D vorkommt (§. 418, 419). Diese Mittel, so wie die übrigen früher erwähnten festen Linien, verschaffen uns Strahlen, welche zu allen Zeiten und unter allen Verhältnissen bei einem guten Apparat identisch sind, und setzen uns in den Stand, die Lehre von den brechenden und zerstreuenden Kräften auf gleichen Fuß mit den genausten Theilen der Wissenschaft zu stellen.

437. Die folgende Tafel, welche aus Fraunhofers Abhandlung *über die Bestimmung der brechenden und zerstreuenden Kräfte* ausgezogen ist, enthält die absoluten Werthe des Brechungsverhältnisses μ für die verschiedenen Strahlen, deren Stellen in dem Farbenbilde den sieben Linien B, C, D, E, F, G, H entsprechen, die von ihm als Fundament angenommen sind (§. 419 u. f.), für verschiedene Arten Glas aus seiner eigenen Fabrik, und für einige Flüssigkeiten. Um diese Werthe zu unterscheiden, können wir dieselben durch $\mu(B)$, $\mu(C)$, $\mu(D)$ u. s. w. bezeichnen.

Tabelle der Brechungsverhältnisse von verschiedenen Glasarten und Flüssigkeiten für sieben Hauptstrahlen.

Brechendes Mittel.	Spec. Gewicht.	μ (B)	μ (C)	μ (D)	μ (E)	μ (F)	μ (G)	μ (H)
Flintglas No. 13 . .	3,723	1,627749	1,629681	1,635036	1,643024	1,648266	1,660285	1,671062
Crownglas No. 9 . .	2,535	1,525832	1,526849	1,529587	1,533005	1,536052	1,541657	1,546566
Wasser	1,000	1,330935	1,331712	1,333577	1,335851	1,337818	1,341293	1,344177
Wasser, anderer Versuch	1,000	1,330977	1,331709	1,333577	1,335849	1,337788	1,341261	1,344162
Auflösung von Pottasche	1,416	1,399629	1,400515	1,402805	1,405632	1,408082	1,412579	1,416368
Terpenthinöl . . .	0,885	1,470496	1,471530	1,474434	1,478353	1,481736	1,488198	1,493874
Flintglas No. 3 . .	3,512	1,602042	1,603800	1,608494	1,614532	1,620042	1,630772	1,640373
Flintglas No. 30 . .	3,695	1,623570	1,625477	1,630585	1,637356	1,643466	1,655406	1,666072
Crownglas No. 13 .	2,535	1,524312	1,525299	1,527982	1,531372	1,534337	1,539908	1,544684
Crownglas, M. . .	2,756	1,554774	1,555933	1,559075	1,563150	1,566741	1,573535	1,579470
Flintglas No. 23 Prisma 60° 15′ 42″	3,724	1,626596	1,628469	1,633667	1,640495	1,646756	1,658818	1,669686
Flintglas No. 23 Prisma 45° 23′ 14″	3,724	1,626564	1,628451	1,633666	1,640544	1,646780	1,658849	1,669680

438. Die obige Tabelle macht einen Umstand sehr deutlich, de schon lange von praktischen Optikern anerkannt worden, und bei der Zu sammensetzung von Fernröhren von großer Wichtigkeit ist, nämlich d Irrationalität (wie man denselben genannt hat) oder der Mang an Proportionalität der Räume, welche in den von verschiedenen bre chenden Mitteln hervorgebrachten Farbenbildern von den verschiede gefärbten Strahlen, oder von denen, deren Brechbarkeit durch ei angenommenes Fundamentalmedium zwischen gegebenen Gränzen lie gen, eingenommen werden. Nehmen wir z. B. das Wasser als da fundamentale brechende Mittel an (und wir sehen nicht ein, warun dasselbe nicht eben so wohl hierbei, als in andern physikalischen Un tersuchungen als ein solches angenommen werden sollte, natürlich vo einer bestimmten Temperatur, z. B. bei seiner größten Dichtigkeit so ist einleuchtend, daß jeder Strahl durch sein Brechungsverhältni im Wasser bestimmt werden kann; auf diese Art erhält man ein Skale von Brechbarkeiten, die wir der Kürze halber die Wasser skale nennen wollen, und sobald wir das Brechungsverhältniß eine Strahls aus dem leeren Raum ins Wasser kennen, haben wir auc seine Stelle in dem durch das Wasser hervorgebrachten Farbenbilde seine Farbe und seine andern physikalischen Eigenschaften, insofern dieselben von der Brechbarkeit des Strahls abhängen, bestimmt. Weiß man daher, daß 1,333577 das Brechungsverhältniß für einen Strahl im Wasser ist, so kann dieser kein anderer als der besondere Strahl D seyn, dessen Farbe ein blasses orangegelb ist, und der be dem Sonnenlicht gänzlich fehlt, allein im Licht verschiedener Flammen sehr häufig vorkommt. Nun sey x das Brechungsverhältniß irgend eines Strahls im Wasser, oder seine Stelle in der Wasserskale, so ist einleuchtend, daß sein Brechungsverhältniß in irgend einem andern brechenden Mittel eine Function von x seyn muß, weil der Werth von x diese und alle andern Eigenschaften des Strahls bestimmt. Wir müssen also zwischen μ und x eine Gleichung haben, die wir allgemein durch $\mu = F(x)$ bezeichnen können, wo $F(x)$ eine Function von x bedeutet.

439. Um die Form dieser Function zu bestimmen, müssen wir bedenken, daß wenn A ein sehr kleiner Winkel eines Prisma ist, und D die kleinste von ihm hervorgebrachte Abweichung bedeutet, wir $\mu \cdot \frac{A}{2} = \frac{A+D}{2}$, oder $D = (\mu - 1) A$ haben. Setzt man

also den Winkel A constant, so ist die Abweichung der Größe $\mu-1$ proportional. Da nun in allen brechenden Mitteln die Abweichungen, so wie im Wasser, wenigstens dieselbe Ordnung befolgen, indem sie für Roth ein Minimum, für Violet ein Maximum ist, so folgt, daß bei allen brechenden Mitteln $\mu-1$ mit x wächst, so daß wenn x_0 das Brechungsverhältniß des ersten sichtbaren rothen Strahls in der Wasserskale ist, oder der Anfangswerth von x, und μ_0 das Brechungsverhältniß für denselben Strahl in einem andern Mittel bedeutet $(\mu-1)-(\mu_0-1)$, oder $\mu-\mu_0$ mit $x-x_0$ wachsen muß, und da beide zu gleicher Zeit verschwinden, so können wir die eine Größe durch eine nach Potenzen der andern Größe fortschreitende Reihe ausdrücken, nämlich

$$\mu-\mu_0 = A(x-x_0) + B(x-x_0)^2 + C'(x-x_0)^3 + \ldots .$$

oder, was auf dasselbe hinauskommt,

$$\frac{\mu-\mu_0}{\mu_0-1} = a\left(\frac{x-x_0}{x_0-1}\right) + b\left(\frac{x-x_0}{x_0-1}\right)^2 + \ldots \quad \text{(d)}$$

wo a, b u. s. w. andere unbestimmte Coefficienten bezeichnen, und x_0-1 eine constante Größe ist.

440. Die einfachste Hypothese, die wir rücksichtlich der Werthe von a, b u. s. w. aufstellen können, besteht darin, daß wir a = 1, b nebst den andern Coefficienten Null setzen. Dieß giebt

$$\frac{\mu-\mu_0}{\mu_0-1} = \frac{x-x_0}{x_0-1}$$

Wir haben früher $\delta\mu$ gebraucht, um dasjenige zu bezeichnen, was hier durch $\mu-\mu_0$ ausgedrückt wird, nämlich den Unterschied zwischen den Brechungsverhältnissen irgend eines Strahls in dem Spectrum und dem des Anhangs desselben, und wir haben durch $\frac{\delta\mu}{\mu-1}$ dieselbe Größe bezeichnet, die hier durch $\frac{\mu-\mu_0}{\mu_0-1}$ ausgedrückt ist. Dieß ist bei unserer jetzigen Bezeichnungsart der Ausdruck der Zerstreuungskraft des brechenden Mittels, und die jetzt betrachtete Gleichung zeigt daher an, daß bei der gemachten Voraussetzung die Zerstreuungskraft des Mittels genau dieselbe seyn muß, als die des Wassers, und folglich, wenn man annimmt, daß diese Voraussetzung in der Natur des Lichts gegründet ist, müssen alle brechenden Mittel dieselbe zerstreuende Kraft besitzen. Dieß ist aber, wie wir schon gesehen haben, keinesweges der Fall in der Natur.

Die nächst einfachste Hypothese ist diejenige, welche a zu einer

willkürlichen, durch die Natur des brechenden Mittels zu bestimmenden Constante macht, aber b, c u. s. w. immer noch verschwinden läßt. Dieß reducirt die Gleichung auf

$$\frac{\mu - \mu_0}{\mu_0 - 1} = a \cdot \frac{x - x_0}{x_0 - 1}$$

folglich, wenn μ' und x' ein paar andere entsprechende Werthe von μ und x bezeichnen, so muß ebenfalls

$$\frac{\mu' - \mu_0}{\mu_0 - 1} = a \cdot \frac{x' - x_0}{x_0 - 1}$$

werden, und daher auch

$$\frac{\mu' - \mu}{\mu_0 - 1} = a \cdot \frac{x' - x}{x_0 - 1}$$

Hieraus ergiebt sich endlich

$$\frac{\mu' - \mu}{x' - x} = a \cdot \frac{\mu_0 - 1}{x_0 - 1}.$$

Ist also diese Voraussetzung richtig, und bezeichnen μ, x und μ', x' irgend zwei Paare von zusammengehörigen Brechungsverhältnissen für beliebige Strahlen, so muß der Bruch $\frac{\mu' - \mu}{x' - x}$ unveränderlich seyn. Die vorige Tabelle zeigt aber sehr deutlich, daß dieß nicht der Fall ist. Nehmen wir z. B. das Flintglas Nro. 13, so giebt die Vergleichung der beiden Strahlen B und C für den Werth des Bruches 2,562, und vergleichen wir ebenfalls die Strahlen C und D, D und E, E und F, F und G, G und H, so erhalten wir die Werthe 2,871; 3,073; 3,193; 3,460; 3,726; ihre große Abweichung von der Gleichheit und die regelmäßige Fortschreitung der-

[redacted]

gebrochenen Farbenbildern zu einander haben, nicht dasselbe ist. Nimmt man z. B. den grünen Strahl E für die mittlere Farbe an, und nennt alle auf der rothen Seite von E liegenden Farben roth, die auf der andern blau, so wird das Verhältniß der vom Roth und Blau in jedem Spectrum eingenommenen Räume durch den Bruch

$$\frac{\mu(H) - \mu(E)}{\mu(E) - \mu(B)}$$

ausgedrückt werden. Die Werthe dieses Bruchs sind für die in vorigen Tabelle enthaltenen brechenden Mittel in folgender Tafel enthalten:

Flintglas No. 23 . .	2,0922.
Flintglas No. 30 . .	2,0830.
Flintglas No. 3 . .	2,0689.
Flintglas No. 13 . .	2,0342.
Terpenthinöl	1,9754.
Crownglas M. . . .	1,9484.
Crownglas No. 9 . .	1,8905.
Crownglas No. 13 . .	1,8855.
Auflösung von Pottasche	1,7884.
Wasser	1,6936.

Hier sehen wir, daß dieselben gefärbten Räume, welche in dem Flintglas No. 23 im Verhältniß von 21:10 zu einander stehen, in dem vom Wasser gebildeten Spectrum nur das Verhältniß 17:10 haben, so daß der blaue Theil des Farbenbildes im Verhältniß zum rothen bei dem Flintglas größere Ausdehnung hat als im Wasserspectrum.

442. Hieraus folgt, daß wenn zwei Prismen aus verschiedenen Mitteln gebildet werden, z. B. aus Flintglas und aus Wasser, die solche brechende Winkel besitzen, daß sie Farbenbilder von gleicher Länge geben, und die Prismen so gestellt werden, daß sie in entgegengesetzten Richtungen brechen, so werden, obgleich die rothen und die violetten Strahlen im herausfahrenden Strahl vereinigt werden, doch die mittlern Strahlen etwas zerstreut, da das Wasserprisma die grünen oder mittlern Strahlen im Verhältniß zu den äußern stärker bricht; ist daher eine weiße leuchtende Linie der Gegenstand, welcher durch eine solche Zusammensetzung untersucht wird, so wird statt einer ganz farbenlosen Brechung ein sehr schmales Farbenbild im Vergleich mit dem, was ein einzelnes Prisma hervorbringen würde, gesehen, von welchem die eine Seite röthlich, die andere grünlich ge-

färbt ist. Jeder **dunkle** Gegenstand, gegen den Himmel geseh z. B. ein Fensterstab, hat rothe und grüne Franzen an seiner B gränzung, indem die grünen an einerlei Seite des Stabes mit d Scheitel des aus Flintglas bestehenden Prisma liegen, weil bei ei solchen Verbindung grün als die am meisten und roth als die wenigsten brechbare Farbe angesehen werden muß; und da das Fli prisma in diesem Falle die geringste **Brechung** besitzt, so liegt am meisten brechbare farbige Franze seinem Scheitel am nächst aus derselben Ursache, aus welcher ein durch ein einzelnes Pris gesehener dunklet Gegenstand auf weißem Grunde an der am w nigsten gebrochenen Seite blau erscheint. (§. 429.)

443. Dieses Resultat stimmt vollkommen mit der Erfahru überein. Clairaut und nach ihm Boscovich, Dr. Blair und I Brewster haben zu verschiedenen Malen die Aufmerksamkeit der C tiker auf diese gefärbten Franzen, oder wie man sie auch wohl nen **secundäre Farbenbilder**, gewendet, und ihr Daseyn auf die nügendste Art gezeigt. Dr. Brewster insbesondere hat eine aus dehnte und höchst schätzbare Reihe von Versuchen vorgenommen, in seinem Werk on new philosophical Instruments und in sei Abhandlung über denselben Gegenstand in den Edinburgh Trans tions angegeben sind; es ergiebt sich aus denselben, daß wenn zusammengesetztes Prisma, welches aus zwei in folgender Tabelle gegebenen, in prismatische Form gebrachten brechenden Mitteln steht, die in entgegengesetztem Sinn brechen, die rothen und viol ten Strahlen vereinigt, so wird das Grün von ihrer vereinten W kung in der Richtung der Brechung desjenigen Mittels abgelen welches der Ordnung nach zuerst steht.

1. Schwefelsäure.	12. Salzsäure.
2. Phosphorsäure.	13. Salpetrige Säure.
3. Schweflichte Säure.	14. Essigsäure.
4. Phosphorige Säure.	15. Aepfelsäure.
5. Ueberschwefelter Wasserstoff.	16. Citronensäure.
6. Wasser.	17. Flußspath.
7. Eis.	18. Blauer Topas.
8. Eiweiß.	19. Beryll.
9. Bergkrystall.	20. Selenit.
10. Salpetersäure.	21. Leucit.
11. Blausäure.	22. Turmalin.

Borax.
Boraxglas.
Aether.
Alkohol.
Arabisches Gummi.
Crownglas.
Mandelöl.
Weinsteinsaures Kali und Natron.
Wachholderharz.
Steinsalz.
Kalkspath.
Ambraöl.
Wachholderöl.
Wallrathöl.
Rüböl.
Olivenöl.
Zircon.
Flintglas.
Rhodiumöl.
Rosmarinöl.
Oel von Bockshornkraut.
Copaibalsam.
Nußöl.
Sadebaumöl.
Rautenöl.
Buchöl.
Salpetersaures Kali.
Diamant.
Gummi Resina.
Gummi Copal.
Castoröl.
Camillenöl.
Dillöl.
Wermuthöl.
57. Majoranöl.
58. Bergamotöl.
59. Pfeffermünzöl.
60. Thymianöl.
61. Muskatenöl.
62. Feldkümmelöl.
63. Limonienöl.
64. Ambra.
65. Frauenmünzöl.
66. Ysopöl.
67. Mohnöl.
68. Flohkrautöl.
69. Salbeyöl.
70. Terpenthinöl.
71. Canadischer Balsam.
72. Lavendelöl.
73. Salzsaures Antimon.
74. Nelkenöl.
75. Fenchelöl.
76. Rothgefärbtes Glas.
77. Orangegefärbtes Glas.
78. Opalfarbenes Glas.
79. Essigsaures Blei (geschmolzen)
80. Ambraöl.
81. Sassafrasöl.
82. Kümmelöl.
83. Anisöl.
84. Essenz von bittern Mandeln.
85. Kohlensaures Blei.
86. Tolubalsam.
87. Schwefelkohlenstoff.
88. Schwefel.
89. Cassiaöl.

144. Aus dieser Tabelle ist es einleuchtend, daß je stärker im [All]gemeinen genommen ein Mittel bricht, desto größer ist die Aus[deh]nung des blauen Theils des Farbenbildes im Vergleich zum rothen.

445. Stellt man zwei Prismen, die die gehörigen brechent Winkel haben, und aus Materien bestehen, die in voriger Ta nicht weit von einander liegen, in entgegengesetzter Richtung a so wird das durch sie gebildete secundäre Spectrum klein seyn, u die Brechung fast farbenlos. Eine solche Verbindung nennt man e achromatische (α—χρωμα).

446. Das Daseyn eines secundären Bildes, welches ei vollkommenen Achromatismus durch die Anwendung zweier brech den Mittel unmöglich macht, zeigt uns zugleich, daß wir auch theoretischer Rücksicht nicht berechtigt sind, die Coefficienten b, u. s. w. der Gleichung (d) in §. 439 zu vernachlässigen. Das der Natur stattfindende Gesetz erfordert wahrscheinlich, daß die Re in das Unendliche fortgeführt werden muß, und ohne Zweifel wi den wir durch die Anwendung von drei brechenden Mitteln, wodu drei Strahlen vereinigt werden, tertiäre Bilder u. s. w. fort erh ten. Diese werden aber verhältnißmäßig klein ausfallen.

447. Die Tabelle §. 437 giebt uns Mittel an die Hand, Coefficienten zu berechnen, die zu den darin aufgestellten besond brechenden Materien gehören. Setzen wir

$$\frac{\mu-\mu_0}{\mu_0-1}=P,\ \frac{x-x_0}{x_0-1}=p,$$

und nehmen an, daß P, P', P'' u. s. w., p, p', p'' u. s. w. die Wer von P und p sind, die den verschiedenen Werthen von μ und x der Tabelle zugehören, so haben wir um a, b, c u. s. w. für irg eines dieser Mittel zu bestimmen, die Gleichungen

$$P=ap+bp^2+cp^3+\dots$$
$$P'=ap'+bp'^2+cp'^3+\dots$$
$$P''=ap''+bp''^2+cp''^3+\dots$$

und man muß so viel Gleichungen anwenden, als Coefficienten zu stimmen sind. Beschränken wir uns jetzt auf zwei, so ergiebt

$$P=ap+bpp,\ P'=ap'+bp'p',$$

und hieraus findet sich

$$a=\frac{Pp'p'-P'pp.}{pp'(p'-p)},$$

$$b=-\frac{Pp'-P'p.}{pp'(p'-p)}.$$

Da es gut ist, diejenigen Strahlen hierzu auszuwählen, di weit als möglich im Farbenbilde von einander entfernt sind, so wer

wir μ_0 und x_0 aus der Columne μ (B) nehmen, und P und p durch die Werthe in der Columne μ (E), so wie die von P' und p' aus der Columne μ (H) bestimmen. Die Resultate sind dann folgende:

Brechendes Mittel.	Zerstreuende Kraft der ersten Ordnung die des Wassers = 1,000	Zerstreuende Kraft der zweiten Ordnung die des Wassers = 0,000.
Flintglas No. 13	a = + 1,42580	b = + 7,57705
Crownglas No. 9	0,88419	2,54915
Wasser	1,00000	0,00000
Pottaschenauflösung	0,99626	1,13262
Terpenthinöl	1,06149	4,58639
Flintglas No. 3	1,29013	7,63048
Flintglas No. 30	1,37026	8,44095
Crownglas No. 13	0,87374	2,49199
Crownglas M.	0,90131	3,49000
Flintglas No. 23	1,37578	8,66904

148. Aufgabe. Die analytische Relation zu bestimmen, welche stattfinden muß, damit zwei Prismen eine achromatische Verbindung bilden, d. h. einen weißen Strahl brechen, ohne daß die beiden äußersten Farben getrennt werden.

Nimmt man die Gleichungen und die Bezeichnung des §. 215 wieder vor, so haben wir, da die Prismen sich im leeren Raume befinden, an die Stelle der dortigen Größe μ, μ', μ'', μ''' die Ausdrücke $\mu, \frac{1}{\mu}, \mu', \frac{1}{\mu'}$ zu substituiren, und wir erhalten hierdurch

$$\left.\begin{aligned} \mu \cdot \sin\rho &= \sin\alpha \\ \alpha' &= I + \rho \\ \sin\rho' &= \mu \cdot \sin\alpha' \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

$$\left.\begin{aligned} \mu' \cdot \sin\alpha''' &= \sin\rho''' \\ \rho'' &= -I'' + \alpha''' \\ \sin\alpha'' &= \mu' \cdot \sin\rho'' \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

$$\alpha'' = I' + \rho' \;;\; D = \alpha + I + I' + I'' - \rho'''.$$

Da nun der Voraussetzung zufolge sowohl der einfallende als der ausfahrende Strahl beide farbenlos seyn sollen, so müssen wir $\delta\alpha = 0$, und $\delta D = 0$ haben, d. h. $\delta\rho''' = 0$, wo das Zeichen δ sich auf die Ortsveränderung des Strahls im Farbenbilde bezieht. Die beiden Systeme der Gleichungen (1) und (2) sind völlig gleich, indem das erste eben so aus $\rho, \alpha, \alpha', \rho'$ wie das zweite aus $\rho''', \rho'', \alpha''$ zusammengesetzt ist. Nun giebt das erste System

$$\delta\mu . \sin\varrho + \mu . \delta\varrho . \cos\varrho = o \;;$$
$$\delta\alpha' = \delta\varrho$$
$$\delta\varrho' . \cos\varrho' = \delta\mu . \sin\alpha' + \mu\delta\alpha' . \cos\alpha'$$

und hieraus finden wir durch Elimination und Reduction

$$\delta\varrho' = \frac{\sin \mathrm{I}}{\cos\varrho . \cos\varrho'} \delta\mu \;; \qquad (\mathrm{e})$$

und folglich auch wegen der angegebenen Analogie der beiden Syste von Gleichungen

$$\delta\alpha'' = -\frac{\sin \mathrm{I}''}{\cos\alpha''' . \cos a''} . \delta\mu', \qquad (\mathrm{f})$$

Da aber $\alpha'' = \mathrm{I}' + \varrho'$ ist, so haben wir auch $\delta\varrho' = \delta$ und wir erhalten endlich

$$\frac{\cos\varrho . \cos\varrho'}{\cos\alpha''' . \cos\alpha''} = -\frac{\sin \mathrm{I}}{\sin \mathrm{I}''} . \frac{\delta\mu}{\delta\mu''} . \qquad (\mathrm{g})$$

Die durch diese Gleichung ausgedrückte Eigenschaft kann so d gestellt werden. Man nehme an, der Strahl gehe auf beiden S ten aus einem zwischen den Prismen liegenden Punkte in seiner Ba aus; dann müssen, wenn die Verbindung achromatisch seyn soll, Producte der Cosinus der Einfallswinkel auf die Ob fläche eines jeden Prisma zu einander in einem V hältnisse stehen, welches aus dem der Sinus ihrer b chenden Winkel und dem Unterschiede ihrer B chungsverhältnisse für rothe und violette Strahl zusammengesetzt ist; außerdem muß die Brechung in beiden entgegengesetzten Sinn geschehen, oder ihre brechenden Winkel I und müssen entgegengesetzte Zeichen haben.

449. Die Verbindung dieser Gleichung mit dem oben ange benen Systeme von Gleichungen, welche die Bedingung der Brech durch ein Prisma ausdrücken, so wie auch die relative Lage dersell gegen einander (die in der Gleichung $\alpha'' = \mathrm{I}' + \varrho'$ enthalten i ist hinreichend, um jede Aufgabe dieser Art aufzulösen, aber die E gleichungen sind meistentheils zu verwickelt, als daß sie eine dire Auflösung zulassen könnten. Nichtsdestoweniger geben uns die R sultate, zu denen wir gelangt sind, wichtige Bemerkungen zur Han erstens, da ϱ' der Brechungswinkel an der zweiten Oberfläche des sten Prisma ist, so wird $\delta\varrho'$ die scheinbare Breite des von dem ben hervorgebrachten Farbenbildes, und diese ist daher unter üb gens gleichen Umständen dem Product der Secanten der Brechun

ikel an beiden Oberflächen proportional. Wir wollen die Verän= rung dieser Größe in ihrem Fortschreiten verfolgen, die dadurch steht, daß der einfallende Strahl seine Neigung gegen die erste fläche ändert, indem wir mit dem Fall anfangen, wo er die fläche so eben vom Rücken des Prisma gegen die Kante zu be= rt. In diesem Fall ist $\alpha = 90°$, $\sin \varrho = \frac{1}{\mu}$, folglich ϱ, so auch $I + \varrho$ oder α' und ϱ' sind alle endlich und befinden sich in m Maximum. Folglich ist der Werth von $\cos \varrho \,.\, \cos \varrho'$ endlich t ein Minimum, also wird auch die Breite $\delta \varrho'$ des Farbenbildes e endliche Größe, aber ein Maximum. So wie sich der einfallende ahl mehr gegen die Oberfläche neigt, nehmen ϱ, α', ϱ' ab, und Nenner von $\delta \varrho'$ wächst, so daß die Breite des Farbenbildes ab= mt, und ein Minimum erreicht, wenn $\cos \varrho \,.\, \cos \varrho'$ sein Maxi= m annimmt, d. h. wenn $d\varrho \,.\, \mathrm{tang}\, \varrho + d\varrho' \,.\, \mathrm{tang}\, \varrho' = o$ wird. se Gleichung giebt, wenn wir substituiren und gehörig reduciren, Bestimmung des Werthes von ϱ, folglich auch von α folgende chung:

$$\mu\mu \sin (I + \varrho) \cos (I + 2\varrho) + \sin \varrho = o, \qquad (h)$$

che den Werth von ϱ angiebt, für welchen die Breite des Farben= des ein Minimum wird.

Wir sehen hieraus, daß die Lage, welche der Breite des Spec= m die geringste Größe giebt, von der, welche ein Minimum in der lenkung der Strahlen darbietet, sehr verschieden ausfällt, indem erer durch vorige Gleichung gegeben wird, die sich leicht durch Lo= rithmen auflösen läßt, und die sogleich zeigt, daß ϱ größer als $-\frac{1}{2}$ I seyn muß.

Nachdem man die auf diese Weise bestimmte Lage erreicht hat, nimmt die Breite so lange, bis die Strahlen nicht mehr durch das sma hindurchgelassen werden. An diesen Gränzen berührt der hfahrende Strahl die hintere Seite des Prisma von der dünnen en die dickere Seite zu, und da hierbei $\varrho'' = 90°$, $\cos \varrho' = o$, so wird die Zerstreuung unendlich groß. Alle diese Abstufungen sen sich leicht zeigen, indem man ein Prisma um seine Kante zwi= en dem Auge und einem Licht dreht, oder noch besser, zwischen dem ge und einem schmalen Ritz, zwischen zwei beinahe geschlossenen nsterladen.

450. Da der einfallende Strahl seine Lage von SE nach S′ ändert (Fig. 105), also der gebrochene Strahl von FG nach F′G so fängt die Breite des Spectrum bei einem Maximum von endl cher Größe an, nimmt auf ein Minimum ab, und wächst dann in Unendliche. Die Vertheilung der Farben im Spectrum, oder d Breite der verschiedenen gefärbten Räume, wird außerdem nach de Werthen von ϱ, ϱ' und sin I verschieden seyn; die Gleichung (e) näm lich, indem man der Größe $\delta\mu$ die Werthe beilegt, die nach un nach den Zwischenräumen, zwischen roth und orange, orange und gel gelb und grün u. s. w. entsprechen, giebt die correspondirenden Wert von $\delta\varrho'$, oder die scheinbare Breite dieser Räume. Nun ist aber d Nenner $\cos\varrho \,.\, \cos\varrho'$ eine Function von μ, folglich ändert er sic wenn der erste Strahl in verschiedenen Punkten des Farbenbildes an genommen wird. Die Aenderung ist gering, wenn die Winkel ϱ, beträchtlich sind, aber nahe an der Gränze, bei welcher der Strah so eben durchgehen kann, wird sie sehr groß, das Spectrum erschein außerordentlich verzerrt, und die violette Seite im Vergleich zur ro then sehr verlängert. Die Wirkung ist dieselbe, als ob die Natu des Mittels sich änderte und in der Ordnung der Materien, die i der Tabelle §. 443 angegeben sind, tiefer hinabstiege.

451. Man sieht aus demjenigen, was so eben gesagt worde ist, die Möglichkeit ein, ein Prisma achromatisch zu machen, wi groß auch sein brechender Winkel seyn mag, und zwar durch Hülf eines andern aus demselben brechenden Mittels, das einen beliebi kleinen Winkel hat; denn indem man ein Prisma einem einfallende Strahl in gehöriger Lage entgegenhält, kann die Zerstreuung in Unendliche vermehrt werden, und wenn es einem andern entgegen wirkt, dessen Zerstreuung eine beliebige Größe hat, so wird es dies Zerstreuung aufheben. So wird in Fig. 106 die Zerstreuung de zweiten Prisma a, das einen kleinen brechenden Winkel besitzt, in dem sie durch die Wirkung seiner geneigten Lage vermehrt wird, de Zerstreuung des Prisma A, welches einen großen brechenden Winke hat, gleich und entgegengesetzt werden.

452. Sind die Winkel der Prismen sehr verschieden, so mu das zweite sehr geneigt werden, damit es der Gränze, bei welche die Strahlen nicht mehr hindurchgehen, nahe kommt. In diesen Fall ist, wie wir so eben gezeigt haben, das Gesetz der Zerstreuung seh gestört, und von dem in andern Prismen völlig verschieden, so da

vollkommener Achromatismus nicht hervorgebracht werden kann; aber wenn die äußersten rothen und violetten Strahlen vereinigt werden, so werden die grünen vom zweiten Prisma zu wenig gebrochen, und es entsteht ein roth und grünes Spectrum, wie in dem Fall von Prismen, die aus verschiedenen brechenden Mitteln bestehen. Diesem Farbenbilde hat Dr. Brewster, der es zuerst entdeckte, den Namen eines tertiären Spectrum gegeben, aber es scheint uns besser, diesen Namen den in §. 446 erwähnten Farbenbildern zu ertheilen, und die jetzt in Rede stehenden subordinirte Spectra zu nennen.

Betrachtet man einen kleinen rechtwinklichen Gegenstand durch eine solche Verbindung, wie oben beschrieben wurde, in welcher das Prisma A sich in der Lage der kleinsten Abweichung befindet, und durch ein zweites a achromatisch gemacht wird, dessen Winkel kleiner als der von a ist, aber nicht so klein, daß deßwegen eine Farbe entsteht, so wird dieser Gegenstand verzerrt erscheinen; denn die den Kanten des Prisma parallelen Seiten werden keine Veränderung in ihrer scheinbaren Länge erleiden, während die Breite des Rechtecks vergrößert erscheint. Das erste Prisma nämlich ändert vermöge seiner Lage die scheinbaren Dimensionen des Objects nicht, aber das zweite ändert die scheinbare Breite im Verhältniß von $d\varrho'''$ zu $d\alpha''$, d. h. im Verhältniß von $\frac{\cos\alpha \cdot \cos\alpha'}{\cos\varrho' \cdot \cos\varrho}$ zur Einheit, ein Verhältniß, welches schnell mit der Neigung des Prisma wächst, während ϱ' sich einem rechten Winkel nähert.

453. Diese Eigenschaften hat Amici benutzt, um eine Art von achromatischem Fernrohr zu construiren, welches anfangs sehr paradox erscheint, da es bloß aus vier Prismen mit parallelen Seiten aus derselben Glasart besteht. Um diese Zusammensetzung einzusehen, denke man sich ein kleines viereckiges Object o p, welches mit der Seite o der Kante eines Paares von Prismen parallel liegt, und senkrecht auf der Ebene ihres Hauptdurchschnitts, d. h. auf der Ebene des Papiers steht. Dann wird dasselbe nach der Brechung durch beide Prismen für ein in E befindliches Auge, als ein wirkliches Object o′ p′ gesehen werden, dessen Länge o unverändert geblieben ist, aber in der Breite vergrößert wird. Bringen wir nun ein zweites Paar von Prismen hinzu, das dem erstern ähnlich ist, so daß es eine zweite achromatische Verbindung bildet, dessen Hauptdurchschnitt aber senkrecht auf dem ersten steht, wodurch eine Bre-

chung senkrecht auf die Ebene des Papiers hervorgebracht wird, die parallel mit der Länge des Quadrats stattfindet, so wird das letztere ebenfalls als ein wirkliches farbenloses Object gesehen, aber von Neuem verzerrt erscheinen, indem die Seite $o'p'$ unverändert bleibt, aber o' vergrößert wird. So wird durch die erste Verzerrung die Breite des Quadrats vergrößert, und durch die zweite in demselben Verhältniß die Länge, folglich ist das Endresultat ein unverzerrtes, achromatisches und vergrößertes Bild. Der Verfasser hat das Vergnügen gehabt, die schöne Ausführung eines solchen sonderbaren Fernrohrs, welches viermal vergrößerte, bei dem Erfinder in Modena im Jahre 1826 selbst zu sehen. Es ist einleuchtend, daß wenn man mehrere solche Fernröhre an einander legt, so wird die Vergrößerung in geometrischem Verhältnisse zunehmen. Eben so deutlich ist es, daß wenn man Prismen aus verschiedenen brechenden Mitteln anwendet, um die verschiedenen binären Verbindungen hervorzubringen, die subordinirten Farbenbilder die secundären Farbenbilder aufheben können, von denen die letztern durch den Unterschied in der Zerstreuung der beiden Mittel entstehen, und man auf diese Art einen fast mathematischen Achromatismus erhalten kann. Es wäre der Untersuchung werth, ob nicht bei der Beobachtung von sehr hell glänzenden Gegenständen, wie z. B. die Sonne, diese Art von Fernröhren ausgezeichnete Dienste leisten könnten. Sie würden den Vortheil haben, daß sie zugleich selbst als Verdunkelungsgläser gebraucht werden können, die Strahlen in keinen Brennpunkt vereinigen, und daher eben keine große Sorgfalt auf die Gestalt der Oberflächen verwendet zu werden braucht, kurz, sie sind von allen den Unbequemlichkeiten ausgenommen, welche sich der Construction der gewöhnlichen Fernröhre entgegenstellen, insofern man sie für diesen besondern Zweck anwenden will.

454. Aufgabe. Die Bedingungen des Achromatismus zu finden, wenn mehrere aus verschiedenen Mitteln bestehende Prismen einen Strahl von weißem Licht brechen, indem man annimmt, daß alle ihre brechenden Winkel nur sehr klein sind, und der Strahl beinahe senkrecht auf dem Hauptdurchschnitt derselben durch sie hindurchgeht.

Es seyen die verschiedenen brechenden Winkel A, A', A'' u. s. w., die Brechungsverhältnisse μ, μ', μ'' u. s. w., so sind die verschiedenen partiellen Ablenkungen $D = (\mu - 1) A, D' = (\mu' - 1) A'$ u. s. w. und ihre Summe, oder die vollständige Ablenkung, muß seyn $(\mu - 1) A$

$+ (\mu'-1) A' + (\mu''-1) A'' + \ldots$. Damit der ausfahrende Strahl farbenlos werde, muß diese Ablenkung für alle Farben beständig bleiben, und ihre Veränderung, indem man $\mu, \mu', \mu'' \ldots$ als veränderlich betrachtet, muß Null werden, oder

$$A\delta\mu + A'\delta\mu' + A''\delta\mu'' + \ldots = 0.$$

Nun haben wir aus der Gleichung (d) des §. 439 $\delta\mu$ (oder in der Bezeichnung des besagten Paragraphs $\mu - \mu_0$)

$$= (\mu_0 - 1)\left\{a.\frac{\delta x}{x_0 - 1} + b\left(\frac{\delta x}{x_0 - 1}\right)^2 + \ldots\right\},$$

folglich giebt die obere Gleichung, wenn sie nach den Potenzen von δx geordnet wird

$$0 = \left\{\begin{array}{l} A(\mu_0 - 1)a + A'(\mu'_0 - 1)a' \\ + A''(\mu''_0 - 1)a'' + \ldots \end{array}\right\} \cdot \frac{\delta x}{x_0 - 1}$$
$$+ \left\{\begin{array}{l} A(\mu_0 - 1)b + A'(\mu'_0 - 1)b' \\ + A''(\mu''_0 - 1)b'' + \ldots \end{array}\right\} \left(\frac{\delta x}{x_0 - 1}\right)^2$$
$$+ \text{etc. etc.}$$

wo a', b' u. s. w. die verschiedenen brechenden Kräfte für das zweite Prisma, a'', b'' u. s. w. für das dritte Prisma u. s. w. bedeuten. Soll nun dieser Ausdruck für alle Strahlen des Farbenbildes verschwinden, so müssen wir haben, indem der Kürze wegen μ statt μ_0, μ' statt μ'_0 u. s. w. gesetzt wird.

$$\left.\begin{array}{l} (\mu-1)_0 A a + (\mu'-1).A'a' \\ \qquad + (\mu''-1)\ A''a'' + \ldots = 0 \\ (\mu-1).Ab + (\mu'-1).A'b' \\ \qquad + (\mu''-1)\ A''b'' + \ldots = 0 \\ (\mu-1).Ac + (\mu'-1).A'c' \\ \qquad + (\mu''-1)\ A''c'' + \ldots = 0 \end{array}\right\} \quad (i)$$

u. s. w. fort. Da allgemein genommen, die Anzahl dieser Gleichungen unendlich groß ist, so kann keine endliche Anzahl von Prismen ihnen alle Genüge leisten, aber wenn wir es nur dabei bewenden lassen, so viel Strahlen im Farbenbilde zu vereinigen, als Prismen vorhanden sind, wodurch wir uns so sehr als möglich dem Achromatismus nähern, so haben wir eine Gleichung weniger als unbekannte Größen vorhanden sind, und die Verhältnisse der Winkel zu einander werden bekannt. Um z. B. zwei Strahlen zu vereinigen, sind

zwei Mittel hinreichend, und wir können nur die erste Ordnung der Zerstreuung in Betracht ziehen; dieses giebt

$$(\mu - 1)\,A\,a + (\mu' - 1)\,A'\,a' = o\,;$$

$$\frac{A'}{A} = -\,\frac{\mu - 1}{\mu' - 1} \cdot \frac{a}{a'}\,. \qquad (j)$$

Um drei Strahlen zu vereinigen, haben wir

$$(\mu - 1)\,A\,a + (\mu' - 1)\,A'\,a' + (\mu'' - 1)\,A''\,a'' = o.$$
$$(\mu - 1)\,A\,b + (\mu' - 1)\,A'\,b' + (\mu'' - 1)\,A''\,b'' = o.$$

aus denen sich durch Elimination ergiebt

$$\left.\begin{aligned} \frac{A'}{A} &= -\,\frac{\mu - 1}{\mu' - 1} \cdot \frac{a\,b'' - b\,a''}{a'\,b'' - b'\,a''}\,, \\ \frac{A''}{A} &= -\,\frac{\mu - 1}{\mu'' - 1} \cdot \frac{a\,b' - b\,a'}{a''\,b' - b''\,a'}\,, \end{aligned}\right\} \qquad (k)$$

und so weiter für jede beliebige Anzahl

Wenn im Fall zweier brechenden Mittel die Größen b und c nicht bekannt sind, so dürfen die Zerstreuungskräfte der ersten Ordnung a und a' nicht durch die Vergleichung der äußersten rothen und violetten Strahlen bestimmt werden, da diese zu wenig hell sind, als daß ihre Vereinigung eine Sache von Wichtigkeit seyn könnte; wir würden uns lieber bemühen, solche Strahlen zu vereinigen, die sehr stark leuchtend und zugleich in ihrer Farbe sehr verschieden sind, z. B. die Strahlen D und F. Die genaue Vereinigung dieser Strahlen wird uns im Ganzen eine bessere Vereinigung der übrigen geben, und wir werden zugleich eine stärkere Erleuchtung zuwege bringen, als wenn wir suchten die äußersten Strahlen des Farbenbildes zu

[redacted]

Messungsmethode zu wählen, wodurch eine Verschiedenheit merklich werden könnte.

455. Wenn bei drei brechenden Mitteln die Zähler und Nenner der Ausdrücke in (k) völlig oder beinahe verschwinden, so werden die Auflösungen unbestimmt, oder wenigstens in der Praxis nicht anwendbar. Dieß geschieht, wenn einer der Brüche $\frac{a}{a'}$, $\frac{a}{a''}$, $\frac{a'}{a''}$ einem der entsprechenden Brüche $\frac{b}{b'}$, $\frac{b}{b''}$, $\frac{b'}{b''}$ gleich wird. Um daher anwendbare Verbindungen zu erhalten, muß man brechende Mittel nehmen, die so viel als möglich in ihren Zerstreuungskräften verschieden sind, d. h. bei denen die gefärbten Räume sich so sehr als möglich von der Proportionalität entfernen, z. B. Flintglas, Crownglas und Salzsäure, oder noch besser Cassia-Oel, Crownglas und Schwefelsäure u. s. w.

---

§. II. Vom achromatischen Fernrohr.

456. Bei den in §. 380 und den folgenden Paragraphen beschriebenen Fernröhren legt die verschiedene Brechbarkeit den verschiedenen gefärbten Strahlen ein Hinderniß in den Weg, ihre Kraft über sehr mäßige Gränzen auszudehnen. Da die Brennweite einer Linse kürzer wird, je größer das Brechungsverhältniß ist, so folgt daraus, daß eine und dieselbe Linse die violetten Strahlen in einem Brennpunkt bricht, der näherr an ihre Oberfläche liegt, als der Brennpunkt der rothen Strahlen. Dieß sieht man leicht, indem man eine Linse den Sonnenstrahlen aussetzt, und den convergenten Strahlenkegel in verschiedenen Entfernungen auf einem Stück Papier auffängt. Bei jeder Entfernung, die kleiner ist als die Brennweite für mittlere Strahlen, hat der Kreis auf dem Papier einen rothen Rand, bei größern Entfernungen aber einen blauen, denn der rothe Strahlenkegel, dessen Grundfläche die Linse ist, umhüllt den violetten dießseits des Brennpunkts, da der Scheitel desselben jenseits des andern liegt; er wird aber aus derselben Ursache vom violetten jenseits umhüllt. Hält man daher das Papier in den Brennpunkt für mittlere Strahlen, oder zwischen die Scheitel der rothen und violetten Strahlenkegel, so bilden diese ein deutliches Bild, da sie in einem Punkte vereinigt werden, aber die äußersten und alle übrigen dazwischenlie-

genden Strahlen zerstreuen sich über Kreise von merklicher Größe und bilden farbige Ränder, die das Bild undeutlich machen. Diese Ablenkung der verschiedenen gefärbten Strahlen von einem einzigen Brennpunkt heißt die chromatische Abweichung.

457. Der Durchmesser des kleinsten Kreises, innerhalb welchem alle gefärbte Strahlen von einer Linse, die keine Abweichung wegen der Kugelgestalt hat, vereinigt werden, läßt sich leicht finden. Ist z. B. Fig. 107 v der Brennpunkt für die violetten und r der für die rothen Strahlen, so wird nmo der Durchmesser dieses Kreises seyn. Vermittelst der ähnlichen Dreiecke hat man nun, $no = AB . \frac{mv}{Cv}$, und $no = AB . \frac{mr}{Cr.}$, folglich, wenn man diese Werthe einander gleich setzt, $\frac{mv}{Cv} = \frac{mr}{Cr.}$, $mv = mr . \frac{Cv}{Cr}$, $mv + mr = mr . \frac{Cr + Cv}{Cr} = rv$, folglich $mr = rv . \frac{Cr}{Cr + Cv} = rv . \frac{Cr}{2Cr - rv} = \frac{rv}{2}$ ungefähr, da die Zerstreuung in Vergleich mit der ganzen Brechung klein ist. Hieraus folgt $no = \frac{AB}{2} . \frac{rv}{Cr}$. Ist nun f das Umgekehrte der Brennweite $= L + D = (\mu - 1)(R' - R'') + D$, so haben wir $rv = - \delta . \frac{1}{f} = \frac{\delta f}{ff} = \delta\mu . \frac{(R' - R'')}{ff} = \frac{\delta\mu}{\mu - 1} . \frac{L}{ff}$, und $Cr = \frac{1}{f}$, indem man annimmt, daß μ das Brechungsverhältniß für die äußersten rothen

[redacted]

Vergrößerung oder die absolute lineare Größe des durch ein gegebenes Ocularglas betrachteten Bildes, im Verhältniß der Brennweite des Objectivs (382). Vergrößert man also die Brennweite eines Objectivglases, während die Oeffnung dieselbe bleibt, so vermindert sich die Breite des farbigen Randes um das Bild eines Gegenstandes im Verhältniß des Bildes selbst; auf diese Art nimmt die Undeutlichkeit des Sehens ab, und das Fernrohr besitzt eine verhältnißmäßig stärkere Vergrößerungskraft. Rücksichtlich dieser Eigenschaft waren die Astronomen vor der Erfindung der achromatischen Fernröhre gewohnt, ungeheure Fernröhre, selbst von 100 bis 150 Fuß anzuwenden, und Huygens insbesondere zeichnete sich durch die Größe und vorzügliche Arbeit seiner Gläser aus, so wie auch durch die wichtigen astronomischen Entdeckungen, die er vermittelst derselben machte.

459. Das achromatische Objectivglas hat jedoch das Fernrohr zu einem brauchbarern und nützlichern Instrument umgeschaffen, da wir durch dasselbe in den Stand gesetzt sind, die Länge des Rohrs in vernünftigere Gränzen einzuschließen. Um die Grundsätze einzusehen, auf welche dasselbe sich gründet, brauchen wir nur auf das zurückzugehen, was §. 451 bis 454 über die achromatischen Prismen gesagt worden ist. Eine Linse ist nichts Anderes als ein System von unendlich kleinen Prismen, die in kreisförmigen Ringen um einen Mittelpunkt aufgestellt werden, deren brechende Winkel mit ihrer Entfernung vom Mittelpunkt so zunehmen, daß sie alle Strahlen in Einem Punkt brechen, und wenn wir jedes elementare Prisma achromatisch machen können, so wird das ganze System achromatisch seyn. Die Gleichungen (i) lassen sich unter diesem Gesichtspunkte sogleich auf eine Linse anwenden. Denn es seyen R' und R'' die Krümmungen der beiden Oberflächen der ersten Linse, L' ihre Kraft und μ' das Brechungsverhältniß, dann drückt für eine gegebene Oeffnung, oder in einer gegebenen Entfernung vom Mittelpunkte, die Differenz der beiden Krümmungen $R' - R''$, den von den Berührungslinien der Oberflächen gebildeten Winkel, oder den brechenden Winkel des elementaren Prisma aus; man hat daher $R' - R'' = A'$, und auf ähnliche Weise für die andern Linsen $A'' = R''' - R^{IV}$ u. s. w., so daß die Gleichungen die Form

$$(\mu' - 1)(R' - R'')\,a' + (\mu'' - 1)(R''' - R^{IV})\,a'' + \ldots\ldots = o.$$

annehmen; dieß giebt ganz einfach

$$\left.\begin{array}{l} L'a' + L''a'' + L'''a''' + \ldots\ldots = o \\ L'b' + L''b'' + L'''b''' + \ldots\ldots = o \\ L'c' + L''c'' + L'''c''' + \ldots\ldots = o \\ \text{etc. etc. etc.} \end{array}\right\} \quad (a)$$

460. Diese Gleichungen geben uns alle Relationen, welche nothwendig sind, um den Achromatismus zu erhalten, und wenn ihnen Genüge geleistet wird, so zeigen sie, da dieselben kein D enthalten, daß ein Objectivglas, welches für eine Entfernung achromatisch ist, auch für alle andern achromatisch seyn wird. Es ist einleuchtend, daß dasselbe System von Gleichungen direct aus dem Ausdruck in §. 263 für die vereinigte Kraft eines Systems von Linsen erhalten werden kann, deren einzelne Kräfte L', L'', L''' u. s. w. sind. Denn die Bedingung des Achromatismus giebt $\delta L = o$, d. h.

$$\delta L' + \delta L'' + \delta L''' + \ldots\ldots = o.$$

Da aber der dort angenommenen Bezeichnungsart gemäß $L' = (\mu' - 1)(R' - R'')$ wird, so hat man auch

$$\delta L' = (R' - R'')\,\delta\mu' = L' . \frac{\delta\mu'}{\mu' - 1}.$$

Setzen wir in der Gleichung (d) nach und nach für μ_o die Werthe μ', μ'' ....., für $\mu - \mu_o$, $\delta\mu'$, $\delta\mu''$ ..... und für a, b... die Systeme von Coefficienten a', b'....; a'', b''.....; u. s. w., und nehmen $\frac{x - x_o}{x_o - 1} = p$, so kommt

$$\frac{\delta\mu'}{\mu' - 1} = a'p + b'pp + \ldots\ldots$$

[redacted]

kann man nur einer derselben, und zwar der ersten Genüge thun; dieß giebt

$$L'a' + L''a'' = o; \quad \frac{L''}{L'} = -\frac{a'}{a''}; \qquad (b)$$

woraus man sieht, daß die Kräfte der Linsen einander entgegengesetzt seyn müssen, und zwar im umgekehrten Verhältnisse der Zerstreuungskräfte stehen, folglich ihre Brennweiten im directen Verhältniß. Bei einer solchen Verbindung sollte man jedoch die Zerstreuungskräfte a', a'' nicht aus den Brechungen der violetten und rothen Strahlen des Farbenbildes ableiten (der Bemerkung §. 453 zufolge), sondern lieber von den stärksten und hellsten Strahlen, deren Farben in entschiedenem Contraste sind, wie z. B. die Strahlen C und F aus Fraunhofers Skale.

462. Bei drei aus verschiedenen Mitteln bestehenden Linsen kann man zwei Gleichungen des Achromatismus Genüge leisten, und das secundäre Farbenbild verbessern; wir haben hierdurch

$$o = L'a' + L''a'' + L'''a'''$$

$$o = L'b' + L''b'' + L'''b'''$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{L''}{L'} &= -\frac{a'b''' - b'a'''}{a''b''' - b''a'''} \\ \frac{L'''}{L'} &= -\frac{a'b'' - b'a''}{a'''b'' - b'''a''} \end{aligned}\right\} \qquad (c)$$

und zur Bestimmung der Werthe von a', b' u. s. w. sollten die Strahlen das hellste Gelb für die mittlern, und ein starkes Roth und Blau für die äußern seyn. Die Strahlen B, E, H sind für diesen Zweck vielleicht weniger bequem als C, E, G.

463. Bei einem Objectivglas mit positiver Brennweite muß daher die am wenigsten zerstreuende Linse convex, die am stärksten zerstreuende concav seyn. Die Ordnung, in welcher sie aufgestellt werden, hat auf den Achromatismus keinen weitern Einfluß.

464. Wir haben gesehen, daß eine einzelne Linse weder die Aufhebung der Abweichung wegen der Kugelgestalt, noch die der chromatischen Abweichung zuläßt (§. 296 und 457); allein verbinden wir zwei oder mehr Linsen aus verschiedenen Mitteln, so können wir vermittelst der Gleichungen s, t, u, v in den §§. 309, 310, 312, 313 in Verbindung mit den so eben §. 459 abgeleiteten Gleichungen (a) beide Arten der Abweichung auf einmal aufheben, und was

das sonderbarste ist, und als ein besonderer glücklicher Zufall angesehen werden muß, machen die Gleichungen, welche zur Aufhebung der chromatischen Abweichung erforderlich sind, und die Anfangs die Sache verwickelter zu machen scheinen, die Auflösung einfacher, indem man gerade auf die Relationen gelangt, die ein Analyst als Zeichen brauchen würde, um der Endgleichung die größte Einfachheit zu geben, die die Natur der Sache zuläßt. Denn man kann bemerken, daß in der allgemeinen Gleichung für die Aufhebung der sphärischen Abweichung $\Delta f = o$, oder

$$o = \frac{L'}{\mu'}(\alpha' + \beta' D' + \gamma' D'^2) + \frac{L''}{\mu''}(\alpha'' + \beta'' D'' + \gamma'' D''^2) + \dots \qquad (d)$$

die Ausdrücke innerhalb der Parenthesen alle vom zweiten Grade sind, wenn sie durch die Krümmungen der Oberflächen und durch die Nähe des strahlenden Punktes zur ersten Linse $D' = D$ ausgedrückt werden, und da L', L'' u. s. w. Functionen des ersten Grades rücksichtlich der Krümmungen sind, so wird das Ganze unter der allgemeinen Form vom dritten Grade, also die Gleichung eine cubische. Allein die Bedingungen des Achromatismus, welche gewisse Relationen nun zwischen L', L'' u. s. w. angeben, ohne R', R'' u. s. w. zu enthalten, setzen uns in den Stand, diese Größen zu eliminiren, und sie in der obigen Gleichung durch Verbindungen von a, a'', b, b'' .... zu ersetzen, so daß sich die Gleichung auf eine quadratische reducirt, und ihre Behandlung sehr vereinfacht wird.

[redacted]

nd auf ähnliche Art für drei oder mehr Linsen. Bezeichnen wir nun durch r′, r″, r‴ u. s. w. die Krümmungen der vordern Flächen der ersten, zweiten, dritten u. s. w. Linse, so haben wir

$$L' = (\mu'-1)(R'-R'') = (\mu'-1)(r'-R''),$$

so daß $R'' = r' - \frac{L'}{\mu'-1}$ und auf ähnliche Art $R^{IV} = r'' - \frac{L''}{\mu''-1}$ wird. Wir müssen also in den vorigen Ausdrücken

$$R' = r', \quad R'' = r' - \frac{L'}{\mu'-1},$$

$$R''' = r'', \quad R^{IV} = r'' - \frac{L''}{\mu''-1},$$

etc. etc. etc.

setzen, und durch Substitution dieser Größen in den Werthen von α, β u. s. w. (§. 293) erhalten wir

$$\alpha' = (2+\mu')\,r'r' - (2\mu'+1)\,\frac{\mu'}{\mu'-1}\,.\,L'r' + \mu'\left(\frac{\mu'}{\mu'-1}\right)^2 LL$$

$$\beta' = (4+4\mu')\,r' - (3\mu'+1)\,\frac{\mu'}{\mu'-1}\,L'$$

$$\gamma' = 2+3\mu'$$

und auf ähnliche Weise für α″, β″, γ″ u. s. w. Substituirt man diese Ausdrücke und setzt für D″ seinen gleichgeltenden Werth L′ + D′, für D‴, L′ + L″ + D′ u. s. w., so haben wir endlich für die allgemeine Gleichung Δf = o folgenden Ausdruck:

$$o = \left\{\begin{array}{l}\left(\frac{2}{\mu'}+1\right)L'r'^2 + \left(\frac{2}{\mu''}+1\right)L''r''^2 \\ + \left(\frac{2}{\mu'''}+1\right)L'''r'''^2 + \text{etc. etc.}\end{array}\right\}$$

$$- \left\{\begin{array}{l}\frac{2\mu'+1}{\mu'-1}\,.\,L'^2 r' + \frac{2\mu''+1}{\mu''-1}\,L''^2 r'' \\ + \frac{2\mu'''+1}{\mu''-1}\,L'''^2 r''' + \text{etc. etc.}\end{array}\right\}$$

$$- 4\left\{\left(1+\frac{1}{\mu''}\right)L'L''r'' + \left(1+\frac{1}{\mu'''}\right)(L'+L'')L'''r''' + \text{etc.}\right\}$$

$$+ \left\{\left(\frac{\mu'}{\mu'-1}\right)^2 L'^3 + \left(\frac{\mu''}{\mu''-1}\right)^2 L''^3 + \text{etc. etc.}\right\}$$

[illegible] dem Betrag der Aenderung, welcher entstel[illegible] [illegible]verhältnisse unabhängig von einander [illegible] [illegible] vermittelst der Proportionaltheile inter[illegible] [illegible] Fig. 108 ist eine Darstelluug des sich ergebenden [illegible]

[redacted]

[redacted]n eines aplanatischen Objectivglases zu finden.

[redacted]Crownglas- oder converen Linse $\mu' = 1.524$.

[redacted]Flintglas- oder concaven Linse $\mu'' = 1.585$.

[redacted]etzte Brennweite $= 10.000$.

[redacted]se.		Flintglaslinse.				
[redacted]te Oberfl. conver.		3te Oberfl. concav.	Vierte Oberfläche conver.			
Halbmesser.	Brennweite der Crownlinse.	Halbmesser.	Halbmesser für die angegeben. Brechverh.	Aend. des Halbm. für eine Aend. v. + 0,010 im Brechverh. des Crownal.	Aend. d. Halbm. für eine Aend. v. + 0,010 im Brechverh. des Flintalases	Brennweite der Flintglaslinse.
4,2827	5.0	4.1575	14.3697	+ 0.9921	— 0.3962	10.0000
3,6332	4.5	3.6006	14.5353	+ 1.0080	— 0.5033	8.1818
3,0488	4.0	3.0640	14.2937	+ 1.1049	— 0.5659	6.6667
2,5208	3.5	2.5566	13.5709	+ 1.1614	— 0.6323	5.3816
2,0422	3.0	2.0831	12.3154	+ 1.1613	— 0.7570	4.2858
1.6073	2.5	1.6450	10.5186	+ 1.0847	— 0.7207	3.3333

durch die Zurückwerfung an diesen Oberflächen entsteht. Dieß würde gewiß sehr vortheilhaft seyn, wenn es möglich wäre, zwei große Gläser so zusammenzukitten, daß keine Spannung der einzelnen Theile entstünde, während der Kitt sich abkühlt, und wenn in der Folge nicht noch die Unbequemlichkeit einträte, daß bei jeder Aenderung der Temperatur eine Verdrehung entstehen müßte, da die beiden Glasarten nicht auf gleiche Weise sich durch die Wärme ausdehnen können, gerade so wie zwei verbundene Metallbleche, die verschiedene Ausdehnung besitzen, sich mehr oder weniger krümmen, je nachdem die Temperatur beschaffen ist, der sie ausgesetzt werden. Uebrigens läßt sich diese Bedingung algebraisch durch die Gleichung

$$L' = (\mu' - 1)(r' - r'')$$

ausdrücken, denn in diesem Fall ist $R' = r'$, $R'' = R''' = r''$, und da diese Gleichung für r', r'' nur vom ersten Grade, so erhält man durch ihre Verbindung mit $X = o$ eine quadratische Endgleichung, welche in dem betrachteten Falle zweier Linsen dieselbe als die Gleichung (v) in §. 312 ist, wenn man nur r' statt R', r'' statt R''' schreibt.

468. Allein diese von Clairaut angegebene Bedingung hat noch eine andere Unbequemlichkeit, welche darin besteht, daß die Wurzeln dieser quadratischen Gleichung für solche Werthe der Brechungskraft und der Zerstreuungskraft, die sehr leicht in der Praxis vorkommen können, imaginär ausfallen, und außerhalb dieser Gränzen der Brechung und Zerstreuung, wo sie reell sind, ändern sich die Krümmungen der Gläser für geringe Veränderungen der gegebenen Größen so stark, daß die Berechnung derselben sehr unzuverlässig, und die Interpolation derselben zur Construction einer Tabelle sehr schwierig wird. D'Alembert hat in seinen Opuscules tom. III. viele andere Beschränkungen vorgeschlagen, z. B. man solle die Abweichung wegen der Kugelgestalt für Strahlen von allen Farben aufheben. (Dieß kommt darauf hinaus, daß man zugleich $X = o$ und $\frac{\delta X}{\delta \mu'} \delta \mu' + \frac{\delta X}{\delta \mu''} \delta \mu'' = o$ setzt; welches auf eine biquadratische Gleichung führt, und keinen praktischen Nutzen gewährt.) Allein ohne uns in nutzlose Untersuchungen dieser Art einzulassen, so giebt die Form selbst der allgemeinen Gleichung $X + Y D' + Z . D'^2 = o$, eine Bedingung an die Hand, die jeden Vortheil enthält, deren dieser Fall fähig ist. Diese besteht darin,

daß man $Y = o$ setzt. Durch diese Voraussetzung wird der von D' abhängende Theil aufgehoben, ohne daß D' Null wird, so daß das Fernrohr nicht nur für parallele Strahlen vollkommen ist, sondern auch eine ziemliche Nähe des Gegenstandes zu der Linse erlaubt, ohne daß dieselbe ihre aplanatische Natur verliert. Das Glied $Z.D'^2$, oder

$$D'^2 \left\{ \left(\frac{2}{\mu'} + 3\right) L' + \left(\frac{2}{\mu''} + 3\right) L'' + \ldots \right\}$$

kann freilich nicht verschwinden, wenn man nur zwei Linsen gebraucht, da es bloß aus gegebenen Functionen der brechenden und zerstreuenden Kräfte besteht, wenn D' nicht selbst verschwindet oder dasselbe durch zufällige Werthe der Größen μ', μ'', L' u. s. w. Null wird. Allein den Fall ausgenommen, wo der Gegenstand dem Fernrohr sehr nahe gebracht wird (z. B. wenn die Entfernung weniger als das Zehnfache der Länge des Fernrohrs beträgt), ist das Quadrat von D' immer so klein, daß wir dieses Glied vernachlässigen, und das Instrument als vollkommen aplanatisch betrachten können, wenn $Y = o$ ist. Da diese Gleichung für r', r'' nur vom ersten Grade wird, so entsteht daraus für die Auflösung des Problems in algebraischer Rücksicht keine neue Schwierigkeit, sondern sie führt uns durch die Elimination auf eine quadratische Endgleichung, und was am wichtigsten ist, für solche Werthe von μ', μ'' und dem Zerstreuungsverhältniß ϖ, die in der Ausübung vorkommen, sind die Wurzeln der quadratischen Gleichung reell, und die sich daraus ergebenden Krümmungen aller Oberflächen mäßig, und für die Ausübung bequemer, als bei jeder andern bisher angegebenen Anordnung. Sie sind außerdem so beschaffen, daß sie der Interpolation eine merkwürdige Erleichterung mittheilen, wie wir sogleich sehen werden. Alle diese Ursachen lassen uns keinen Zweifel übrig, daß wir nicht die Bedingung $Y = o$ zur Begränzung der Aufgabe über die Construction eines doppelten Objectivglases ergreifen sollten, und es dadurch, so weit es möglich ist aplanatisch machen.

469. Diese Gleichung ist, im vorliegenden Falle

$$o = 4\left(1 + \frac{1}{\mu'}\right) L' r' + 4\left(1 + \frac{1}{\mu''}\right) L'' r''$$
$$- \frac{3\mu' + 1}{\mu' - 1} L'^2 - \left(6 + \frac{4}{\mu''}\right) L' L''$$
$$- \frac{3\mu'' + 1}{\mu'' - 1} L''^2; \qquad (f)$$

die mit der Gleichung (v) in §. 412, wo $R'=r'$, $R'''=r''$ ist verbunden werden muß.

470. Um dieselbe auf Zahlen zu reduciren, müssen μ', μ'' nebst dem Zerstreuungsverhältniß ϖ bekannt seyn. Die schnellste und gewisseste Methode in der Ausübung besteht darin, daß man kleine Objectivgläser von den zu gebrauchenden Glasarten verfertigt, und sie so lange bearbeitet, bis ihre Verbindung so farbenfrei als möglich wird, indem man hierzu die gewöhnliche Untersuchungsmethode anwendet, die in der Praxis gebraucht wird. Diese besteht darin, daß man das Bild eines gut begränzten weißen Kreises oder eines Kreisringes auf schwarzem Grunde durch sehr starke Vergrößerungen untersucht. Sind die Ränder völlig farbenlos, so ist die Einrichtung vollkommen, allein dieß wird des secundären Spectrum wegen selten der Fall seyn; und im Allgemeinen wird auf der innern Seite des Ringes ein schwacher grüner und auf der äußern Seite ein purpurfarbener Rand erscheinen, wenn man das Ocularglas dem Objectivglas zu sehr nähert, und umgekehrt. Die Ursache liegt darin, daß während eine große Masse von orangen und blauen Strahlen in einem Brennpunkt vereinigt wird, die rothen und violetten in einem entfernteren Brennpunkt und die grünen in einem nähern zusammengebrochen werden, da die Brechung der grünen Strahlen zu Gunsten des convexen oder Crownglases, und die der rothen und violetten, die zusammen Purpur bilden, zu Gunsten des Flintglases oder des concaven Glases geschieht (man sehe die Tabelle §. 443). Die Brennweiten müssen dann genau bestimmt werden, wodurch zugleich das Zerstreuungsverhältniß ϖ bestimmt wird, da dieses dasselbe ist, als das der Brennweiten (§. 454). Die Brechungsverhältnisse findet man am besten durch directe Beobachtungen, indem man einen Theil der Glasarten in kleine Prismen umformt. Ist nun ϖ bekannt, und setzen wir die Kraft der zusammengesetzten Linse der Einheit gleich, so haben wir $L'=\frac{1}{1-\varpi}$,

und $L''=-\frac{\varpi}{1-\varpi}$, so daß L' und L'' bekannt ist, und wir brauchen nur ihre Werthe, so wie die von μ', μ'' in den algebraischen Ausdrücken zu substituiren, und dann nach den gewöhnlichen Methoden zu eliminiren. Die folgende kleine Tafel enthält die Resultate solcher Berechnungen für die darin angegebenen Werthe

von μ', μ'', ϖ, nebst dem Betrag der Aenderung, welcher entsteht, indem man die Brechungsverhältnisse unabhängig von einander sich ändern läßt, damit man vermittelst der Proportionaltheile interpoliren könne. Fig. 108 ist eine Darstellung des sich ergebenden Objectivglases.

Tabelle um die Dimensionen eines aplanatischen Objectivglases zu finden.

Brechungsverhältniß der Crownglas- oder converen Linse $\mu' = 1.524$.

Brechungsverhältniß der Flintglas- oder concaven Linse $\mu'' = 1.585$.

Zusammengesetzte Brennweite $= 10.000$.

Zerstreuungsverhältniß ϖ.	Crownglaslinse. Erste Oberfläche convex. Halbmesser für die angegeben. Brechverh.	Crownglaslinse. Erste Oberfläche convex. Aend. des Halbm. für eine Aend. v. + 0,010 im Brechverh. des Crowngl.	Crownglaslinse. Erste Oberfläche convex. Aend. des Halbm. für eine Aend. v. + 0,010 im Brechverh. des Flintglases	Crownglaslinse. 2te Oberfl. convex. Halbmesser.	Brennweite der Crownlinse.	Flintglaslinse. 3te Oberfl. concav. Halbmesser.	Flintglaslinse. Vierte Oberfläche convex. Halbmesser für die angegeben. Brechverh.	Flintglaslinse. Vierte Oberfläche convex. Aend. des Halbm. für eine Aend. v. + 0,010 im Brechverh. des Crowngl.	Flintglaslinse. Vierte Oberfläche convex. Aend. d. Halbm. für eine Aend. v. + 0,010 im Brechverh. des Flintglases	Brennweite der Flintglaslinse.
0.50	6.7485	+ 0.0500	− 0.0030	4.2827	5.0	4.1575	14.3697	+ 0.9921	− 0.3962	10.0000
0.55	6.7184	+ 0.0740	− 0.0011	3.6332	4.5	3.6006	14.5353	+ 1.0080	− 0.5033	8.4818
0.60	6.7069	+ 0.0676	+ 0.0037	3.0488	4.0	3.0640	14.2937	+ 1.1049	− 0.5659	6.6667
0.65	6.7316	+ 0.0563	+ 0.0125	2.5208	3.5	2.5566	13.5709	+ 1.1614	− 0.6323	5.3846
0.70	6.8279	+ 0.0335	+ 0.0312	2.0422	3.0	2.0831	12.3154	+ 1.1613	− 0.7570	4.2858
0.75	7.0816	+ 0.0174	+ 0.0568	1.6073	2.5	1.6450	10.5186	+ 1.0847	− 0.7207	3.3333

471. Um diese Tabelle auf irgend einen andern Zustand der gegebenen Größen anzuwenden, brauchen wir nur zu bedenken, daß um den Radius irgend einer der Oberflächen zu berechnen, z. B. der ersten oder der vierten, wir nur nöthig haben, jedes Element als besonders veränderlich zu betrachten, um für jedes die Proportionaltheile zu nehmen. Folgendes Beispiel wird die Operation deutlicher machen: Man verlangt die Dimensionen eines Objectivglases von 10 Zoll Brennweite, das Brechungsverhältniß des Crownglases ist 1,519, das des Flintglases 1,589, die zerstreuenden Kräfte verhalten sich zu einander wie 0,567:1, d. h. 0,567 ist das Zerstreuungsverhältniß. Hier wird $\mu' = 1,519$; $\mu'' = 1,589$; $\varpi =$ 0,567. Die Rechnung muß zuerst für eine zusammengesetzte Brennweite $= 10.000$ eingeleitet werden, wie in der Tafel, und wir verfahren folgendermaßen:

Erstens. Ziehe man die Decimalzahl 0,567, welche das Zerstreuungsverhältniß angiebt von 1,000 ab, und der Rest zehnmal genommen $= 10.0,433 = 4,330$ giebt die Brennweite der Crownglaslinse.

Zweitens. Man dividire die Einheit durch den erwähnten Decimalbruch 0,567, ziehe 1,000 vom Quotienten ab $\left(\frac{1}{0,567} = 1,7635 - 1 = 0,7635\right)$ und der durch zehn multiplicirte Rest 7,635 ist die Brennweite der Flintglaslinse. Wir müssen hierauf aus der Tafel die Halbmesser der ersten und vierten Oberfläche für die daselbst angenommenen nächst größeren und nächst kleineren Zerstreuungsverhältnisse 0,55 und 0,60 bestimmen. Hierzu haben wir

Gegebene Brechungsverhältnisse	1,519 und	1,589.
Brechungsverhältnisse der Tafel	1,524 und	1,585.
Unterschiede	— 0,005	+ 0,004.

Die gegebene Brechung für das Crownglas ist kleiner, für das Flintglas größer, als in der Tafel die angenommenen Brechungsverhältnisse sind, auf welche sie gegründet ist. Sucht man nun 0,55 gegenüber in der ersten Columne die Aenderungen der beiden Halbmesser auf, die einer Veränderung von + 0,010 in den beiden Brechungen entsprechen, so ergiebt sich

	1ste Oberfläche.	4te Oberfl.
Aenderung = + 0,010 im Crownglas	+ 0,0740	+ 1.0080.
Aenderung = + 0,010 im Flintglas	— 0,0011	— 0,5033.

Da aber die wirkliche Aenderung im Crownglas statt +0,010 —0,005 und im Flintglas +0,004 ist, so müssen wir hiervo die Propo tionaltheile nehmen, indem wir im erstern Fall das Vo zeichen verändern; auf diese Art finden wir die Aenderungen de ersten und letzten Radius:

	1ste Oberfl.	4te Oberf
Für —0,005 Aender. im Crownglas	—0,0370	—0,5040
Für +0,004 Aender. im Flintglas	—0,0004	—0,2013
Totalveränderung aus beiden Ursachen	—0,0374	—0,7053
Die Halbmesser aus der Tafel sind	6.7184	14.5353
folglich die interpolirten Halbmesser	6.6810.	13.8300

Interpoliren wir auf ähnliche Art die beiden Halbmesser fü das Zerstreuungsverhältniß 0,60, so finden wir

	1ste Oberfl.	4te Oberf
Für —0,005 Aender. im Crownglas	—0,0338	—0,5524
Für +0,004 Aender. im Flintglas	+0.0015	—0.2264
Totalveränderung	—0,0323	—0,7788
Halbmesser der Tafel	6,7069	14,2937
Interpolirte Halbmesser	6,6746	13,5149

Hat man auf diese Art die Halbmesser erhalten, die den wirk lichen Brechungen für die Zerstreuungsverhältnisse 0,55 und 0,60 zugehören, so braucht man nur ihre Werthe für das dazwischenlie gende Verhältniß 0,567 durch Proportionaltheile zu bestimmen hierdurch wird

	1ster Halbmesser.	2ter Halbmesser.
Für 0,600	6,6746	13,5149.
Für 0,550	6,6810	13,8300.
Unterschied +0,050	—0,0064	—0,3151.

0,050 : 0,567 — 0,050 = —0,0064 : —0,0022

0,050 : 0,567 — 0,050 = —0,3151 : —0,1071

so daß daher

6,6810 — 0,0022 = 6,6788

13,8300 — 0,1071 = 13,7229

die wahren Halbmesser sind, die den gegebenen Größen entsprechen Wir haben also für die Crownglaslinse, Brennweite = 4,330 = $\frac{1}{L'}$, Halbmesser der ersten Oberfläche = 6.6788 = $\frac{1}{R'}$, Bre

[illegible]ungsverhältniß $= 1{,}519 = \mu'$, also aus der Formel

$$L' = (\mu' - 1)\ (R' - R'')$$

[illegible] Halbmesser $\frac{1}{R''}$ der andern Oberfläche $= -3{,}3868$. Ferner [illegible] für die Flintglaslinse die Brennweite $\frac{1}{L''} = -7{,}635$, Halb[illegible]sser der hintern Oberfläche $= \frac{1}{R'''} = -13{,}7729$, Brechungs[illegible]hältniß $\mu'' = 1{,}589$, woraus wir $\frac{1}{R'''} = -3{,}3871$ für den [illegible]lbmesser der andern Oberfläche finden. Die vier Halbmesser sind [illegible] diese Art für eine Brennweite von zehn Zoll gefunden, und [illegible]ltiplicirt man dieselben mit 3, so haben wir für das vorgelegte [illegible]rnrohr

Halbmesser der ersten Oberfläche	=	+ 20,0364	Zoll.
— — zweiten —	=	— 10,1604	—
— — dritten —	=	— 10,1613	—
— — vierten —	=	— 41,1687	—

472. Wir sehen hieraus, daß die Halbmesser der beiden in[illegible]ren Oberflächen der doppelten Linse (Fig. 108) kaum um mehr als [illegible] tausendsten Theil eines Zolles verschieden sind, so daß, wenn [illegible] es für vortheilhaft hält, dieselben zusammengekittet werden [illegible]nen. Dieses ist nicht bloß ein zufälliges Zusammentreffen für [illegible] besondern Werthe der gegebenen Größen; werfen wir unsern [illegible]lick auf die Tabelle, so finden wir diese genäherte Gleichheit der [illegible]ern Krümmungen (der zweiten und dritten Oberfläche) auf eine [illegible]kwürdige Art für die ganze Ausdehnung der Aenderung von ϖ. [illegible] hier für Gläser aus gewöhnlichen Materien vorgeschlagene Zu[illegible]sammensetzung nähert sich daher der von Clairaut vorgeschlagenen [illegible].

473. Um diese Resultate durch die Erfahrung zu erproben, [illegible] sich South ein achromatisches Fernrohr nach dieser Zusammen[illegible]setzung von Tulley, einem der besten englischen Künstler verferti[illegible]gen, welches sich jetzt im Besitze von J. Moore in Lincoln befin[illegible]det. Seine Brennweite war 45 Zoll, die Oeffnung $3^1/_4$, und die [illegible]sführung desselben war der Erwartung völlig angemessen, in[illegible]dem es eine dreihundertmalige Vergrößerung bei vollkommener Deut[illegible]lichkeit vertrug, und sehr leicht eine Menge Doppelsterne trennte.

Eine mehr ins Einzelne gehende Darstellung der Zusammensetzu desselben findet sich im Journal of the Royal Institution No. 2 Sollte das glänzende Beispiel Fraunhofers befolgt werden, u würde sich der praktische Optiker inskünftige genau nach der The rie richten, die auf genaue Messungen der brechenden Kräfte sein Glasarten rücksichtlich der verschieden gefärbten Glasarten gegründ ist, so wird es nothwendig seyn, vorige Tafel noch weiter zu en wickeln.

474. Wendet man drei brechende Mittel bei der Verfertigu von Objectivgläsern an, so sollte man sich es als Zweck vorsetze einen Unterschied zu erhalten, der rücksichtlich ihrer Wirkung a verschieden gefärbte Strahlen, so groß als möglich ist. Dr. Blai dem wir die erste ausgedehnte Untersuchung über die zerstreuend Kräfte der Mittel als physikalisches Kennzeichen verdanken, und d zuerst die Nothwendigkeit einsah, die secundären Farbenbilder aufz heben, auch hierzu die Mittel angab, ist bis jetzt der einzige g wesen, der auf diesen Theil der praktischen Optik viel Mühe ve wandt hat; dieß ist sehr zu bedauern, wenn man den glücklichen E folg betrachtet, und die Vollkommenheit der Fernröhre, die na seinen Principien verfertigt sind. Wir können freilich nicht glaube daß aus den schon angeführten Ursachen sehr große Objectivgläser m Flüssigkeiten gefüllt, je brauchbar werden können; um aber Gläser v mäßigen Dimensionen vollkommener zu machen, und sie dahin bringen, daß sie eine stärkere Vergrößerung vertragen, ist rü sichtlich der Ausübung kaum weniger wichtig. Seine Versuche fi det man in den Transactions of the Royal Society of Edi burgh 1791. Wir können hier bloß einen kurzen Auszug gebe

475. Nachdem Dr. Blair zuerst entdeckt hatte, daß die cundären Franzen von ungleicher Breite sind, wenn binäre achrom tische Verbindungen angewendet werden, die gleiche totale Brechu gen hervorbringen, so kam er unmittelbar auf den Gedanken, d wenn man zwei solche Verbindungen, die in entgegengesetzter Ric tung wirken, anwendet, so würde der herausfahrende Strahl nic abgelenkt, und das primäre Spectrum aufgehoben werden, wer die Brechungen gleich groß sind; allein ein secundäres Farbe bild wird übrigbleiben, welches dem Unterschiede der secundär Farbenbilder bei beiden Verbindungen gleich ist. Vermehren w daher, durch eine ähnliche Schlußfolge bewogen, als welche u

mung t sich von einander befinden. Nimmt man die Bezeichnung §. 251 und 268 wieder vor, so haben wir

$$f'' = L' + D;\ f^{IV} = L'' + \frac{f''}{1 - f''t};$$

$$\partial f'' = \partial L';$$

und

$$\partial f^{IV} = \partial L'' + \frac{\partial f''}{(1 - f''t)^2}$$

$$= \partial L'' + \frac{\partial L'}{\{1 - t(L' + D)\}^2}$$

Soll nun die Verbindung achromatisch seyn, so muß $\partial f^{IV} = 0$ werden, und da t, D constant sind, und L', L'' sich nur mit den Brechungsverhältnissen μ', μ'' ändern, so haben wir $\partial L' = (R' - R'')$ $\partial\mu' = \frac{\partial\mu'}{\mu' - 1} L' = p'L'$, und auf ähnliche Art $\partial L'' = p''L''$, so daß wir durch Substitution erhalten:

$$\{1 - t(L' + D)\}^2 + \frac{p'}{p''} \cdot \frac{L'}{L''} = 0.$$

480. Dieß ist die Bedingung des Achromatismus; da sie von D abhängt, so sieht man, daß wenn die Linsen eines Objectivglases nicht ganz an einander sind, so hört es für nahe Objecte auf achromatisch zu seyn, obgleich für entfernte die Farben völlig aufgehoben werden. Das Auge kann daher nicht für alle Entfernungen achromatisch seyn, da die Linsen desselben in Vergleich mit den Brennweiten sehr dick sind, und daher doch, obgleich ihre an einander liegenden Seiten in Berührung stehen, beträchtliche Zwischenräume zwischen ihnen liegen.

481. Für parallele Strahlen wird die Gleichung

$$p''L''(1 - tL')^2 = -p'L';$$

folglich können die Zerstreuungen und Kräfte der Linsen, wenn ihr Zwischenraum t gegeben ist, aus der Formel

$$t = \frac{1}{L'}\left\{1 - \sqrt{-\frac{p'}{p''} \cdot \frac{L'}{L''}}\right\}$$

gefunden werden.

482. Liegen die Linsen ganz an einander, so ist die Bedingung des Achromatismus, wie wir schon gesehen haben,

$$-\frac{p'}{p''} \cdot \frac{L'}{L''} = 1.$$

nerlei Sinn geschieht. Mit andern Worten, er erkannte, daß wä rend bei einigen Verbindungen die grünen Strahlen stärker als i verbundenen rothen und blauen gebrochen werden, in andern V bindungen das Gegentheil stattfindet. Er fand z. B. daß, währe bei den meisten stark zerstreuenden Mitteln, die metallische Auflösung enthalten, das Grün sich unter den weniger brechbaren Farben d Spectrum befand, doch sehr stark zerstreuende Mittel vorhand sind, bei denen das Umgekehrte der Fall ist. Unter diesen befi det sich die Salzsäure. Bei binären Verbindungen von Glas u dieser Säure besteht daher das secundäre Spectrum aus Farbe die eine entgegengesetzte Lage von den Farben haben, die durch Gl und Oele, oder durch Crownglas und Flintglas gebildet werde Es müssen daher, wenn man ein Objectivglas aus zwei binär Verbindungen bilden will, wie sie im letzten Paragraph beschrieb sind, beide einen convexen Charakter besitzen. Dieß giebt aber k nen besondern Vortheil. Dr. Blair betrachtete jedoch die Sac aus einem andern viel wichtigern Gesichtspunkte, vermöge dess er die Anwendung eines dritten brechenden Mittels völlig umgin und durch eine einzige binäre Verbindung eine völlig farbenfre Brechung hervorbrachte. Die Ordnung und Vertheilung der Farb im Spectrum, so wie die vollständige Brechung und Zerstreuung kraft des Mittels, schien ihm nämlich bloß von der chemischen B schaffenheit dieses Mittels abzuhängen, so daß, wenn man die Ingr dienzien eines Mittels gehörig änderte, es ohne große Aenderu der totalen Brechung und Zerstreuung möglich wurde, eine bede tende Veränderung im Innern des Farbenbildes (um diesen Au druck zu gebrauchen) hervorzubringen, und daher ein zusammeng setztes brechendes Mittel zu verfertigen, bei dem die sieben Farb Räume einnehmen, die von einem gewissen gegebenen Gesetz a hängen (wenigstens zwischen Gränzen). Könnte man nun ein Mi tel hervorbringen, welches dieselbe Zerstreuungsskale, oder dassel Gesetz der Vertheilung der Farben als das Crownglas, mit ein verschiedenen absoluten Zerstreuung besitzt, so würde, wie wir sch gesehen haben, der Vollkommenheit eines doppelten Objectivglas nichts im Wege stehen. Die so eben erwähnte Eigenschaft d Salzsäure setzt dieß in unsere Gewalt.

Man hat bemerkt, daß das Daseyn eines Metalls, z. B. A timonium in einer Flüssigkeit, während es derselben eine größ

...ende und zerstreuende Kraft mittheilt, zugleich den brechbarern ...l des Farbenbildes verhältnißmäßig mehr ausdehnt. Das Da... ... der Salzsäure bringt im Gegentheil eine entgegengesetzte Wir... ...n hervor. Hieraus schloß Dr. Blair, daß wenn man Salzsäure ... Metallauflösungen vermischte, so könnte man ein brechendes ...ttel erhalten, das die verlangte Eigenschaft besitzt, und bei ei... ... Versuch fand er, daß dieß der Fall war. Die angewendeten ...alle waren Antimonium und Quecksilber, und um sich vom Da... ... einer hinreichenden Menge von Salzsäure zu versichern, gebrauchte ...e im Zustand von salzsauren Verbindungen in Wasser aufgelöst, ... bei dem Quecksilber in einer Auflösung von Ammoniaksalz, ...ches eine Verbindung von Ammonium und Salzsäure ist, und ... eine größere Menge von ätzendem Sublimat aufzulösen vermag, ... Wasser allein. Indem er Salzsäure zu Spießglanzbutter, oder ...moniak zur Mercurialauflösung setzte, erhielt er ein Farbenbild, ... welchem die Strahlen dasselbe Zerstreuungsgesetz, als bei dem ...nglas befolgten, und das secundäre Spectrum sogar im entge... ...setzten Sinn verbesserten, so daß er die vollkommene Aufhebung ...chen völlig in seiner Gewalt hatte. Es war nur noch übrig, ein ...tivglas nach diesen Grundsätzen zu construiren. Fig. 111 ist ... solches, bei welchem trotz der Brechung an den Gränzen des ...es und der Flüssigkeit die chromatische Abweichung nach der ...eiberung des Dr. Blair völlig aufgehoben wurde, und die Strah... ... von verschiedenen Farben aus ihrem gradlinigen Wege mit der... ...en Genauigkeit, als bei der Zurückwerfung, abgelenkt wurden.

477. Dr. Blair hat diese interessanten Versuche so weit aus... ...dehnt, daß er uns versichert, er habe ein Objectivglas von neun ... Brennweite und drei Zoll Oeffnung verfertigt, ein Umstand, ...chen kein Künstler je mit Glaslinsen zu erreichen glauben könnte, ... wir können diese Darstellung seiner Arbeiten nicht schließen, ... den Wunsch hinzuzufügen, der bei einer ähnlichen Gelegenheit ... von Dr. Brewster geäußert wurde, daß dieser Theil der prak... ...en Optik mit aller Aufmerksamkeit von solchen Künstlern wieder ...genommen werden möge, die die Mittel in Händen haben, alle ...igen Versuche anzustellen. Könnte man feste Körper von solchen ...nschaften entdecken, so würde das Fernrohr ein ganz neues In... ...ment werden.

478. Diese Versuche von Dr. Blair leiten zu dem merkwür...

digen Schluß, daß an der gemeinschaftlichen Oberfläche zweier brechenden Mittel ein weißer Strahl ohne Zerlegung in seine gefärbte Elemente gebrochen werden kann. Sind μ und μ' die Brechungsverhältnisse für irgend einen Strahl, z. B. den äußersten rothen, so ist $\frac{\mu'}{\mu}$ das relative Brechungsverhältniß für diesen Strahl, und $\frac{\mu' + \delta\mu'}{\mu + \delta\mu}$ das für einen andern. Sind dann die brechenden und die zerstreuenden Kräfte der Mittel so beschaffen, daß $\frac{\mu' + \delta\mu'}{\mu + \delta\mu} = \frac{\mu'}{\mu}$ oder $\mu\,\delta\mu' = \mu'\,\delta\mu$, d. h. $\frac{\delta\mu}{\delta\mu'} = \frac{\mu}{\mu'}$, und findet außerdem diese Relation im ganzen Farbenbilde statt, d. h. sind die Incremente der Brechungsverhältnisse, indem man vom Roth zum Violett des Spectrum übergeht, den Brechungsverhältnissen selbst proportional, so ist das relative Brechungsverhältniß für alle Strahlen dasselbe und es findet keine Zerstreuung statt. Dieß giebt nun eine Relation zwischen den zerstreuenden und brechenden Verhältnissen der beiden Mittel, nämlich:

$$\frac{p'}{p} = \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{\mu - 1}{\mu' - 1} = \frac{1 - \frac{1}{\mu}}{1 - \frac{1}{\mu'}}$$

und außer dieser Bedingung muß die Zerstreuungsskale in beiden Mitteln dieselbe seyn. Je nachdem die Zerstreuungen auf die eine oder die andere Weise von dieser genauen Anordnung abweichen, wird der violette Strahl an der gemeinschaftlichen Oberfläche beider Mittel mehr oder weniger gebrochen.

479. Wir werden die Theorie der achromatischen Objectivgläser mit einer Aufgabe von großer praktischer Wichtigkeit beschließen, da uns dieselbe in den Stand setzt, eine vollkommene Aufhebung der Farbe hervorzubringen, nachdem man schon einen genäherten Grad von Achromatismus erlangt hat, ohne eine Aenderung in den Brennweiten oder Krümmungen der Linsen zu machen, bloß dadurch, daß man sie in einer größern oder geringern Entfernung von einander aufstellt.

Aufgabe. Die Bedingung des Achromatismus auszudrücken, wenn die beiden Linsen des doppelten Objectivglases in der Entfernung

nun

…t sich von einander befinden. Nimmt man die Bezeichnung §. 251 und 268 wieder vor, so haben wir

$$f'' = L' + D;\ f^{IV} = L'' + \frac{f''}{1 - f''t};$$
$$\delta f'' = \delta L';$$

und

$$\delta f^{IV} = \delta L'' + \frac{\delta f''}{(1 - f''t)^2}$$
$$= \delta L'' + \frac{\delta L'}{\{1 - t(L' + D)\}^2}$$

Soll nun die Verbindung achromatisch seyn, so muß $\delta f^{IV} = 0$ werden, und da t, D constant sind, und L', L'' sich nur mit den Brechungsverhältnissen μ', μ'' ändern, so haben wir $\delta L' = (R' - R'')$ $\delta\mu' = \frac{\delta\mu'}{\mu' - 1} L' = p'L'$, und auf ähnliche Art $\delta L'' = p''L''$, so daß wir durch Substitution erhalten:

$$\{1 - t(L' + D)\}^2 + \frac{p'}{p''} \cdot \frac{L'}{L''} = 0.$$

480. Dieß ist die Bedingung des Achromatismus; da sie von t abhängt, so sieht man, daß wenn die Linsen eines Objectivglases nicht ganz an einander sind, so hört es für nahe Objecte auf achromatisch zu seyn, obgleich für entfernte die Farben völlig aufgehoben werden. Das Auge kann daher nicht für alle Entfernungen achromatisch seyn, da die Linsen desselben in Vergleich mit den Brennweiten sehr dick sind, und daher doch, obgleich ihre an einander liegenden Seiten in Berührung stehen, beträchtliche Zwischenräume zwischen ihnen liegen.

481. Für parallele Strahlen wird die Gleichung

$$p''L''(1 - tL')^2 = -p'L';$$

folglich können die Zerstreuungen und Kräfte der Linsen, wenn ihr Zwischenraum t gegeben ist, aus der Formel

$$t = \frac{1}{L'}\left\{1 - \sqrt{-\frac{p'}{p''} \cdot \frac{L'}{L''}}\right\}$$

gefunden werden.

482. Liegen die Linsen ganz an einander, so ist die Bedingung des Achromatismus, wie wir schon gesehen haben,

$$-\frac{p'}{p''} \cdot \frac{L'}{L''} = 1.$$

Sobald daher dieser Bruch kleiner als die Einheit ist, d.
sobald die Kraft L'' des concaven oder Flintglases (welches hier
zweite seyn soll) zu groß ist, oder wenn, wie die Optiker es n
nen, die Farbe mehr als verbessert ist, so kann das Objectivg
achromatisch gemacht werden, ohne daß man die Gläser wieder schle
bloß dadurch, daß man die Linsen trennt; denn in diesem Fall
die Größe unter dem Wurzelzeichen kleiner als die Einheit, und
her t positiv, eine Bedingung, ohne welche die Strahlen nicht
die angenommene Weise gebrochen werden könnten.

483. Außerdem giebt dieß ein praktisches und sehr leich
Mittel an die Hand, mit der größten Genauigkeit das Zerstreuun
verhältniß der beiden brechenden Mittel zu bestimmen. Es m
eine convexe Crownglaslinse mit Willen von einer concaven Fli
glaslinse zu stark verbessert werden, und man hebe die Farbe dadu
auf, daß man die Linsen trennt. Man messe ihre Brennwei
$\frac{1}{L'}$ und $\frac{1}{L''}$, so wie den Zwischenraum t in diesem Zustand, und n
erhält sogleich für das Zerstreuungsverhältniß ϖ

$$\varpi = \frac{p'}{p''} = -\frac{L''}{L'}(1 - tL')^2.$$

---

§. III. Von der Verschluckung oder Auslöschung des Lichts nicht krystallisirten Mitteln.

484. Die Durchsichtigkeit ist die Eigenschaft, vermöge wel
die Lichtstrahlen frei durch die Substanz der Körper, oder zwisc
den Molleculen derselben hindurchgehen können, und die Durch
tigkeit ist größer oder kleiner, je nachdem ein mehr oder min
beträchtlicher Theil des Lichts seinen Weg durch die Materie hind
fortsetzen kann. Unter denjenigen Mitteln, welche aus pondera
Materie bestehen, kennen wir keines, das vollkommen durchsic
wäre. Ob nun die Strahlen bei ihrem Durchgange durch die M
tel die Körpertheilchen wirklich treffen und dadurch zurückgewo
werden, oder, wenn diese Vorstellungsart für den jetzigen Zust
der Wissenschaft etwas zu grob erscheinen sollte, ob diese Stra
ohne wirkliches Zusammenstoßen durch Kräfte, die in den klein

y sehr klein. Wären sie gleich groß, so würde das Mittel bloß das Licht aufhalten, ohne den hindurchgehenden Strahl zu färben, allein für jetzt kennt man keine solchen Mittel.

494. Hat die Curve rPv, die irgend ein verschluckendes Mittel darstellt, an einer Stelle des Farbenbildes ein Maximum, z. B. im Grün (Fig. 113), so wird diese Farbe vorherrschend, in welchem Verhältniß auch die andern Farben vorkommen, wenn man die Dicke genugsam vermehrt, und die letzte Färbung des Mittels, oder der letzte Strahl, den dasselbe durchzulassen im Stande ist, wird ein reines homogenes Licht von der besondern Brechbarkeit, der die größte Ordinate entspricht. So werden grüne Gläser durch die Vermehrung ihrer Dicke dunkler, wie in Fig. 113, während gelbe Gläser, wie in Fig. 114, ihre Farbe durch Verdoppelung ändern, und durch Braun in Roth übergehen.

495. Diese Aenderung der Farbe durch Vermehrung der Dicke ist kein ungewöhnliches Phänomen, und obgleich es anfangs etwas paradox scheint, so ist es doch eine nothwendige Folgerung aus der hier angegebenen Theorie. Verschließt man eine starke Auflösung von Saftgrün, oder noch besser von salzsaurem Chrom, in ein dünnes Glas, und betrachtet durch den dünnsten Theil ein weißes Papier, oder das weiße Wolkenlicht, so erscheint es mit einer schönen grünen Farbe; allein wenn wir nach und nach durch eine größere Dicke der Flüssigkeit hindurchsehen, so wird das Grün schwarzgelb, und geht durch eine bräunliche Färbung in Blutroth über. Um dieß einzusehen, müssen wir bemerken, daß die Curven, welche die verschiedenen verschluckenden Mittel ausdrücken, die sonderbarsten Gestalten annehmen können, und sehr oft verschiedene Maxima und Minima haben, die eben so viel verschiedenen Farben entsprechen. Die besagte grüne Flüssigkeit hat zwei Maxima, wie in Fig. 115, von denen das eine dem äußersten Roth, das andere dem Grün angehört, aber die absoluten Längen der größten Ordinaten sind verschieden, indem das Roth größer ist. Da aber das äußerste Roth ein sehr schwach leuchtender Strahl ist, während auf der andern Seite das Grün viel Lebhaftigkeit besitzt und stark auf das Auge wirkt, so herrscht das Letztere vor, und läßt das Erstere gar nicht merklich werden, und erst wenn die Dicke der Substanz so vermehrt wird, daß die dunkelrothen Strahlen das Uebergewicht erhalten, und ihre Nebenbuhler gleichsam unterdrücken, wie die unterste der punktirten

gefärbten Körpern bereiteten Pulver, oder der von denselben a harten Körpern, an denen sie gerieben werden, zurückgelassene Stri viel blassere Farben, als dieselben Körper in Masse genommen.

486. Diese nach und nach stattfindende Abnahme in der I tensität eines durch durchsichtige Mittel gehenden Strahls heißt Verschluckung desselben. Sie wirkt nicht auf alle Farbenstra len mit gleicher Kraft, indem immer einige derselben vorzugswe verschluckt werden, und hierdurch entstehen die verschiedenen Farb der Körper, wenn sie vermittelst des durchgehenden Lichts geseh werden. Ein durch ein völlig durchsichtiges Mittel gehender weiß Strahl sollte bei seinem Heraustreten dieselbe proportionale Lic menge aller gefärbten Strahlen enthalten, weil das an der vorde und hintern Fläche zurückgeworfene Licht farblos ist, allein in Natur bemerkt man nie einen solchen vollkommenen Mangel an Fa ben. Jeder verschiedene Strahl des Farbenbildes hat für jede durc sichtige Materie sein eigenes Durchsichtigkeitsverhältni gerade so, wie das Brechungsverhältniß für andere Strahlen u andere Mittel verschieden ausfällt.

487. Die auffallendste Methode, durch welche man diese v schiedene Kraft der Verschluckung bei einem und demselben durchsi tigen Mittel für verschieden gefärbte Strahlen nachweisen kann, steht darin, daß man durch ein ebenes und polirtes Stück Smal glas von blauer Farbe das Bild einer schmalen Lichtlinie betrach (wie z. B. den Ritz in einem Fensterladen in einem dunklen Zi mer), welches durch ein Prisma gebrochen wird, dessen Kante p rallel mit der Lichtlinie liegt, und welches sich in der Lage der klei sten Abweichung befindet. Ist das Glas sehr dünn, so sieht m alle Farben; ist es aber von mäßiger Dicke, z. B. 1/20 Zoll, so hält das Spectrum ein sonderbares und auffallendes Ansehen. erscheint aus verschiedenen Stücken zusammengesetzt, die durch bre und völlig schwarze Zwischenräume getrennt sind, indem die Stra len, die diesen Stellen im vollkommenen Farbenbilde entsprechen, v lig verlöscht sind. Wendet man eine geringere Dicke an, so si die Räume, anstatt vollkommen schwarz zu seyn, schwach und un gelmäßig erleuchtet, indem einige Theile weniger als die andern schwächt werden. Vermehrt man im Gegentheil die Dicke, so w den die schwarzen Zwischenräume breiter, bis endlich alle Farb

[…]schen dem äußersten Roth und dem äußersten Violett vollkommen […]ckt sind.

488. Die einfachste Hypothese, die wir über die Auslöschung […]s homogenen Lichts, welches durch ein homogenes Mittel geht, […]llen können, besteht darin, daß für jede gleich große Dicke des […]laufenen Mittels ein gleicher aliquoter Theil des Lichts, welches […]her der Verschluckung entgangen ist, verschluckt wird. Fallen z. B. […]0 rothe Strahlen auf ein grünes Glas, und werden davon 100 […]schluckt, nachdem sie $\frac{1}{10}$ Zoll Tiefe erreicht haben, so bleiben 900 […]rig, und von diesen werden bei dem nächsten Zehntel 90 verschluckt, […]durch 810 übrigbleiben, von welchen bei dem dritten Zehntel […]der 81 verschluckt werden, und 729 übrigbleiben u. s. w. Mit […]dern Worten, die nicht verschluckte Lichtmenge vermindert sich in […]metrischer Progression, während die Dicke in arithmetischer zu[…]nimmt. Nimmt man daher die Einheit für die Menge der einfal[…]lenden Strahlen, und y für die Menge derjenigen Strahlen, welche […]übrigbleiben, nachdem die Einheit des Weges durchlaufen ist, so […] die übrigbleibende Lichtmenge y^t für den zurückgelegten Weg $= t$. […] setzt nur voraus, daß die Lichtstrahlen, nachdem sie eine Schicht […]es durchsichtigen Mittels durchlaufen haben, nicht in einen andern […]stand versetzt werden, vermöge dessen sie die folgenden Schichten leich[…]ter durchlaufen können. Hierbei ist y nothwendig ein ächter Bruch, […] hängt sowohl von der Natur des Strahls als des Mittels ab. […]deutet daher C die Anzahl der Strahlen des äußersten Roth in […]em weißen Lichtstrahl, C′ die nächsten von etwas größerer Brech[…]barkeit u. s. w., so wird der durchgelassene Strahl, nachdem er die […]fe t erreicht hat, durch

$$Cy^t + C'y'^t + C''y''^t + \ldots\ldots$$

[…]gedrückt, wo jedes Glied die Intensität des entsprechenden beson[…]dern Strahls, oder sein Verhältniß zum weißen Strahl, der durch […] $+ C' + C'' + \ldots\ldots$ ausgedrückt wird, angiebt.

489. Es ist hieraus einleuchtend, daß genau genommen, eine […]ständige Verschluckung des Lichts bei keiner endlichen Dicke des […]strahls stattfinden kann; aber ist der Bruch y für irgend einen Strahl […] klein, so wird eine mäßige Vermehrung der Dicke, die als Ex[…]ponent vorkommt, den Bruch y^t auf eine unmerkliche Größe herab[…]bringen. So wird in dem oben betrachteten Fall, wo ein Zehntel […] von grünem Glase nur ein Zehntel der rothen Strahlen zer[…]

stört, ein ganzer Zoll nur $\left(\frac{9}{10}\right)^{10}$ oder 304 von tausend durc lassen, während diese Dicke zehnmal genommen, oder 10 Zoll, nu $\left(\frac{9}{10}\right)^{100} = 0{,}0000266$ oder 3 Strahlen von 100000 durchläß welches beinahe der völligen Undurchsichtigkeit gleichkommt.

490. Ist x das Brechungsverhältniß irgend eines Strahls i Wasserspectrum, so können wir y als eine Function von x betrac ten, und errichten wir auf der Linie RV (Fig. 112), die die gan Länge des Wasserspectrum darstellt, die Ordinaten RR′, MN, VV die sowohl unter einander als der Einheit gleich sind, so wie au die andern Ordinaten Rr, MP, Vv, die die Werthe von y für die di sen Punkten entsprechenden Strahlen darstellen, so ist die Cur rPv oder der Ort von P ein geometrisches Bild der Wirkung d Mittels auf das Spectrum, und die grade Linie R′, N, V′ wi eine ähnliche Darstellung eines vollkommen durchsichtigen Mittels sey Findet dieß nun statt, wenn die Dicke des Mittels = 1 ist, un nehmen wir MP′ : MP = MP : MN und MP″ : MP′ = MP′ : M u. s. w., so werden die geometrischen Oerter von P′, P″ die Curve seyn, welche die Strahlenmenge angeben, die bei der Dicke 2, u. s. w. durch dasselbe Mittel hindurchgehen. Dasselbe findet fi dazwischenliegende Dicken, oder für solche, die kleiner als 1 sin statt, wie z. B. die Curve $\varrho\pi v$.

491. Wie nun auch die Farbe eines Mittels beschaffen se mag, so läßt es doch alle Strahlen hindurch, wenn die Dicke unen lich klein ist; denn wenn t = o, so ist $y^t = 1$, wie auch y b schaffen seyn mag, und die Curve $\varrho\pi v$ nähert sich immer mehr d Linie R′NV′. Es sind daher alle dünnen Glasblasen aus gefärbte Glase farblos, so wie auch der Dampf von gefärbten Flüssigkeiten.

492. Wenn hingegen das Mittel auch nur im geringsten Gra einige Strahlen leichter durchgehen läßt, als andere, so kann d Mittel so dick gemacht werden, daß es jede beliebige Färbung erhäl denn ist y auch nur ein wenig kleiner als die Einheit, und find zwischen den Werthen von y für verschiedene Strahlen auch nur d geringsten Unterschiede statt, so können wir durch die Vermehru von t, y^t so klein machen, als wir wollen, und das Verhältniß v y^t zu y'^t von der Einheit beliebig abweichen lassen.

493. Bei sehr dunkelgefärbten Mitteln sind alle Werthe v

sehr klein. Wären sie gleich groß, so würde das Mittel bloß das Licht aufhalten, ohne den hindurchgehenden Strahl zu färben, allein bis jetzt kennt man keine solchen Mittel.

494. Hat die Curve r P v, die irgend ein verschluckendes Mittel darstellt, an einer Stelle des Farbenbildes ein Maximum, z. B. im Grün (Fig. 113), so wird diese Farbe vorherrschend, in welchem Verhältniß auch die andern Farben vorkommen, wenn man die Dicke genugsam vermehrt, und die letzte Färbung des Mittels, oder der letzte Strahl, den dasselbe durchzulassen im Stande ist, wird ein reines homogenes Licht von der besondern Brechbarkeit, der die größte Ordinate entspricht. So werden grüne Gläser durch die Vermehrung ihrer Dicke dunkler, wie in Fig. 113, während gelbe Gläser, wie in Fig. 114, ihre Farbe durch Verdoppelung ändern, und durch Braun in Roth übergehen.

495. Diese Aenderung der Farbe durch Vermehrung der Dicke ist kein ungewöhnliches Phänomen, und obgleich es anfangs etwas paradox scheint, so ist es doch eine nothwendige Folgerung aus der hier angegebenen Theorie. Verschließt man eine starke Auflösung von Saftgrün, oder noch besser von salzsaurem Chrom, in ein dünnes Glas, und betrachtet durch den dünnsten Theil ein weißes Papier, oder das weiße Wolkenlicht, so erscheint es mit einer schönen grünen Farbe; allein wenn wir nach und nach durch eine größere Dicke der Flüssigkeit hindurchsehen, so wird das Grün schwarzgelb, und geht durch eine bräunliche Färbung in Blutroth über. Um dieß einzusehen, müssen wir bemerken, daß die Curven, welche die verschiedenen verschluckenden Mittel ausdrücken, die sonderbarsten Gestalten annehmen können, und sehr oft verschiedene Maxima und Minima haben, die eben so viel verschiedenen Farben entsprechen. Die besagte grüne Flüssigkeit hat zwei Maxima, wie in Fig. 115, von denen das eine dem äußersten Roth, das andere dem Grün angehört, aber die absoluten Längen der größten Ordinaten sind verschieden, indem das Roth größer ist. Da aber das äußerste Roth ein sehr schwach leuchtender Strahl ist, während auf der andern Seite das Grün viel Lebhaftigkeit besitzt und stark auf das Auge wirkt, so herrscht das Letztere vor, und läßt das Erstere gar nicht merklich werden, und erst wenn die Dicke der Substanz so vermehrt wird, daß die dunkelrothen Strahlen das Uebergewicht erhalten, und ihre Nebenbuhler gleichsam unterdrücken, wie die unterste der punktirten

Linie in der Figur zeigt, bemerken wir ihren Einfluß. Um dies durch ein Zahlenbeispiel zu erläutern, wollen wir z. B. annehmen, das Durchsichtigkeitsverhältniß oder der Werth von y für salzsaures Chrom sey für die äußersten rothen Strahlen 0,9, für die mittlern rothen, orangen und gelben 0,1, für grüne 0,5, und für blaue, dunkelblaue und violette 0,1; außerdem bestehe ein Bündel weißen Lichts von 10000 Strahlen, die alle gleich stark leuchten, aus folgenden Verhältnissen der verschieden gefärbten Strahlen:

Aeußerstes Roth . . .	200	Strahlen.
Roth und Orange . . .	1300	—
Gelb	3000	—
Grün	2800	—
Blau	1200	—
Dunkelblau	1000	—
Violett	500	—

Nachdem dieselben einen Raum in dem Mittel durchlaufen haben, der der Einheit gleich ist, werden die Verhältnisse des durchgelassenen Strahls:

Aeußerstes Roth . . .	180	Strahlen.
Roth und Orange . . .	130	—
Gelb	300	—
Grün	1400	—
Blau	120	—
Dunkelblau	100	—
Violett	50	—

Haben dieselben eine zweite Einheit des Weges zurückgelegt, so werden diese Verhältnisse:

Aeußerstes Roth . . .	162	Strahlen.
Roth und Orange . . .	13	—
Gelb	30	—
Grün	700	—
Blau	12	—
Dunkelblau	10	—
Violett	5	—

und nach einer dritten, vierten, fünften und sechsten Einheit:

Aeußerstes Roth . . .	146;	131;	118;	106;
Roth und Orange . .	1;	0;	0;	0;
Gelb	3;	0;	0;	0;

Grün	350;	175;	87;	43;
Blau	1;	0;	0;	0;
Dunkelblau	1;	0;	0;	0;
Violett	0;	0;	0;	0;

Wir sehen hieraus, daß bei dem ersten Durchgange das Grün n bedeutendes Uebergewicht hat; nach der zweiten bleibt es immer ch die am meisten zu unterscheidende Farbe, aber nach dem dritn wird das Verhältniß der rothen Farbe groß genug, daß sie die einheit der Färbung aufhebt. Der vierte Durchgang hebt alle dern Farben gleichsam auf, und läßt eine neutrale Verbindung zwihen Roth und Grün, während bei allen folgenden Durchgängen das oth immer mehr und mehr die Oberhand erhält, bis sich endlich e Färbung nicht mehr von dem gleichförmigen Roth des äußersten ndes des Farbenbildes unterscheiden läßt.

496. Ob wir annehmen, daß die dunklern Theile des Farbenldes aus weniger, aber gleich stark leuchtenden Strahlen bestehen, der ob sie aus gleich viel, aber mit weniger Helligkeit leuchtenden Strahlen zusammengesetzt sind, dieß kommt natürlich auf eins hinus; allein die erste Voraussetzung hat den Vortheil, daß man bei erselben eine numerische Schätzung anwenden kann. Bei dem hier ewählten Beispiel sind die Zahlen auf gut Glück angenommen. raunhofer hat aber eine Reihe von Versuchen ausschließlich dazu ngestellt, um die erleuchtende Kraft der verschiedenen Theile des Farenbildes auszumitteln. Dem gemäß hat er die Curve, Fig. 116, onstruirt, deren Ordinaten die Erleuchtungskraft des Strahls in dem ntsprechenden Theile des Farbenbildes, wo sie errichtet sind, oder ie proportionale Anzahl der gleich stark leuchtenden Strahlen von ieser Brechbarkeit in weißem Licht angeben. Wollten wir dieß bei nserer geometrischen Construction berücksichtigen, so müßten wir für ie Darstellung des weißen Lichts, statt einer graden Linie, wie in ig. 112 bis 114, eine der Fig. 116 ähnliche Curve wählen, und ie übrigen krummen Linien aus dieser auf die angegebene Art ableien. Da aber solche Darstellungen nur zu dem Zwecke gewählt werden, um dem Auge auf einmal die ganze Wirkung des Mittels auf as Farbenbild zu zeigen, so würde dieß eher unvortheilhaft seyn.

497. Wir wollen ein anderes Beispiel nehmen. Untersuchen wir verschiedene Dicken des vorhin angegebenen Glases von blauer Smalte, so findet sich die Färbung bei geringen Dicken rein blau.

von einigen Zoll Länge, die an den Enden mit Glasplatten verschlossen und mit dieser Flüssigkeit gefüllt ist, ist das beste Hülfsmittel, um Versuche über die violetten Strahlen anzustellen. Oxalsaurer Ammoniak-Nickel läßt die blauen und äußersten rothen Strahlen durch, hält aber die violetten auf.

501. Purpurne Mittel wirken dadurch, daß sie den mittlern Theil des Farbenbildes aufhalten, und sind daher immer dichromatisch, indem die letzte Färbung derselben theils roth, theils violett ausfällt. Beispiele sind: Infusion von Flechten, purpurnes, pflaumenfarbenes und carmoisinrothes Glas, saure und alkalinische Auflösungen von Kobalt u. s. w. Man kann dieselben rothpurpurfarbene und violettpurpurfarbene nennen, je nachdem ihre letzte Färbung ausfällt.

502. Bei den Verbindungen der verschiedenen Mittel ist der zuletzt durchgelassene Strahl der Rest, der durch die Wirkung aller einzelnen übrigbleibt; sind x, y, z die Durchsichtigkeitsverhältnisse verschiedener Mittel für irgend einen Strahl C des Spectrum; r, s, t ihre Dicken, so ist der durchgelassene Theil dieses Strahls $= C . x^r . y^s . z^t$, und der Rest von einem Strahl weißen Lichts (wenn man voraussetzt, daß nichts durch die Zurückwerfung an den Oberflächen verloren geht), nachdem er der verschluckenden Kraft aller Mittel unterworfen gewesen ist, wird

$$C . x^r . y^s . z^t + C' . x'^r . y'^s . z'^t + \ldots\ldots$$

Dieser Ausdruck zeigt, daß es ganz gleichgültig ist, in welcher Ordnung die Mittel auf einander folgen. Man kann sie daher auch vermischen, wenn nur keine chemische Zersetzung stattfindet. Man



wirken mit großer Kraft auf die violetten Strahlen und ver-
…ken sie völlig. Bei zunehmender Dicke werden daher alle diese Mittel endlich roth. Beispiele sind rothes, scharlachnes, braunes und gelbes Glas, Portwein, Aufguß von Safran, salzsaures Eisen und Gold, Branntwein u. s. w.

499. Unter den grünen Mitteln haben die meisten ein einziges Maximum, welches irgend einer der grünen Farben zugehört, und …re Färbung erhält daher ein immer reineres Grün, je dicker sie wer…en. Von dieser Art sind grüne Gläser, grüne Auflösungen von Kupfer, Nickel u. s. w. Sie verschlucken beide Enden des Farben…bildes mit großer Kraft, jedoch mehr das rothe, wenn die Färbung …ch zum Blau hinneigt, das Violett, wenn sie gelblich ausfällt. Außer diesen sind diejenigen Mittel merkwürdig, bei denen zwei Maxima vorkommen; diese kann man zweifärbig (dichromatisch) …nnen, da sie wirklich zwei unterschiedene Farben besitzen. Bei den meisten derselben ist das grüne Maximum geringer als das rothe, und die grüne Farbe verliert daher durch die Vermehrung der Dicke …n Reinheit und geht durch eine schwarzgelbe Färbung in Roth über, …gleich dieß nicht immer der Fall ist. Beispiele sind: das salzsaure …rom, Auflösung von Saftgrün, mangansaure Pottasche, alkali…scher Aufguß der Blumenblätter der Paeonia officinalis und vieler …dern rothen Blumen, so wie auch Mischungen von rothen, blauen und grünen Mitteln.

500. Blaue Mittel lassen eine große Verschiedenheit zu und …nd im Allgemeinen immer zweifarbig, indem ihre Darstellungen zwei oder sogar mehr Minima besitzen; allein ihr unterscheidendes Kennzeichen ist eine starke Verschluckung der hellen rothen und grü…nen Strahlen, und eine schwache Wirkung auf die stärker brechba…ren Theile des Farbenbildes. Unter denjenigen, deren Verschluckungs…kraft regelmäßig und schnell vom Violett nach dem Roth zu zu wach…sen scheint, befinden sich die blauen Kupferauflösungen. Das beste Beispiel ist die schöne blaue Flüssigkeit, die durch Uebersättigung des schwefelsauren Kupfers mit kohlensaurem Ammoniak entsteht. Es …eint, als ob der äußerste violette Strahl die Fähigkeit besitzt, durch …e noch so große Dicke dieses Mittels hindurchzugehen, und diese Eigenschaft, verbunden mit der unveränderlichen Natur dieser Auf…lösung, nebst der Leichtigkeit ihrer Bereitung, giebt ihr einen großen Werth in optischen Untersuchungen. Ein Gefäß, oder eine Röhre

von einigen Zoll Länge, die an den Enden mit Glasplatten verschlossen und mit dieser Flüssigkeit gefüllt ist, ist das beste Hülfsmittel, um Versuche über die violetten Strahlen anzustellen. Oxalsaurer Ammoniak-Nickel läßt die blauen und äußersten rothen Strahlen durch, hält aber die violetten auf.

501. Purpurne Mittel wirken dadurch, daß sie den mittlern Theil des Farbenbildes aufhalten, und sind daher immer dichromatisch, indem die letzte Färbung derselben theils roth, theils violett ausfällt. Beispiele sind: Infusion von Flechten, purpurnes, pflaumenfarbenes und carmoisinrothes Glas, saure und alkalinische Auflösungen von Kobalt u. s. w. Man kann dieselben rothpurpurfarbene und violettpurpurfarbene nennen, je nachdem ihre letzte Färbung ausfällt.

502. Bei den Verbindungen der verschiedenen Mittel ist der zuletzt durchgelassene Strahl der Rest, der durch die Wirkung aller einzelnen übrigbleibt; sind x, y, z die Durchsichtigkeitsverhältnisse verschiedener Mittel für irgend einen Strahl C des Spectrum, r, s, t ihre Dicken, so ist der durchgelassene Theil dieses Strahls $= C.x^r.y^s.z^t$, und der Rest von einem Strahl weißen Lichts (wenn man voraussetzt, daß nichts durch die Zurückwerfung an den Oberflächen verloren geht), nachdem er der verschluckenden Kraft aller Mittel unterworfen gewesen ist, wird

$$C.x^r.y^s.z^t + C'.x'^r.y'^s.z'^t + \ldots\ldots$$

Dieser Ausdruck zeigt, daß es ganz gleichgültig ist, in welcher Ordnung die Mittel auf einander folgen. Man kann sie daher auch vermischen, wenn nur keine chemische Zersetzung stattfindet. Man kann also durch eine ähnliche Construction, durch welche die erste Darstellung aus der das weiße Licht bezeichnenden graden Linie entstand, eine zweite aus der ersten ableiten u. s. w. Auf diese Art erhält man eine unendliche Verschiedenheit von Darstellungen, die eben so viel entsprechende Färbungen besitzen.

503. Dieser Umstand gewährt uns ein Hülfsmittel, verschiedene Strahlen in ziemlicher Reinheit darzustellen. Verbindet man z. B. mit dem schon erwähnten Glase von blauer Smalte irgend ein braunes oder rothes Glas von ziemlich dunkler Farbe und hinlänglicher Reinheit, so erhält man eine Zusammensetzung, die für alle Strahlen, die äußersten rothen ausgenommen, völlig undurchdringlich ist, und die Brechbarkeit dieses Strahls ist so genau bestimmt,

Dr. Brewster in den Edinburgh Philosophical Transactions vol. IX. aufgestellt, und dieselben Schlüsse scheinen auch aus andern Versuchen zu folgen, die in demselben Bande bekannt gemacht sind. Dieser Lehre zufolge würde das Farbenbild wenigstens aus drei unterschiedenen Farbenbildern von verschiedenen Farben bestehen, in dem die rothen, gelben und blauen Strahlen auf einander fallen, und jedes ein Maximum von Intensität an denjenigen Stellen besitzt, wo das zusammengesetzte Spectrum den stärksten Glanz dieser Farbe zeigt.

507. Man muß jedoch bekennen, daß diese Lehre nicht ganz ohne Einwürfe stehen kann, einer der stärksten läßt sich aus dem sonderbaren, zuweilen vorkommenden Zustand des Sehens herleiten, bei denen die damit behafteten Personen bloß zwei Farben, im Allgemeinen Gelb und Blau unterscheiden, und zwar nicht bloß etwa bei den gewöhnlich zusammengesetzten Farben der Mahler, sondern bei optischen Färbungen. Wir haben sehr aufmerksam einen ausgezeichneten Optiker befragt, dessen Augen (oder eigentlich nur Ein Auge, da er das andere zufällig verloren hatte) diese besondere Eigenschaft besaßen, und haben uns überzeugt, daß, der gewöhnlichen Meinung zuwider, alle prismatischen Strahlen die Kraft haben, das Gefühl von Licht hervorzubringen, so daß ein vollkommen deutliches Sehen entsteht. Die Ursache des Fehlers liegt also nicht in einer Unempfindlichkeit der Nerven der Netzhaut gegen Strahlen von gewisser Brechbarkeit, noch an irgend einer färbenden Materie in den Feuchtigkeiten des Auges, die gewisse Strahlen aufhalten, daß sie die Netzhaut nicht erreichen (wie man wohl angenommen hatte), sondern im Sensorium selbst, und vermöge dieses Fehlers kann dasselbe nicht genau die Unterschiede bemerken, durch welche die Farben sich vor einander auszeichnen. Das Folgende enthält die Resultate einer Reihe von Versuchen, bei denen nach und nach verschiedene optische Färbungen vermittelst des polarisirten Lichts hervorgebracht, indem dasselbe durch ein in geneigter Lage befindliches Glimmerblättchen hindurchging, und seinem Urtheil unterworfen wurde. Bei jedem Versuch befanden sich zwei gleichförmig gefärbte kreisförmige Flächen neben einander, welche Complementärfarben enthielten (d. h. solche, deren zusammengenommenes Licht Weiß giebt, und die Resultate seines Urtheils sind hier mit seinen eigenen Worten wiedergegeben.

[redacted]

[redacted] gewöhnlichen	Farben, wie sie von der erwähnten Person benannt wurden		Neigung des Glimmers gegen das Auge
[redacted] Kreis	Linker Kreis	Rechter Kreis	
[redacted] Roth	Beide von gleicher Farbe, gefärbt als der außen bedeckte Himmel	und zwar eben so wenig befindliche mit Wolken be-	89° 5
[redacted]	Beide dunkler als vorher, Farbe sichtbar	aber eben so wenig eine	85° 0
[redacted] Grün, etwas ins [redacted] übergehend	Sehr blasses Blau	Sehr blasses Blau	81° 1
	Gelb	Blau, besser als vorher	76° 3
[redacted] Carmoisin	Gelb	Blau, noch besser, aber immer noch keine vollen Farb.	74.9
[redacted] Ziegelroth	Blau	Gelb, die Farben nicht so schön als die letztern	72.8
[redacted]	Blau	Gelb	71.7
	Beide Farben werden Farbe eines vergoldeten	schön, das Gelbe hat die Gemälderahmens	

Dr. Brewster in den Edinburgh Philosophical Transactions vol. IX aufgestellt, und dieselben Schlüsse scheinen auch aus andern Versuchen zu folgen, die in demselben Bande bekannt gemacht sind. Dieser Lehre zufolge würde das Farbenbild wenigstens aus drei unterschiedenen Farbenbildern von verschiedenen Farben bestehen, in denen die rothen, gelben und blauen Strahlen auf einander fallen, und jedes ein Maximum von Intensität an denjenigen Stellen besitzt, wo das zusammengesetzte Spectrum den stärksten Glanz dieser Farbe zeigt.

507. Man muß jedoch bekennen, daß diese Lehre nicht ganz ohne Einwürfe stehen kann, einer der stärksten läßt sich aus dem wunderbaren, zuweilen vorkommenden Zustand des Sehens herleiten, bei denen die damit behafteten Personen bloß zwei Farben, im Allgemeinen Gelb und Blau unterscheiden, und zwar nicht bloß etwa bei den gewöhnlich zusammengesetzten Farben der Mahler, sondern bei optischen Färbungen. Wir haben sehr aufmerksam einen ausgezeichneten Optiker befragt, dessen Augen (oder eigentlich nur ein Auge, da er das andere zufällig verloren hatte) diese besondere Eigenschaft besaßen, und haben uns überzeugt, daß, der gewöhnlichen Meinung zuwider, alle prismatischen Strahlen die Kraft haben, das Gefühl von Licht hervorzubringen, so daß ein vollkommen deutliches Sehen entsteht. Die Ursache des Fehlers liegt also nicht in einer Unempfindlichkeit der Nerven der Netzhaut gegen Strahlen von gewisser Brechbarkeit, noch an irgend einer färbenden Materie in den Feuchtigkeiten des Auges, die gewisse Strahlen aufhalten, daß sie die Netzhaut nicht erreichen (wie man wohl angenommen hatte), sondern im Sensorium selbst, und vermöge dieses Fehlers kann dasselbe nicht genau die Unterschiede bemerken, durch welche die Farben sich vor einander auszeichnen. Das Folgende enthält die Resultate einer Reihe von Versuchen, bei denen nach und nach verschiedene optische Färbungen vermittelst des polarisirten Lichts hervorgebracht, indem dasselbe durch ein in geneigter Lage befindliches Glimmerblättchen hindurchging, und seinem Urtheil unterworfen wurde. Bei jedem Versuch befanden sich zwei gleichförmig gefärbte kreisförmige Flächen neben einander, welche Complementärfarben enthielten (d. h. solche, deren zusammengenommenes Licht Weiß giebt, und die Resultate seines Urtheils sind hier mit seinen eigenen Worten wiedergegeben.

Farben nach dem Urtheil eines gewöhnlichen Auges		Farben, wie sie von der erwähnten Person benannt wurden		Neigung des Glimmers gegen das Auge
Linker Kreis	Rechter Kreis	Linker Kreis	Rechter Kreis	
Blaßgrün	Sehr blasses Roth	Beide von gleicher Farbe, gefärbt als der außen bedeckte Himmel	und zwar eben so wenig findliche mit Wolken be-	89° 5
Schmutzigweiß	Ebenfalls	Beide dunkler als vorher, Farbe sichtbar	aber eben so wenig eine	85° 0
Schönes Blaßroth	Schönes Grün, etwas ins Bläuliche übergehend	Sehr blasses Blau	Sehr blasses Blau	81° 1
Weiß	Weiß	Gelb	Blau, besser als vorher	76° 3
Schönes Grasgrün	Schönes Carmoisin	Gelb	Blau, noch besser, aber immer noch keine vollen Farb.	74.9
Schwaches Blaugrün	Blasses Ziegelroth	Blau	Gelb, die Farben nicht so schön als die letztern	72.8
Purpurroth, etwas schwach	Blaßgelb	Blau	Gelb	71.7
		Beide Farben werden Farbe eines vergoldeten	schön, das Gelbe hat die Gemälderahmens	

Schönes

cher die Grade der Intensität jeder einfachen Farbe durch die Zahlen 1, 2, 3 bis 12 ausgedrückt werden, wo 1 den niedrigsten Grad derselben andeutet, der so eben fähig ist, eine Färbung zu ändern, und 12 die volle Stärke, die die Farbe erreichen kann, oder die ganze Menge derselben, die sich im weißen Licht befindet. So bezeichnet r^{12} ein volles Roth von der glänzendsten und reinsten Farbe, y^{12} das glänzendste Gelb, b^{12} das glänzendste Blau. Um gemischte Farben anzudeuten, verbindet er die Symbole der verschiedenen Ingredienzien. So bezeichnet $r^{12} y^4$, oder bequemer $12r + 4y$ ein Roth, welches stark in Orange übergeht, wie die Farbe eines Kohlenfeuers.

510. Die vorgeschlagene Skale ist bequem und vollkommen, insofern sie diejenigen Farben betrifft, die er vollkommener nennt, welche aus weißem Licht dadurch entstehen, daß man einige oder mehrere verhältnißmäßige Theile der Elementarstrahlen von denselben wegnimmt; allein eine leichte Veränderung seines Systems macht es auf alle Farben anwendbar, und man kann es folgendermaßen darstellen. Es sey 100 die Fundamentalstärke jeder primitiven Farbe, oder die Anzahl der Strahlen dieser Farbe (alle als gleich stark leuchtend betrachtet), welche, wenn sie auf ein Blatt weißes Papier, oder eine andere vollkommen neutrale Oberfläche (d. h. eine solche, die alle Strahlen mit gleicher Kraft zurückwirft) fallen, eine vollkommene Farbe in der Art hervorbringen, und wir wollen durch einen Ausdruck wie $xR + yY + zB$ die Farbe bezeichnen, welche durch x rothe, y gelbe und z blaue Strahlen entsteht, die zugleich auf diese Oberfläche fallen. Es ist dann klar, daß die verschiedenen numerischen Werthe, welche man x, y, z zwischen 1 und 100 beilegen kann, verschiedene Symbole von Farben geben, deren Anzahl $100 . 100 . 100 = 1000000$ beträgt, und also rücksichtlich der Ausdehnung völlig hinlänglich ist, um alle Verschiedenheiten von Farben, die das Auge unterscheiden kann, anzugeben. Die Anzahl der Farben, die von den römischen Künstlern in der Mosaik unterschieden wurden, beträgt 30,000; allein wenn wir auch die in der Natur vorkommende Anzahl der Farben zehnfach größer annehmen (und es ist einleuchtend, daß diese viel größer seyn muß, als diejenige, welche die Maler zu ihren Zwecken gebrauchen), so befinden wir uns noch sehr innerhalb der Gränzen unserer Skale. Wir haben nur zu untersuchen, wie die Farben

508. Man änderte nun die Versuche, und ließ ihm den Ap parat selbst so stellen, daß der Unterschied der Farben in beide Kreisen für ihn am auffallendsten wurde. Die Resultate ware folgende:

Die Farben nach dem Urtheil eines gewöhnlichen Auges		Die Farben, wie sie von der Person benannt wurden		Neigung des Glimmers gegen das Auge
Linker Kreis	Rechter Kreis	Linker Kreis	Rechter Kreis	
Blaßroth	Blaugrün	Gelb	Blau	69.1
Blaugrün	Blaßroth	Blau	Gelb	65.3
Gelb	Blau	Gelb	Blau	63.1
Weiß	Feuriges Orange	Blau	Gelb	61.1
Blasses Ziegelroth	Weiß	Gelb	Blau	58.5
Dunkelblau	Blaßgelb	Blau	Gelb	54.2
Gelb	Dunkelblau	Gelb	Blau	52.1

Es scheint hieraus zu folgen, daß die Augen der in Red stehenden Person nur blaue und gelbe Farben zu unterscheiden ver mochten, und daß diese Namen bei seiner Benennungsart den meh und weniger brechbaren Farben im Allgemeinen entsprechen, inden alle erstern das Gefühl von blauer Farbe, die letztern die Empfin dung von gelber Farbe hervorbringen. Man hat auch Beispiel von Personen, die außerdem ganz gut sahen, aber jeder Empfin dung von Farbe beraubt waren, indem sie die verschiedenen Färbun gen nur durch heller und dunkler unterschieden; allein dieser Fa kommt wahrscheinlich nur sehr selten vor.

509. Mayer betrachtet in einer Abhandlung (de colorun affinitate, opera inedita 1775) alle Farben als aus drei fun damentalen, Roth, Gelb und Blau, entstanden; indem er Weiß al eine neutrale Mischung von Strahlen von allen Farben, un Schwarz als ein bloßes Nichtdaseyn des Lichts ansieht. Wäre un daher eine Methode bekannt, Farben nach bloßen Zahlenverhältnis sen zu vermischen, so könnte man dieser Meinung zufolge ein Skale bilden, auf welche jede vorgelegte Farbe bezogen werde könnte. Er schlägt vor eine solche Skale zu verfertigen, in wel

514. Die verschiedenen Arten von Braun sind jedoch an sich dunkle Farben, und bringen ihre Wirkung nur durch den Contrast hervor, den sie mit den in der Umgebung befindlichen hellern Farben bilden. Um Braun hervorzubringen, vermischt der Maler Schwarz und Gelb oder Schwarz und Roth (d. h. ein solches unreines Roth, wie die Pigmente gewöhnlich enthalten), oder auch alle drei Farben; sein Zweck ist, das Licht zu schwächen und nur einen Rest von Farbe übrig zu lassen. Es giebt ein braunes Glas, welches bei den neuern Prachtfenstern sehr gewöhnlich vorkommt. Untersucht man dasselbe mit dem Prisma, so zeigt sich, daß es rothe, gelbe und orange Strahlen im Ueberfluß durchläßt, wenig grüne und gar keine reinen blauen. Die geringe Menge von Blau, welches in seiner Farbe enthalten ist, muß daher als ein Theil des Grün betrachtet werden (unter dieser Ansicht der Zusammensetzung der Farben), und das Symbol desselben kann daher von der Form 10R + 9 Y + 1B, d. h. (9 R + 8Y) + (R + Y + B) seyn; es ist daher ein Orange vom Character 9R + 8Y, nebst einem weißen Strahl. Man muß jedoch bemerken, daß die Zusammensetzung der braunen Farben in Mayers System die am wenigsten genügende ist. Er ist selbst darüber ohne weitere Bemerkung hingegangen.

515. Verbindungen von Roth und Blau, und ihre Vermischungen mit Weiß bilden alle Verschiedenheiten von Carmoisin, Purpurroth, Violett, Rosenroth, Blaßroth. Das dunklere Purpurroth ist völlig frei von Gelb. Vergleicht man das prismatische Violett mit Dunkelblau, so bringt es einen merklichen Eindruck von Roth hervor, und muß daher bei dieser Voraussetzung als eine Mischung von blauen und rothen Strahlen betrachtet werden.

516. Blau und Gelb geben mit einander vermischt Grün. Das so entstehende Grün ist lebhaft und voll, und wenn die gehörigen Verhältnisse der elementaren Farben angewendet werden, so kann dasselbe auf keine Weise vom prismatischen Grün unterschieden werden. Nichts ist auffallender und sogar überraschender als die Wirkung der Mischung von gelbem und blauem Pulver, oder der Anblick eines mit nahe an einander gezogenen, abwechselnd blauen und gelben Linien bedeckten Papiers. Die elementaren Farben verschwinden völlig, und lassen sich sogar nicht durch die Einbildungskraft zurückrufen. Eine der merkwürdigsten Thatsachen zu Gunsten der Meinung von drei Grundfarben, und der Möglichkeit,

selbst durch die verschiedenen Glieder unserer Skale ausgedrü
werden können.

511. Zuerst nehmen wir die weißen, grauen und neutral
Farben. Die vollkommensten neutralen Farben, welche in der Th
nichts Anderes sind, als eine größere oder geringere Intensität d
weißen Lichts, sind diejenigen, welche wir an den Wolken, an e
nem gewöhnlich bewölkten Tage, bemerken, wo zuweilen die Son
durchbricht. Vom dunkelsten Schatten an bis zu den schneeweiß
Cumuluswolken, die direct von der Sonne beschienen werden, h
ben wir bloß Abstufungen von Weiß und Grau, die durch sol
Verbindungen wie R + Y + B, 2R + 2Y + 2B, oder n(R +
+ B) ausgedrückt werden können, die wir der Kürze wegen dur
n W bezeichnen. Um uns hiervon zu überzeugen, brauchen w
nur durch eine inwendig geschwärzte Röhre, um den Einfluß d
umgebenden Gegenstände auf unser Urtheil zu verhüten, zu sehe
und jeder kleine Theil der schwärzesten Wolke, der auf diese A
isolirt ist, wird in keiner Hinsicht von einem auf ähnliche Wei
isolirten Stücke von weißem Papier, das mehr oder weniger b
schattet ist, verschieden seyn.

512. Die verschiedenen Intensitäten, von reinen rothen, ge
ben und blauen Farben, werden durch n R, n Y, n B bezeichne
Sie kommen selten in der Natur vor, allein Blut, frische Ve
goldung oder feuchtes Gummigutti und Ultramarin können hie
bei als Beispiel dienen. Scharlach und lebhaftes Roth, wie C
chenille und Mennige, sind mit einer Mischung von Gelb und s
gar Blau behaftet; denn alle primitiven Farben erhalten durch ei
Mischung mit Weiß einen stärkern Glanz, und wenn irgend ei
primitive Farbe sehr glänzend und lebhaft ist, so können wir übe
zeugt seyn, daß sie auf irgend eine Art mit Weiß vermischt i
Das Blau des Himmels ist Weiß, mit einer mäßigen Menge blau
Farbe.

513. Die Mischung von Roth und Gelb bringt alle Abst
fungen von Scharlach, Orange, und das dunklere Braun hervo
wenn es nur geringe Intensität besitzt. Wird noch Weiß hinzug
than, so erhalten wir die Farbe der Limonien, Strohfarbe, Lehm
farbe und alle helleren Arten von Braun; die zuletzt erwähnten Fa
ben werden dunkler und schwächer, wenn die Coefficienten klein
sind.

Young Roth, Grün, Violett als Grundfarben angenommen, und stellt zu Gunsten seiner Theorie die Thatsache auf, daß die vollkommenen Empfindungen von Gelb und Blau, das erstere durch eine Mischung von Roth und Grün, das letztere durch Grün und Violett hervorgebracht werden können. (Lectures on natural Philosophy p. 439.) Vermischen wir nun Gelb und Weiß im Verhältniß m Gelb + n Weiß, so wird die Zusammensetzung eine vollkommene Empfindung von Gelb geben, dafern nicht m gegen n sehr klein ist; nimmt man aber Weiß so zusammengesetzt an wie vorhin, so wird diese Zusammensetzung der Form

$$n R . \text{roth} + (m + n) Y \text{gelb} + n B . \text{blau}$$

gleichgeltend. Vermischen wir im Gegentheil P solcher rother Strahlen (jeden von der Intensität b) und Q solcher grünen Strahlen (von denen jeder aus Gelb von der Intensität f, und Blau von der Intensität h besteht), wie sie im vorigen Paragraph als im Spectrum vorhanden angenommeu wurden, so haben wir eine Verbindung von

$$P . b \text{ roth} + Q . f \text{ gelb} + Q . h \text{ blau};$$

und diese ist mit dem Vorigen identisch, wenn wir

$$nR = Pb; \; (m + n) \; Y = Qf; \; nB = Qh$$

annehmen. Eliminirt man Q aus den beiden letzten Gleichungen, so kommt

$$\frac{m}{n} = \frac{f}{h} . \frac{B}{Y} - 1$$

für die Relation zwischen m und n. Die einzigen Bedingungen, denen Genüge geleistet werden muß, sind nun, daß m positiv und nicht viel kleiner als n ist, und man sieht, daß diesen Bedingungen auf eine unendlich verschiedene Art Genüge geleistet werden kann, indem man das Verhältniß von f zu h gehöriger Maßen annimmt. Nehmen wir auf dieselbe Art eine Verbindung von m primitiven blauen Strahlen = B mit n weißen Strahlen = R + Y + B an, welche mit P Strahlen des prismatischen Grün und Q violetten Strahlen gleichgeltend seyn soll, so erhalten wir die Gleichung

$$\frac{m}{n} = \frac{1}{a} . \frac{R}{B} + \frac{h}{f} . \frac{Y}{B} - 1.$$

519. Wir wollen z. B. annehmen, daß das weiße Licht aus 20 primitiven rothen, 30 gelben und 50 blauen Strahlen bestünde,

daß es noch eine andere Zerlegungsart des Lichts giebt, als die ver mittelst des Prisma, ist die, daß man das prismatische Grün s genau durch eine Mischung von anliegenden Strahlen, die vo demselben sowohl der Farbe als der Brechbarkeit nach völlig ver schieden sind, hervorgebracht sieht.

517. Die Annahme von drei Grundfarben, aus denen all Farben des Spectrum in verschiedenen Verhältnissen zusammenge setzt sind, giebt eine einfache Erklärung eines von Newton beobach teten Phänomens, nämlich daß sich aus verschiedenen Mischungen de sieben Farben des Spectrum Farben darstellen lassen, die auf kein Art von einander zu unterscheiden sind. Wir können daher ohne Un terschied das weiße Licht so betrachten, als ob es zusammengesetzt wäre au

$R = a + b + c$ Strahlen von reinem Roth

$Y = d + e + f + g$ Strahlen von reinem Gelb

$B = h + i + k + l$ Strahlen von reinem Blau

oder auch folgendermaßen

b Strahlen, reines Roth $= R'$

$c + d$ Strahlen, Orange (c roth + d gelb) $= O$

e Strahlen, reines Gelb $= Y'$

$f + h$ Strahlen, Grün (f gelb + h blau) $= G'$

$g + i$ Strahlen, prismatisches Blau (g gelb + i blau) $= B$

k Strahlen, Dunkelblau $= I'$

$l + a$ Strahlen, Violett, (l blau + a roth) $= V'$

und jede Farbe, die sich durch $xR + yY + zB$ darstellen läßt, kan auch durch den Ausdruck

$$mR' + nO' + pY' + qG' + rB' + sI' + tV'$$

dargestellt werden, vorausgesetzt, daß wir m, n, p.... so anneh men, daß den Gleichungen

$$mb + nc + ta = x$$
$$nd + pe + qf + rg = y$$
$$qh + ri + sk + tl = z$$

genügt wird.

518. Aus dem so eben Gesagten wollen wir nun zeigen, da ohne von Mayer's Lehre auszugehen, man jede beliebige drei Far ben des Prisma als Grundfarben ansehen kann, aus denen sich all übrigen zusammensetzen lassen, vorausgesetzt, daß wir nur auf di daraus hervorgehende vorherrschende Färbung achten, und ihre Ver mischung mit Weiß unberücksichtigt lassen. So hat z. B. Dr

[illegible] Roth, Grün, Violett als Grundfarben angenommen, und [illegible] zu Gunsten seiner Theorie die Thatsache auf, daß die vollkommenen Empfindungen von Gelb und Blau, das erstere durch [illegible] Mischung von Roth und Grün, das letztere durch Grün und Violett hervorgebracht werden können. (Lectures on natural Philosophy p. 439.) Vermischen wir nun Gelb und Weiß im Verhältniß m Gelb + n Weiß, so wird die Zusammensetzung eine vollkommene Empfindung von Gelb geben, dafern nicht m gegen n sehr klein ist; nimmt man aber Weiß so zusammengesetzt an wie [illegible], so wird diese Zusammensetzung der Form

$$n\,R\,.\,\text{roth} + (m+n)\,Y\,\text{gelb} + n\,B\,.\,\text{blau}$$

gleichgeltend. Vermischen wir im Gegentheil P solcher rother Strahlen (jeden von der Intensität b) und Q solcher grünen Strahlen [illegible] denen jeder aus Gelb von der Intensität f, und Blau von der Intensität h besteht), wie sie im vorigen Paragraph als im Spectrum vorhanden angenommeu wurden, so haben wir eine Verbindung von

$$P\,.\,b\ \text{roth} + Q\,.\,f\ \text{gelb} + Q\,.\,h\ \text{blau};$$

und diese ist mit dem Vorigen identisch, wenn wir

$$nR = Pb;\ (m+n)\ Y = Qf;\ nB = Qh$$

annehmen. Eliminirt man Q aus den beiden letzten Gleichungen, so kommt

$$\frac{m}{n} = \frac{f}{h}\cdot\frac{B}{Y} - 1$$

für die Relation zwischen m und n. Die einzigen Bedingungen, denen Genüge geleistet werden muß, sind nun, daß m positiv und nicht viel kleiner als n ist, und man sieht, daß diesen Bedingungen auf eine unendlich verschiedene Art Genüge geleistet werden kann, indem man das Verhältniß von f zu h gehöriger Maßen annimmt. Nehmen wir auf dieselbe Art eine Verbindung von m primitiven blauen Strahlen = B mit n weißen Strahlen = R + Y + B an, welche mit P Strahlen des prismatischen Grün und Q violetten Strahlen gleichgeltend seyn soll, so erhalten wir die Gleichung

$$\frac{m}{n} = \frac{1}{a}\cdot\frac{R}{B} + \frac{h}{f}\cdot\frac{Y}{B} - 1.$$

519. Wir wollen z. B. annehmen, daß das weiße Licht aus 20 primitiven rothen, 30 gelben und 50 blauen Strahlen bestünde,

524. Man findet auf diese Art, daß allgemein

- Sodasalze ein starkes und rein homogenes Gelb geben.
- Pottaschensalze geben ein schönes blasses Violett.
- Kalksalze geben ein Ziegelroth, in dessen Farbenbild eine gelbe und eine glänzende grüne Linie erscheinen.
- Strontiansalze geben ein prächtiges Carmoisin. Untersucht man dasselbe durch das Prisma, so zeigen sich zwei Arten Gelb, von denen das eine stark ins Orange übergeht.
- Magnesiasalze geben keine Farbe.
- Lithionsalze geben Roth (nach den Versuchen, welche Dr. Turner mit dem Löthrohr anstellte).
- Barytsalze geben ein schönes blaßes Apfelgrün. Dieser Unterschied zwischen den Flammen des Baryt und des Strontian ist sehr merkwürdig.
- Kupfersalze geben ein schönes Grün oder Blaugrün.
- Eisensalze (Protoxyde) geben Weiß, wenn man schwefelsaures anwendet.

Von allen Salzarten sind die salzsauren Verbindungen wegen ihrer Flüchtigkeit am dienlichsten. Dieselben Farben zeigen sich ebenfalls, wenn irgend eines dieser Salze auf den Docht einer Spirituslampe gelegt wird. Gebraucht man gewöhnliches Salz, so hat Talbot gezeigt, daß das Licht der Flamme ein absolut homogenes Gelb ist, und da es zu gleicher Zeit sehr stark ausfällt, so ist es ein unschätzbares Hülfsmittel für optische Versuche, wegen der großen Leichtigkeit dasselbe zu erhalten, und wegen der immer stattfindenden [redacted]

Dritter Abschnitt.

Von den Theorien des Lichts.

525. Unter denjenigen Theorien, welche die Naturforscher aufgestellt haben, um die Lichterscheinungen zu erklären, haben vorzüglich zwei die Aufmerksamkeit auf sich gezogen; die eine wurde von Newton angegeben, und nach seinem berühmten Namen benannt; bei dieser nimmt man an, daß das Licht aus sehr kleinen materiellen Theilchen besteht, die von den leuchtenden Körpern mit der ungeheuern Geschwindigkeit, die das Licht besitzt, ausgeworfen werden, und auf welche die anziehenden und abstoßenden Kräfte wirken, die sich in den Körpern befinden, auf welche sie treffen, wodurch sie von ihrem gradlinigen Laufe abgelenkt, und nach den beobachteten Gesetzen zurückgeworfen und gebrochen werden. Die andere Hypothese ist die von Huygens, die ebenfalls dessen Namen führt; diese setzt voraus, daß das Licht so wie der Schall in Wellen oder Schlägen besteht, die durch ein elastisches Mittel fortgepflanzt werden. Dieses Mittel wird mit außerordentlicher Elasticität und Dünnheit begabt angenommen, so daß, obgleich es den ganzen Raum ausfüllt, doch der Bewegung der Kometen, Planeten u. s. w. kein merkliches Hinderniß entgegensetzt, welches ihre Bahnen stören könnte. Es durchdringt außerdem alle Körper, in denen es sich aber in verschiedenen Zuständen der Elasticität und der Dichtigkeit befindet, und hieraus ergiebt sich die Brechung und Zurückwerfung des Lichts. Diese beiden sind die einzigen *mechanischen* Theorien, welche aufgestellt worden sind. Es ist jedoch an andern Theorien kein Mangel, wie z. B. die des Professors Oerstedt, welcher in einem seiner Werke das Licht als eine Folge von elektrischen Funken, oder als eine Reihe von Zersetzungen und Verbindungen eines elektrischen Fluidum betrachtet, das in einem neutralen, oder im Gleichgewicht

befindlichen Zustande den ganzen Raum ausfüllt. Wir werden uns jedoch in diesem Abschnitt bloß auf die Newtonianische und Huygenianische Theorie beziehen, insofern sie sich auf die schon beschriebenen Erscheinungen anwenden lassen, und uns so auf die übrigen verwickeltern Zweige der Geschichte der Eigenschaften des Lichts vorbereiten, welche ohne Rücksicht auf Theorie schwerlich verstanden und kaum beschrieben werden können.

---

§. I. Von der Newtonianischen oder Corpusculartheorie des Lichts.

326. **Forderungssätze.** 1. Das Licht besteht aus materiellen Theilchen, die die Kraft der Trägheit besitzen, mit anziehenden und abstoßenden Kräften begabt sind, und von allen leuchtenden Körpern mit fast derselben Geschwindigkeit, die in einer Secunde ungefähr 200000 englische Meilen beträgt, ausgeworfen werden.

2. Diese Theilchen sind von einander verschieden rücksichtlich der Intensität der anziehenden und abstoßenden Kräfte, die sich in ihnen befinden, so wie auch der Verwandtschaft zu den andern Körpern in der Natur, und ihrer Massen oder der Trägheit.

3. Indem diese Theilchen die Netzhaut treffen, reizen sie dieselbe und bringen das Sehen hervor. Die Theilchen, deren Trägheit am größten ist, bringen die Empfindung von rother Farbe hervor; diejenigen, deren Trägheit am kleinsten ist, erregen die Em-

[redacted]

die innere Anziehung bewirkt die Brechung und die innere Zurückwerfung des Lichts.

5. Diese Kräfte haben verschiedene absolute Werthe oder Intensitäten, nicht bloß für alle verschiedenen materiellen Körper, sondern für jede verschiedene Art der Lichttheilchen, indem sie von der Natur der chemischen oder Wahlverwandtschaften sind, so daß daraus die verschiedene Brechbarkeit des Lichts hervorgeht.

6. Die Bewegung eines Lichttheilchens, welches der Wirkung dieser Kräfte unterworfen ist, so wie auch seine Geschwindigkeit, gehorcht denselben mechanischen Gesetzen, welchen die Bewegungen der gewöhnlichen Materie folgen, so daß daher jedes Theilchen eine Bahn beschreibt, die genau berechnet werden kann, sobald die wirkenden Kräfte bekannt sind.

7. Die Entfernung der einzelnen Körpertheilchen ist im Vergleich mit der Ausdehnung ihrer Wirkungssphäre auf die Lichttheilchen sehr gering.

8. Die Kräfte, welche die Zurückwerfung und die Brechung des Lichts hervorbringen, sind in allen meßbaren und merklichen Entfernungen von den Körpertheilchen, welche sie ausüben, völlig unmerklich.

9. Jedes Lichttheilchen gelangt während seines ganzen Weges durch den Raum in abwechselnd periodisch wiederkehrende Zustände, welche Newton Anwandlungen des leichtern Zurückwerfens und des leichtern Durchgangs nannte, vermöge deren (auf welche Art sie auch entstehen mögen, ob durch eine Axendrehung der Theilchen, und dem daraus hervorgehenden Abwenden und Zuwenden der anziehenden und abstoßenden Pole, oder aus irgend einer andern Ursache) sie in dem einen Zustande leichter den anziehenden, in dem andern Zustande leichter den abstoßenden Kräften gehorchen. Dieser sonderbare und feine Theil der Newtonianischen Lehre wird hernach ausführlicher untersucht werden.

527. Vermöge der siebenten und achten dieser Voraussetzungen sind wir in den Stand gesetzt, unter der Annahme von anziehenden oder abstoßenden Kräften die Bahn eines Lichttheilchens der mathematischen Rechnung zu unterwerfen; denn es ergiebt sich unmittelbar aus dem achten Satz, daß bis zur physischen Berührung des Lichttheilchens mit der Oberfläche eines Mittels dasselbe keiner merklichen Kraft unterworfen ist, und daher nicht merklich von der graden Linie abgelenkt

wird; auf der andern Seite wird es, sobald dasselbe eine merklich Tiefe unterhalb der Oberfläche erreicht hat, vermöge des siebente Satzes, von den Körpertheilchen nach allen Richtungen gleich sta angezogen oder abgestoßen, so daß es sich in einer graden Linie fortb wegt, als ob gar keine Kraft vorhanden wäre. Bloß in der unmerkliche Weite, die dem Durchmesser der Wirkungssphäre der Körpertheilche gleich ist, wird daher die vollständige Biegung des Strahls vor si gehen. Seine Bahn kann als eine Art von hyperbolischer Curv angesehen werden, von welcher die graden Linien, welche das Lichttheil chen beschreibt, ehe es die Oberfläche erreicht, und nachdem es si merklich von der Oberfläche wieder entfernt hat, die beiden ins Un endliche gehenden Zweige ausmachen, und mit ihrer Asymptote zusam menfallen; das gekrümmte Stück derselben zieht sich in einen Punk zusammen. Bei der Erklärung der Erscheinungen der Brechung un der Zurückwerfung des Lichts brauchen wir nicht die Natur diese krummen Linie zu betrachten, welche, da sie von dem Gesetz de Anziehung des Körpers abhängt, sehr verwickelt seyn würde. Alle was wir zu berücksichtigen haben, ist die Richtung des Strahl welche derselbe zuletzt annimmt, nachdem derselbe auf die Fläch gefallen ist, und die Aenderung seiner Geschwindigkeit, wenn ein stattfindet.

528. Wir wollen nun die Bewegung eines Lichttheilchens un tersuchen, auf welches durch die vereinigten Anziehungen oder Abst ßungen aller Theilchen eines Mittels nach irgend einem mathemati schen Gesetz eine Wirkung hervorgebracht wird. Zuerst ist es einleuch tend, daß wenn die Oberfläche als völlig eben betrachtet wird, un die Anzahl der Theilchen, welche eine Anziehung oder Abstoßung au üben, unendlich groß ist, so wird die Mittelkraft aller dieser einzelne Kräfte senkrecht auf der Oberfläche stehen, und in allen meßbare Entfernungen von der Oberfläche unmerklich seyn, vorausgesetzt, da die Elementarkräfte jedes Theilchens schnell genug mit der Entfe nung abnehmen. Es seyen nun x und y die Coordinaten des Lich theilchens zu irgend einer Zeit, indem man annimmt, daß die Eben der x und y mit der der Bahn zusammenfällt, da es keine Kraft gieb die dasselbe aus dieser Ebene bringen kann, und die daher senkrec auf der Oberfläche des Mittels steht, in welcher x liegen soll; dan ist y die senkrechte Entfernung des Lichttheilchens von der Oberfläch und Y, welches eine sehr schnell abnehmende Function von y ist, kan

die Kraft bedeuten, welche dasselbe nach der Oberfläche treibt, wenn sich das Lichttheilchen außerhalb des Mittels befindet, oder abwärts von derselben, wenn sich das Lichttheilchen innerhalb befindet. Bezeichnet man dann durch dt das Element der Zeit, so hat man den Grundsätzen der Dynamik zufolge folgende Gleichungen der Bewegung:

$$\frac{ddx}{dt^2} = 0; \quad \frac{ddy}{dt^2} + Y = 0 \qquad (a)$$

Multiplicirt man die erste mit dx, die zweite mit dy, addirt und integrirt dann, so kommt

$$\frac{dx^2 + dy^2}{dt^2} + 2\int Y dy = \text{Const.}$$

Ist nun v die Geschwindigkeit des Lichttheilchens, so hat man

$$vv = \frac{dx^2 + dy^2}{dt^2}$$

folglich wird aus voriger Gleichung diese

$$vv = \text{Const} - 2\int Y dy.$$

Wir haben jedoch es hier nur mit der endlichen Geschwindigkeit zu thun, oder mit derjenigen, welche das Licht erlangt, nachdem es die ganze Wirkung des Mittels erlitten hat; setzen wir daher V = seiner Anfangsgeschwindigkeit, und V′ = seiner Endgeschwindigkeit, so haben wir, indem wir das Integral vom Anfang bis zum Ende, d. h. von $y = y_0$ bis $y = y_1$ ausdehnen,

$$V'^2 - V^2 = -2\int Y dy. \qquad (b)$$

Da y_0 und y_1 unendlich groß angenommen werden, und da der Voraussetzung nach die Function Y mit solcher Schnelligkeit abnimmt, daß ihr Werth für alle merklichen Werthe von y Null wird, so ist es einleuchtend, daß wir $y_0 = +\infty$ für die erste Gränze des Integrals in allen Fällen annehmen können. Rücksichtlich der andern Gränze haben wir zwei Hauptfälle zu unterscheiden.

529. Der erste Fall ist der der Zurückwerfung, wo der Strahl vermöge des Uebergewichts der abstoßenden Kraft zurückgelenkt wird, und seinen ganzen Weg außerhalb des brechenden Mittels zurücklegt. Es kommt nicht darauf an, ob dieß geschieht, ehe er die Oberfläche trifft, oder dann, wenn er sie erreicht, oder sogar erst, nachdem er etwas in das Mittel eingedrungen ist. Lösen wir nun in diesem Fall das Integral $\int Y dy$ in seine Elemente auf, so können diese, während sich das Lichttheilchen dem Körper nähert, folgendermaßen dargestellt werden:

$$\text{etc.} + Y'.(-dy) + Y''.(-dy) + Y'''.(-dy) + \text{etc.}$$

Bei dem Zurückgehen des Lichttheilchens wachsen aber die Werth von y eben wieder so, als sie vorher abnahmen, und werden mi den vorigen identisch; die Werthe von Y, welche den auf einander fol genden Werthen von y entsprechen, Y′, Y″ u. s. w., bleiben der Ar und Größe nach dieselben; die entsprechenden Elemente des Integrals werden daher bei dem Zurückgehen

$$\text{etc.} + Y'.(+dy) + Y''.(+dy) + Y'''.(+dy) + \text{etc.}$$

so daß, wenn man beide verbindet, das erste das letzte völlig auf hebt und $\int Y\,dy = 0$ giebt, wenn es von einem Ende der Bahn zum andern ausgedehnt wird. Wir haben daher für die Zurück werfung

$$V'^2 - V^2 = 0\,,\ V' = V.$$

530. Der zweite Fall ist derjenige, bei welchem der ganze Weg des Strahls, nachdem er die Oberfläche getroffen hat, innerhalb des Mittels liegt; dieß ist der Fall bei der Brechung. Hier sind vor dem Einfall alle Werthe von y positiv, nachher negativ; außerdem findet die Aenderung des Vorzeichens von dy, welche bei der Zurückwerfung geschah, hierbei nicht statt. Es muß daher $\int Y\,dy$ von $+\infty$ bis $-\infty$ genommen werden, und sein Werth wird nicht Null (da die Function Y so schnell abnimmt), sondern erhält einen endlichen Werth. Dieser kann nur von den arbiträren Größen abhängen, die in der Zusammensetzung von Y vorkommen, oder mit andern Worten, von der Natur des Mittels und des Strahls, aber nicht von den Constanten, welche die Richtung des Strahls gegen die Ober fläche bestimmen (seine Neigung und die Lage der Einfallsebene).

[redacted]

532. Wir wollen nun die Richtung des Strahls nach der Beugung betrachten. Hierzu sey θ der Winkel, den seine Bahn in jedem Augenblick mit einer auf der Oberfläche errichteten senkrechten Linie macht; dann wird $\sin\theta = \frac{dx}{ds}$, indem ds für das Element des Bogens $\sqrt{dx^2 + dy^2}$ setzt. Integriren wir nun die Gleichung $\frac{d^2x}{dt^2} = 0$ einmal, so kommt $\frac{dx}{dt} = c$, und $dx = c\,dt$, also $\sin\theta = \frac{c\,dt}{ds}$. Es ist aber $v = \frac{ds}{dt}$, folglich $\sin\theta = \frac{c}{v}$. Es seyen nun θ_0, θ_1 der Anfangswerth und der Endwerth von θ, d. h. der Einfallswinkel und Zurückwerfungswinkel oder Brechungswinkel des gradlinigen Stücks des Strahls, so erhalten wir

$$\sin\theta_0 = \frac{c}{V}, \ \sin\theta_1 = \frac{c}{V'},$$

und indem man die eine Gleichung durch die andere dividirt

$$\frac{\sin\theta_0}{\sin\theta_1} = \frac{V'}{V} = \mu.$$

Die Sinus der Einfallswinkel und Brechungswinkel oder Zurückwerfungswinkel stehen daher zu einander in einem constanten Verhältniß, nämlich dem umgekehrten Verhältniß der Geschwindigkeiten des Strahls vor und nach dem Einfallen.

533. Hierdurch sehen wir, daß die Newtonianische Hypothese den Fundamentalbedingungen der Brechung und Zurückwerfung Genüge leistet, ohne daß es nöthig wäre, Untersuchungen über das Gesetz der anziehenden und abstoßenden Kräfte anzustellen. Es können beliebig viel Abwechselungen von Anziehung und Abstoßung vorhanden seyn, und der zurückgeworfene oder gebrochene Strahl kann, ehe er von der Oberfläche fortgeht, eine Menge wellenförmige Wege machen; das Einzige, was hierbei erfordert wird, ist die außerordentlich schnelle Abnahme der Function Y, die die Kraft ausdrückt, ehe die Entfernung eine merkliche Größe erreicht hat.

534. Sind daher V und V′ die Geschwindigkeiten vor und nach dem Einfall des Strahls, μ das Brechungsverhältniß, so ist

$$V' : V = \mu : 1,$$

woraus man sieht, daß wenn ein Strahl aus einem dünnern Mit-

tel ins dichtere übergeht, die Geschwindigkeit vermehrt wird, und umgekehrt.

535. Außerdem haben wir noch

$$k = \frac{V'^2 - V^2}{V^2} = \left(\frac{V'}{V}\right)^2 - 1$$
$$= \mu\mu - 1 = \frac{2\int - Y dy}{VV}$$

Nehmen wir nun an, daß die Form der Function Y für alle Mittel dieselbe ist, und daß sie nur in der Stärke der Wirkung von einander aus folgenden Ursachen verschieden sind, erstens wegen der größern Dichtigkeit, vermöge welcher mehr Körpertheilchen in die Wirkungssphäre gebracht werden, und zweitens wegen einer größern oder geringern Affinität, oder Wirkungskraft jedes Körpertheilchens so können wir Y durch S. n. φ (y) darstellen, wo S das specifische Gewicht oder die Dichtigkeit, n die absolute brechende Kraft des Mittels, und φ (y) eine von den besondern Eigenschaften des Mittels unabhängige und für alle Körper gleiche Function bedeutet. Hieraus wird

$$\int - Y dy = S. n. \int - \varphi(y)\, dy = S. n. Const.$$

weil $\int - \varphi(y)\, dy$ von $y = +\infty$ bis $y = -\infty$ genommen, eine bestimmte numerische Constante seyn wird. Wir haben dann

$$n = \frac{\mu\mu - 1}{S} \cdot \frac{VV}{2 . Const}$$

wo μ das Brechungsverhältniß eines gegebenen Fundamentalstrahls aus dem leeren Raum ist; die Geschwindigkeit V des Strahls im leeren Raum ist ebenfalls bekannt, und eine constante Größe, so daß die absolute brechende Kraft des Mittels n dem Ausdruck

$$\frac{(\text{Brechungsverhältniß})^2 - 1}{\text{Specifisches Gewicht.}}$$

proportional ist. Dieß ist die Meinung Newtons von der brechenden Kraft eines Mittels, insofern dieselbe vom Brechungsverhältniß verschieden ist. Es bleibt jedoch immer etwas Hypothetisches, da die Aehnlichkeit der Form des Gesetzes eine bloße Hypothese ist, über die wir bloß sagen können, daß wir in dieser Rücksicht uns in der tiefsten Unwissenheit befinden. Eine Tafel der Werthe dieser brechenden Kräfte für verschiedene Mittel befindet sich unter der Sammlung von Tafeln zu Ende dieses Werks.

536. Das constante Verhältniß der Sinus der Einfallswi

kel und der Brechungswinkel ist hier durch directe Integration aus den Fundamentalformeln abgeleitet worden. Es giebt jedoch noch eine andere Methode, dieses wichtige Gesetz herzuleiten, welche freilich in diesem einfachen Fall mit mehr Umschweifen verbunden ist, allein besondere Vortheile in dem verwickeltern Fall der doppelten Brechung gewährt, und die wir hier auseinandersetzen wollen, um den Leser im Voraus mit ihren Gründen und Anwendungen bekannt zu machen. Sie besteht in dem Grundsatz, welcher in der Dynamik unter dem Namen des Grundsatzes der kleinsten Wirkung bekannt ist, vermöge dessen die Summe aller Producte aus den Elementen der Bahn in die zugehörigen Geschwindigkeiten (oder das Integral $\int v\,ds$) ein Minimum wird, wenn dieselbe zwischen zwei festen Punkten der Bahn genommen wird. Die von irgend einem Lichttheilchen beschriebene Bahn kann so angesehen werden, als ob sie aus zwei gradlinigen Stücken, oder hyperbolischen Aesten, die mit ihren Asymptoten zusammenfallen, und einem krummlinigen Stücke, dessen Ausdehnung unmerklich ist, bestünde. Innerhalb des letztern, als physischer Punkt zu betrachtenden Stücks geht die ganze Beugung des Strahls von Statten, wie complicirt sie auch seyn mag, und hier ist die Geschwindigkeit veränderlich. In den beiden Aesten ist sie gleichförmig. Es seyen nun A und B zwei feste Punkte in den letztern, die als Anfangspunkt und als Endpunkt eines Strahls angenommen werden, und C bezeichne den Punkt einer brechenden oder zurückwerfenden Oberfläche, wo die Beugung stattfindet. Man setze $AC = S$, $BC = S'$, und σ sey das sehr kleine krummlinige Stück des Strahls in C, und v die veränderliche Geschwindigkeit, womit dasselbe beschrieben wird; V und V′ seyen die in den Stücken S und S′ stattfindenden Geschwindigkeiten. Dann kann das Integral $\int v\,ds$ in die drei Theile $\int V\,dS + \int v\,\delta\sigma + \int V'\,dS'$ zerlegt werden. Von diesen ist der zweite völlig unmerklich, da σ so klein ist, und die andern beiden werden, da V und V′ constant sind, $VS + V'S'$.

537. Die Lage von C, rücksichtlich A und B, wird dann durch die Bedingung $VS + V'S' =$ einem Minimum bestimmt, indem A und B als fest und C als beliebig auf der Fläche veränderlich betrachtet werden. Im vorliegenden Fall sind nun, wie §. 529 und 530 gezeigt worden ist, die Geschwindigkeiten V und V′ vor und nach dem Einfall des Lichts von der Richtung des einfallenden und gebrochenen oder zurückgeworfenen Strahls, oder der Lage des Punktes

C unabhängig, und müssen daher in dieser Aufgabe als constant betrachtet werden, die auf diese Art eine rein geometrische wird. Es sind die Punkte A und B gegeben, man soll den Punkt C in einer Ebene so finden, daß V.AC + V'.BC, wo V, V' constant sind, ein Minimum wird. Nichts ist leichter als die Auflösung dieser Aufgabe. Es seyen a, b, c, a', b', c' die Coordinaten der beiden Punkte A und B, x, y, o die von C, indem man die gegebene Ebene für die der x, y annimmt. Dann muß

$$V.S + V'.S' = V.\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + cc} + V'.\sqrt{(x-a')^2 + (y-b')^2 + c'c'},$$

durch die von einander unabhängigen Veränderungen von x und y zu einem Minimum gemacht werden. Dieß giebt durch Differentiation:

$$\frac{V}{S}\left\{(a-x)\,dx + (b-y)\,dy\right\} + \frac{V'}{S'}\left\{(a'-x)\,dx + (b'-y)\,dy\right\} = o$$

und dieser Ausdruck muß Null werden, was für Werthe man auch den Größen dx, dy beilegt. Man hat daher besonders

$$\left.\begin{aligned} \frac{V}{S}(a-x) + \frac{V'}{S'}(a'-x) &= o \\ \frac{V}{S}(b-y) + \frac{V'}{S'}(b'-y) &= o \end{aligned}\right\} \quad (d)$$

Hieraus erhält man

$$\frac{S'}{S} = -\frac{V'}{V}\cdot\frac{a'-x}{a-x};$$

$$\frac{S'}{S} = -\frac{V'}{V}\cdot\frac{b'-y}{b-y};$$

setzt man beide Werthe einander gleich, so kommt:

$$(a'-x)(b-y) = (b'-y)(a-x);$$

oder wenn man wirklich multiplicirt und reducirt,

$$y = x.\frac{b-b'}{a-a'} + \frac{ab'-ba'}{a-a'};$$

folglich hierdurch

$$b'-y = \frac{b-b'}{a-a'}(a'-x).$$

Diese Gleichung giebt an, daß die beiden Stücke S und S' des Strahls vor und nach dem Einfall an der Oberfläche in C in einerlei

Ebene liegen, und daß diese Ebene auf der Oberfläche oder der Ebene der Coordinaten x und y senkrecht steht.

538. Nehmen wir die Gleichungen (d) wieder vor und bringen sie unter die Form

$$S'.(a-x) = -\frac{V'}{V}.S(a'-x),$$

$$S'.(b-y) = -\frac{V'}{V}.S.(b'-y),$$

quadriren dieselben und addiren sie dann, so erhalten wir folgenden Ausdruck:

$$S'^2.\left\{(a-x)^2+(b-y)^2\right\}$$
$$=\left(\frac{V'}{V}\right)^2.S^2\left\{(a'-x)^2+(b'-y)^2\right\}$$

Setzen wir nun den Einfallswinkel des Strahls $= \theta$, den Brechungswinkel $= \theta'$, so erhalten wir

$$\sin\theta = \frac{\sqrt{(a-x)^2+(b-y)^2}}{S}$$

$$\sin\theta' = \frac{\sqrt{(a'-x)^2+(b'-y)^2}}{S'},$$

so daß die vorige Gleichung der folgenden gleichgeltend ist.

$$\sin\theta = \frac{V'}{V}.\sin\theta'$$

welches dasselbe Resultat ist, als wir vorher erhalten haben.

539. Das Princip der kleinsten Wirkung hat uns im vorliegenden Fall einer Integration der Differentialgleichungen, welche die Bewegung des Lichttheilchens ausdrücken, überhoben, und seine Anwendbarkeit in dieser Rücksicht liegt in der bekannten Relation der Geschwindigkeiten V und V'. Diese Relation ist hier a priori gefunden worden; allein wäre sie auch durch Versuche ausgemacht gewesen, so wäre sie zu diesem Zweck nicht weniger anwendbar gewesen, und die Gesetze der Brechung und Zurückwerfung hätten sich auf dieselbe Art ausmitteln lassen. Nur der Unterschied würde stattfinden, daß im letztern Fall wir die Differentialgleichungen gar nicht anzuwenden, auch in keine Betrachtung über die auf das Lichttheilchen wirkenden Kräfte und die Art ihrer Wirkung einzugehen brauchten. Das Princip der kleinsten Wirkung giebt unabhängig von allen besondern Voraussetzungen über die Kräfte, welche die Biegung des

C unabhängig, und müssen daher in dieser Aufgabe als constant betrachtet werden, die auf diese Art eine rein geometrische wird. Es sind die Punkte A und B gegeben, man soll den Punkt C in einer Ebene so finden, daß V.AC + V'.BC, wo V, V' constant sind, ein Minimum wird. Nichts ist leichter als die Auflösung dieser Aufgabe. Es seyen a, b, c, a', b', c' die Coordinaten der beiden Punkte A und B, x, y, o die von C, indem man die gegebene Ebene für die der x, y annimmt. Dann muß

$$V.S + V'.S' = V.\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + cc}$$
$$+ V'.\sqrt{(x-a')^2 + (y-b')^2 + c'c'},$$

durch die von einander unabhängigen Veränderungen von x und y zu einem Minimum gemacht werden. Dieß giebt durch Differentiation:

$$\frac{V}{S}\left\{(a-x)\,dx + (b-y)\,dy\right\}$$
$$+\frac{V'}{S'}\left\{(a'-x)\,dx + (b'-y)\,dy\right\} = o$$

und dieser Ausdruck muß Null werden, was für Werthe man auch den Größen dx, dy beilegt. Man hat daher besonders

$$\left.\begin{array}{l}\frac{V}{S}(a-x) + \frac{V'}{S'}(a'-x) = o \\ \frac{V}{S}(b- \quad + \frac{V'}{S'}(b'-y) = o\end{array}\right\} \quad (d)$$

Hieraus erhält man

[redacted]

Ebene liegen, und daß diese Ebene auf der Oberfläche oder de[illegible] der Coordinaten x und y senkrecht steht.

538. Nehmen wir die Gleichungen (d) wieder vor und [illegible]gen sie unter die Form

$$S'.(a-x) = -\frac{V'}{V}.S(a'-x),$$

$$S'.(b-y) = -\frac{V'}{V}.S.(b'-y),$$

quadriren dieselben und addiren sie dann, so erhalten wir folgenden Ausdruck:

$$S'^2.\left\{(a-x)^2+(b-y)^2\right\}$$
$$=\left(\frac{V'}{V}\right)^2.S^2\left\{(a'-x)^2+(b'-y)^2\right\}$$

Setzen wir nun den Einfallswinkel des Strahls $=\theta$, den Brechungswinkel $=\theta'$, so erhalten wir

$$\sin\theta = \frac{\sqrt{(a-x)^2+(b-y)^2}}{S}$$

$$\sin\theta' = \frac{\sqrt{(a'-x)^2+(b'-y)^2}}{S'},$$

so daß die vorige Gleichung der folgenden gleichgeltend ist.

$$\sin\theta = \frac{V'}{V}.\sin\theta'$$

welches dasselbe Resultat ist, als wir vorher erhalten haben.

539. Das Princip der kleinsten Wirkung hat uns im vorliegenden Fall einer Integration der Differentialgleichungen, welche die Bewegung des Lichttheilchens ausdrücken, überhoben, und seine Anwendbarkeit in dieser Rücksicht liegt in der bekannten Relation der Geschwindigkeiten V und V'. Diese Relation ist hier a priori gefunden worden; allein wäre sie auch durch Versuche ausgemacht gewesen, so wäre sie zu diesem Zweck nicht weniger anwendbar gewesen, und die Gesetze der Brechung und Zurückwerfung hätten sich auf dieselbe Art ausmitteln lassen. Nur der Unterschied würde stattfinden, daß im letztern Fall wir die Differentialgleichungen gar nicht anzuwenden, auch in keine Betrachtung über die auf das Lichttheilchen wirkenden Kräfte und die Art ihrer Wirkung einzugehen brauchten. Das Princip der kleinsten Wirkung giebt unabhängig von allen besondern Voraussetzungen über die Kräfte, welche die Biegung des

digkeit habe, oder die abstoßenden Kräfte so schwach sind, in Vergleichung mit den anziehenden, daß ehe die senkrechte Geschwindigkeit aufgehoben ist, derselbe alle anziehenden und abstoßenden Schichten durchlaufen hat, und in die Gegend e gekommen ist, wo die Kräfte im Gleichgewicht sind, so fällt die übrige Bahn innerhalb des Mittels und ist gradlinig. Dieß ist der Fall der Zurückwerfung. In beiden Fällen kennen wir nur den zuletzt stattfindenden Weg, oder die Richtung des asymptotischen Zweiges a′B oder eB; von der Anzahl und Beschaffenheit der wellenförmigen Bewegungen zwischen a und a′ oder e wissen wir nichts.

542. Dieses ganze Raisonnement läßt sich ebenfalls auf die Bewegung eines Lichttheilchens an den Gränzen zweier Mittel anwenden, eben so wie bei der Gränze, die ein Mittel vom leeren Raum trennt. Nimmt man die Mollecules jedes Mittels als gleichförmig vertheilt, und nach allen Richtungen gleich stark wirkend an, so muß die Mittelkraft aller auf das Lichttheilchen wirkenden Kräfte auf der gemeinschaftlichen Oberfläche senkrecht stehen, und dieses allein wurde in der vorigen Theorie erfordert.

543. In der Corpusculartheorie versteht man unter einem Lichtstrahl eine ununterbrochene Reihe, oder einen Strom von Lichttheilchen, die sich alle mit gleicher Geschwindigkeit nach einer graden Linie bewegen, und einander nahe genug folgen, daß sie das Auge in einem immerwährenden Reiz erhalten, d. h. so schnell nach einander kommen, daß ehe die von dem einen hervorgebrachte Empfindung Zeit genug gehabt hat zu vergehen, schon ein anderes anlangt. Es hat sich aus Versuchen ergeben, daß um eine ununterbrochene Empfindung von Licht zu erregen, es hinreichend ist, einen augenblicklichen Blitz acht- bis zehnmal in einer Secunde zu wiederholen. Wird eine glühende Kohle an der Spitze eines brennenden Stabes so schnell im Kreise herumgedreht, daß sie die Peripherie des Kreises in einer Secunde acht- bis zehnmal durchläuft, so kann das Auge nicht mehr die Stelle des leuchtenden Körpers unterscheiden, und der ganze Kreis erscheint leuchtend. Dieß zeigt ganz deutlich, daß die auf der Netzhaut durch das Licht erregte Empfindung beinahe unveränderlich bleiben muß, bis der Eindruck bei der folgenden Drehung des leuchtenden Körpers sich wiederholt. Kann nun ein fortwährendes Sehen durch augenblickliche Eindrücke, die sich erst nach so großen Zeiträumen, als der zehnte Theil einer Secunde beträgt, wiederholen, her-

das eine eliminiren und die Coefficienten der beid... andern setzen. Dann erhalten wir zwei Gleichungen zwischen naten, welche mit der der Oberfläche verbunden sind, bestimmen, d. h. den Punkt C zu finden, an welchem der die Oberfläche treffen muß, damit er nach der daselbst stattfi Beugung in B anlangen möge; auf diese Art kann das Provie aller Allgemeinheit aufgelöst werden, sobald die Natur der Fu nen V und V′ bekannt ist. Wir kehren von dieser A zu der gewöhnlichen Brechung und Zurückwerfung zurück.

541. Wir wollen etwas näher untersuchen, in welche ein Strahl an den Umgebungen der Oberfläche gerathen kann. können dann annehmen, daß daselbst eine Reihe von Schich handen ist, in denen die anziehenden und abstoßenden Mollecules des Mittels abwechselnd vorherrschen. Ihre an beliebig, und irgend eine der beiden Arten muß die erste Dieses System von Schichten ist es eigentlich, welches als die fläche des Mittels angenommen werden muß. Es bewege sich nun ein Strahl Aa (Fig. 119) nach dem Mittel zu. Seine Bahn ist bis a gradlinig, wo er zuerst in die Wirkungssphäre des Mittels tritt. Ist die erste Schicht, die er antrifft, eine anziehende, so wird seine Bahn gegen die Oberfläche hohl wie ab, und die senkrecht auf die Oberfläche zerlegte Geschwindigkeit nimmt zu. In b möge sich die Kraft in eine abstoßende ändern, so hat die Bahn in b einen Wendungspunkt, und das Stück bc innerhalb dieser Schicht ist gegen die Oberfläche convex, während die senkrechte Geschwindigkeit vermindert wird. Aehnliche Umstände treten bei allen Abwechselungen ein. Wir wollen nun annehmen, daß indem der Strahl durch eine abstoßende Schicht geht, wie C, die Abstoßung so stark werde, oder die anfängliche Geschwindigkeit, mit welcher er sich der Oberfläche nähert, so klein sey, daß sie ganz aufgehoben wird. In diesem Fall bewegt sich der Strahl einen Augenblick in C parallel mit der Oberfläche; allein die fortwirkende abstoßende Kraft treibt ihn zurück, und da die Kräfte jetzt eben so beschaffen sind als vorher, nur aber in entgegengesetzter Richtung rücksichtlich der Bewegung des Lichttheilchens wirken, so beschreibt dasselbe einen ähnlichen Weg Cd′c′b′a′ A, welcher dem auf der andern Seite von C liegenden gleich ist. Dieß ist der Fall der Zurückwerfung. Nimmt man aber an, wie in Fig. 120, daß der Strahl eine solche Anfangsgeschwin-

digkeit habe, oder die abstoßenden Kräfte so schwach sind, in Vergleichung mit den anziehenden, daß ehe die senkrechte Geschwindigkeit aufgehoben ist, derselbe alle anziehenden und abstoßenden Schichten durchlaufen hat, und in die Gegend e gekommen ist, wo die Kräfte im Gleichgewicht sind, so fällt die übrige Bahn innerhalb des Mittels und ist gradlinig. Dieß ist der Fall der Zurückwerfung. In beiden Fällen kennen wir nur den zuletzt stattfindenden Weg, oder die Richtung des asymptotischen Zweiges a′B oder eB; von der Anzahl und Beschaffenheit der wellenförmigen Bewegungen zwischen a und a′ oder e wissen wir nichts.

542. Dieses ganze Raisonnement läßt sich ebenfalls auf die Bewegung eines Lichttheilchens an den Gränzen zweier Mittel anwenden, eben so wie bei der Gränze, die ein Mittel vom leeren Raum trennt. Nimmt man die Molecules jedes Mittels *als gleichförmig vertheilt, und nach allen Richtungen gleich stark wirkend an*, so muß die Mittelkraft aller auf das Lichttheilchen wirkenden Kräfte auf der gemeinschaftlichen Oberfläche senkrecht stehen, und dieses allein wurde in der vorigen Theorie erfordert.

543. In der Corpusculartheorie versteht man unter einem Lichtstrahl eine ununterbrochene Reihe, oder einen Strom von Lichttheilchen, die sich alle mit gleicher Geschwindigkeit nach einer graden Linie bewegen, und einander nahe genug folgen, daß sie das Auge in einem immerwährenden Reiz erhalten, d. h. so schnell nach einander kommen, daß ehe die von dem einen hervorgebrachte Empfindung Zeit genug gehabt hat zu vergehen, schon ein anderes anlangt. Es hat sich aus Versuchen ergeben, daß um eine ununterbrochene Em-

[redacted]

vorgebracht werden, so ist leicht einzusehen, daß die nzelne theilchen in einem Strahl nicht ohne Unterbrechung auf einan folgen brauchen, um ein fortwährendes Sehen zu erregen. D Geschwindigkeit beinahe 200,000 Meilen in einer Secunde be so können die einzelnen Lichttheilchen 1000 Meilen von einander fernt seyn, und doch treffen deren fast 200 in einer Secunde i Auge. Diese Betrachtung hebt alle Schwierigkeiten rü ihres Zusammentreffens im Raume, und es können unendlic Lichtstrahlen sich in demselben Punkt ohne Störung durchkreu vorzüglich wenn wir die geringe Größe berücksichtigen, die wir selben beilegen müssen, damit sie bei ihrer großen Geschwindigkeit unsere Gesichtsorgane nicht verletzen. Wäre das Gewicht eines Lichttheilchens nur ein Gran, so wird seine Kraft der einer mit 1000 Fuß Geschwindigkeit bewegten hundertundfunfzigpfündigen Kanonenkugel gleichkommen. Wie groß muß ihre Kleinheit seyn, da die Concentration von Millionen derselben durch Glaslinsen und Spiegel nie den kleinsten mechanischen Eindruck auf die feinsten Instrumente gemacht hat, indem man Versuche anstellte, um einen solchen Eindruck zu entdecken. (Man sehe Bennets Versuche, Philosophical Transactions 1792. Vol. LXXXII. p. 87.)

544. Fällt ein Lichtstrahl auf eine zurückwerfende oder eine brechende Oberfläche, so sollte man glauben, da sich alle Lichttheilchen mit gleicher Geschwindigkeit und in derselben graden Linie bewegen, daß dasjenige, was bei dem einen stattfindet, auch bei allen andern stattfinden müßte, und daß wenn eins zurückgeworfen wird, auch alle andern zurückgeworfen werden, während auf der andern Seite, wenn eins derselben in die Oberfläche eindringt, und seinen Weg völlig innerhalb des Mittels fortsetzt, alle andern dasselbe thun sollten. Dieß ist jedoch der Erfahrung zuwider, da, wenn ein Strahl auf eine Oberfläche fällt, nur ein Theil zurückgeworfen wird, und das übrige Licht in das Mittel eindringt. Keine Theorie kann genügend seyn, die ein solches Hauptfactum nicht erklärt. Die Newtonianische Theorie erklärt dasselbe durch die Anwandlungen des leichtern Zurückwerfens oder des leichtern Durchgehens. Um diese Erklärung zu verstehen, müssen wir auf den neunten Forderungssatz, §. 526 zurückgehen, und annehmen, daß zwei Lichttheilchen unter demselben Neigungswinkel die Oberfläche treffen, von denen das eine sich in der Anwandlung des leichtern Zurückwerfens, das andere sich

merkwürdige Umstand macht die in §. 535 geschehene Voraussetzung der Identität der Form von Y, oder φ (y), welche das Gesetz der Wirkung der Körpertheilchen auf das Licht ausdrückte, weniger unwahrscheinlich.

548. Um diese Erscheinungen durch Versuche nachzuweisen, nehme man ein Glasprisma mit einem sehr kleinen brechenden Winkel (z. B. einen halben Grad; fast jedes Stück Glas leistet hierzu gute Dienste, da sehr selten beide Seiten einander parallel sind) und indem man das Auge gehörig ganz nahe an dasselbe bringt, betrachte man das Bild eines Lichts, welches von der äußern, dem Auge nähern Oberfläche zurückgeworfen wird. Dieses ist von einem zweiten Bilde begleitet, welches von der andern Fläche zurückgeworfen ist, und beide Bilder haben fast gleiche Helligkeit, wenn der Einfallswinkel klein ist. Man bringe nun etwas Wasser, oder den nassen Finger, oder noch besser, eine schwarze feuchte Substanz an die hintere Fläche in der Stelle, wo die innere Zurückwerfung stattfindet, und das zweite Bild wird sogleich viel von seinem Glanz verlieren. Wendet man Olivenöl statt Wasser an, so ist die Verminderung des Lichts viel bedeutender, und klebt man warmes Pech dahinter, so verschwindet das zweite Bild völlig. Wendet man hingegen Materien an, die eine stärker brechende Kraft als Glas besitzen, so erscheint das zweite Bild wieder. So hat es bei Cassiaöl eine bedeutende Helligkeit, bei Schwefel kann es von demjenigen, welches von der ersten Oberfläche zurückgeworfen wird, nicht unterschieden werden, und wenden wir Quecksilber oder Amalgam an (wie bei einem foliirten Spiegel), so ist die Zurückwerfung an der dem Quecksilber und dem Glase gemeinschaftlichen Oberfläche viel stärker als an der vordern.

549. Die Aufhebung der Zurückwerfung an der Oberfläche zweier Mittel, die eine gleiche Brechungskraft besitzen, erklärt viele sonderbare Erscheinungen. Tauchen wir ein unregelmäßiges Stück eines farblosen durchsichtigen Körpers (z. B. Crownglas) in eine farblose Flüssigkeit, die dieselbe brechende Kraft hat, so wird es völlig unsichtbar. Denn da die Oberfläche nur durch die von ihr zurückgeworfenen Strahlen sichtbar ist, so braucht man nur die Zurückwerfung aufzuheben, und man sieht dieselbe nicht mehr, ausgenommen wenn sich eine undurchsichtige Stelle im Innern befände, welche die Strahlen zurückwerfen könnte, was wir hier nicht berücksichti-

für die Zurückwerfung und das Durchgehen unter sonst günstigen Umständen geneigter machen, die Kräfte zu erhöhen, die das eine hervorbringen, und die andern zu unterdrücken, aber nicht absolut ihre Zurückwerfung oder ihr Durchgehen unter allen Umständen bestimmen.

546. Von der Richtigkeit dieser Schlüsse kann man sich leicht durch Versuche überzeugen. Man hat beobachtet, daß die Zurückwerfung an der Oberfläche eines durchsichtigen (oder irgend eines andern) Mittels merklich stärker wird, wenn der Einfallswinkel wächst; allein an der äußern Oberfläche eines einzigen Mittels ist die Zurückwerfung nie vollständig, oder auch nur beinahe vollständig. Bei Glas z. B. geht auch bei der größten Schiefe eine große Menge von Licht in dasselbe hinein, und erleidet die Brechung. Bei undurchsichtigen Mitteln, z. B. polirten Metallen, findet dasselbe statt; die Zurückwerfung nimmt an Lebhaftigkeit mit dem Einfallswinkel zu, wird aber nie ganz oder beinahe vollständig. Der ganze Unterschied besteht darin, daß hier das eindringende Licht augenblicklich verschluckt und vernichtet wird.

547. Die Erscheinungen, welche dann stattfinden, wenn Licht an der gemeinschaftlichen Oberfläche zweier Mittel zurückgeworfen wird, sind grade diejenigen, welche man vermöge der vorhin auseinandergesetzten Theorie zu erwarten hat, einige Umstände ausgenommen, durch die wir bewogen werden, die Allgemeinheit unserer Annahmen in gewisse Gränzen einzuschließen, und eine gewisse Beziehung zwischen den anziehenden und abstoßenden Kräften aufzustellen, durch welche die Brechung und Zurückwerfung des Lichts hervorgebracht wird. Man hat nämlich gefunden, daß wenn zwei Mittel in vollkommner Berührung sind, (z. B. ein fester Körper und eine Flüssigkeit, oder zwei Flüssigkeiten), die Intensität der Zurückwerfung an ihrer gemeinschaftlichen Oberfläche um so geringer ist, je mehr die Brechungsverhältnisse beider Mittel sich der Gleichheit nähern, und sind sie einander vollkommen gleich, so hört die Zurückwerfung völlig auf, und der Strahl setzt seinen Weg im zweiten Mittel ganz ungeändert fort. Aus dieser allgemeinen Bemerkung sieht man, daß die zurückwerfenden und brechenden Kräfte bei allen Mitteln von gleicher Brechungskraft genau dasselbe Gesetz befolgen, und daß bei ungleich brechenden Mitteln die Relation zwischen den anziehenden und abstoßenden Kräften nicht willkürlich ist, sondern die eine von der andern abhängt. Dieser

Es ist derjenige, wenn der innere Einfallswinkel den Gränzwinkel, dessen Sinus $= \frac{1}{\mu}$ ist, übertrifft (§. 183 u. f. f.), wo die inner Zurückwerfung vollständig ist, wie am angegebenen Orte als ein durch Beobachtung ausgemittelte Thatsache angeführt ist. Um z sehen, wie dieß zugeht, wollen wir einen Strahl betrachten, de genau unter diesem Winkel einfällt, und sich in der stärksten Phas der Anwandlung zum leichtern Durchgehen befindet. Dann wir derselbe gebrochen, und da der Brechungswinkel vermöge der Allge meinheit des Beweises des Brechungsverhältnisses §. 529 grade 90 beträgt, so streift er bei dem Heraustreten grade die Oberfläche a der Gränze der äußersten Gegend CB (Fig. 123), wo alle merk liche Wirkungskraft aufhört. Unter diesen Umständen ist seine An fangsgeschwindigkeit senkrecht gegen die Oberfläche grade hinreichend ihn bis an diese äußerste Gränze zu bringen, wo er ganz vernichte wird. Nehmen wir dann einen andern Strahl an, der ebenfall in seiner größten Anwandlung zum leichtern Durchgehen auffäll allein unter einem Winkel, der um eine unendlich kleine Größ größer ist, als der vorige, so wird seine Geschwindigkeit, da die selbe senkrecht gegen die Oberfläche geringer ist als vorher, eher zer stört werden, als er diese Gränze erreicht hat, und der Strah wird daher anfangen, so eben innerhalb der letzten Gränze der Wir kungssphäre sich parallel mit der Oberfläche zu bewegen.

551. Die letzte Wirkung, welche die Oberfläche ausübt, ode diejenige Kraft, welche sich in die größte Entfernung ausbreite muß eine anziehende seyn; denn erstens, wäre sie abstoßend, so i einleuchtend, daß kein auf die Oberfläche von Außen unter 90° ein fallender Strahl möglicherweise der Zurückwerfung entgehen könnte zweitens kann kein Strahl unter dieser Voraussetzung von Inne herausgehen, und beide Folgerungen sind den Erfahrungen zuwide Wir können nun diesen Gegenstand folgendermaßen ansehen: D ein innerhalb unter dem Gränzwinkel auffallender Strahl, wenn e heraustritt, parallel mit der Oberfläche geht, und da jeder Punk den er in seiner Bahn vor dem Heraustreten trifft, dem Mitt näher liegt, als die in seiner zuletzt stattfindenden Richtung befin lichen Punkte, so ist es geometrisch unmöglich, daß die dem Aus trittspunkte zunächst liegende Krümmung anders als gegen das Mi

zu concav seyn kann, und sie muß daher nothwendigerweise durch eine anziehende Kraft hervorgebracht werden.

552. Das in Betracht gezogene Lichttheilchen befindet sich also in dem Zeitpunkt, wo seine Geschwindigkeit aufgehoben wird, in einer anziehenden Gegend; es wird daher nach Innen zu gelenkt, wie die punktirte Linie, Fig. 123 zeigt, und zurückgeworfen. Um desto eher wird daher ein jedes in einer weniger starken Anwandlung von leichterm Durchgehen, oder ein in einer Anwandlung von leichterm Zurückwerfen befindliches Lichttheilchen, so wie auch jedes andere, welches noch schiefer auffällt, zurückgeworfen werden, da letzteres eine noch geringere senkrechte Anfangsgeschwindigkeit hat. Diejenigen, welche sich in den für das Durchgehen günstigsten Umständen befinden, erreichen die äußerste anziehende Gegend wie Fig. 123. Andere, bei denen die Umstände nicht so vortheilhaft sind, werden in einer dazwischenliegenden Gegend zurückgeworfen, wie Fig. 122, während diejenigen, welche unter dem äußersten kleinern Winkel auffallen, oder in den stärksten Anwandlungen von Zurückwerfung sich befinden, einen Weg nehmen, welcher in Fig. 121 dargestellt ist.

553. Der Schluß, zu welchem wir in dem letzten Paragraph gelangt sind, daß nämlich die anziehenden Kräfte sich weiter erstrecken, als die abstoßenden, ist eine nothwendige Folge der dynamischen Grundsätze, und der Newtonianischen Lehre der Zurückwerfung so wenig zuwider, daß derselbe im Gegentheil völlig mit ihr in Uebereinstimmung steht. Dr. Brewster ist durch seine Versuche über Polarisirung des Lichts zu denselben Schlüssen geleitet worden (Phil. Trans. 1815 p. 133), und hat dieselben dazu angewendet, eine sonderbare Bemerkung von Bouguer zu erklären, nämlich daß Wasser unter großen Einfallswinkeln (z. B. 87½°) stärker das Licht zurückwirft als Glas, obgleich unter kleinen Einfallswinkeln das Gegentheil stattfindet. Nimmt man nun an, daß das Licht der ganzen Wirkung der anziehenden Kräfte in beiden Fällen der Zurückwerfung unterworfen gewesen ist, so wird sein Einfallswinkel, sobald es die Gegend der zurückwerfenden Kräfte erreicht, beim Glas auf 57° 44′ abgenommen haben, bei dem Wasser hingegen nur bis auf 61° 5′, und da es auf Wasser schiefer auffällt, so muß es häufiger zurückgeworfen werden. Was man nun auch von der Richtigkeit

dieser Erklärung annehmen mag, so ist sie doch sehr scharfsinnig, und die Sache sehr merkwürdig und aller Aufmerksamkeit werth.

554. Um die Erscheinungen der vollkommenen Zurückwerfung am besten zu betrachten, lege man ein rechtwinkliches Glasprisma auf eine schwarze Substanz nahe an ein Fenster, mit der Grundfläche horizontal, wie Fig. 124, und bringe das Auge ganz nahe an dasselbe, indem man abwärts sieht. Dann erscheint die Basis durch einen schön gefärbten Bogen, wie ein Regenbogen, der gegen das Auge concav ist, in zwei Theile getheilt, von denen der über dem Bogen befindliche Theil sehr glänzend und lebhaft sich zeigt, und eine Zurückwerfung der äußern Gegenstände so darstellt, daß sie von der Wirklichkeit sich nicht unterscheiden lassen. Der innerhalb des Bogens befindliche Theil ist hingegen vergleichungsweise dunkler, indem die Zurückwerfung der Wolken u. s. w. von diesem Theil viel geringer ist. Hält man das Prisma in der Hand, statt es auf einen schwarzen Körper zu legen, und stellt ein Licht darunter, so sieht man dasselbe; allein wo es auch stehen mag, so erscheint ein Theil desselben immer innerhalb des Bogens. Der Weg der Strahlen bei diesem Versuche wird in Fig. 124 vorgestellt, wo E das Auge ist, NG, OF, PD Strahlen sind, die unter verschiedenen Einfallswinkeln auf die entferntere Seite fallen, und ins Auge E zurückgeworfen werden; OF fällt grade unter dem Gränzwinkel ein. Es ist einleuchtend, daß alle Strahlen nach N zu, welche auf den jenseits F liegenden Theil der Basis unter einem für das Durchgehen zu großen Winkel fallen, völlig zurückgeworfen werden, während die zwischen F und A einfallenden, deren Einfallswinkel weniger schief ist, als zur vollkommenen Zurückwerfung erfordert wird, nur zum Theil eine Zurückwerfung erleiden, während der übrige Theil durch die Basis in der Richtung DQ hindurchgeht. Setzen wir einen leuchtenden Körper in irgend einen Punkt, wie L unter die Grundfläche des Prisma, so ist klar, daß wenn ein Strahl von demselben das Auge erreichen soll, derselbe wie LD zwischen A und F auffallen muß, und daß kein zwischen B und F fallender Strahl das Auge treffen kann.

555. Der gefärbte Bogen, welcher die vollkommene Zurückwerfung von der partiellen trennt, läßt sich folgendermaßen erklären. Der Einfachheit wegen wollen wir das Auge innerhalb des Mittels annehmen (um die Betrachtung der an der geneigten Fläche AC des

Prisma

Prisma stattfindenden Zurückwerfung zu vermeiden), halten wir dann vom Auge einen Perpendikel auf die Basis, indem wir zuerst nur die rothen Strahlen berücksichtigen, und nehmen denselben als die Axe eines Kegels an, dessen Seitenlinien gegen die Axe an einen Winkel geneigt sind, dessen Sinus $= \frac{1}{\mu}$ ist (oder der Gränzwinkel für die äußersten rothen Strahlen); denken wir uns dann solche Strahlen vom Auge nach allen Richtungen ausgehend, so werden alle diejenigen, welche außerhalb der kreisförmigen Basis des Kegels auffallen, vollkommen zurückgeworfen, diejenigen aber, welche innerhalb derselben auffallen, nur zum Theil. Wären daher keine andern als solche rothe Strahlen von dieser bestimmten Brechbarkeit vorhanden, so würde die Gegend der partiellen Zurückwerfung ein Kreis seyn, dessen Halbmesser gleich der Höhe des Auges über der Grundfläche, multiplicirt mit der Tangente des Winkels, dessen Sinus $\frac{1}{\mu}$ beträgt, d. h. $= \frac{H}{\sqrt{\mu\mu - 1}}$. Auf gleiche Art ist der Halbmesser des kreisförmigen Raums, innerhalb dessen nur eine partielle Zurückwerfung der violetten Strahlen stattfindet $= \frac{H}{\sqrt{\mu'\mu' - 1}}$, oder $= \frac{H}{\sqrt{(\mu+\delta\mu)^2 - 1}}$, der kleiner als der für die rothen Strahlen ausfällt. In den zwischen beiden Kreisen enthaltenen Raum werden also die violetten Strahlen total, die rothen nur zum Theil zurückgeworfen, und daher enthält der ganze Raum einen Ueberschuß von violettem Licht. Etwas Aehnliches gilt für die mittlern Strahlen, und die Lichtabnahme von dem äußern glänzenden Raum nach dem vergleichungsweise innern dunkeln entsteht daher aus der zuerst stattfindenden Wegnahme der rothen Farbe, dann der orangen und so durch das ganze Spectrum hindurch; es bleibt also ein Rest von Licht übrig, der immer mehr und mehr vom Weißen abweicht, und ins Blaue übergeht. Nehmen wir nun an, daß jeder Strahl in der entgegengesetzten Richtung auffällt, so daß er nach dem Auge zu reflectirt wird, anstatt von ihm auszugehen, so wird dasselbe als vorher stattfinden, und das Auge wird den hellen Raum außerhalb sehen, welcher von dem dunkeln Raum innerhalb der Grundfläche

dieser Erklärung annehmen mag, so ist sie doch sehr scharfsinnig, und die Sache sehr merkwürdig und aller Aufmerksamkeit werth.

554. Um die Erscheinungen der vollkommenen Zurückwerfung am besten zu betrachten, lege man ein rechtwinkliches Glasprisma auf eine schwarze Substanz nahe an ein Fenster, mit der Grundfläche horizontal, wie Fig. 124, und bringe das Auge ganz nahe an dasselbe, indem man abwärts sieht. Dann erscheint die Basis durch einen schön gefärbten Bogen, wie ein Regenbogen, der gegen das Auge concav ist, in zwei Theile getheilt, von denen der über dem Bogen befindliche Theil sehr glänzend und lebhaft sich zeigt, und eine Zurückwerfung der äußern Gegenstände so darstellt, daß sie von der Wirklichkeit sich nicht unterscheiden lassen. Der innerhalb des Bogens befindliche Theil ist hingegen vergleichungsweise dunkler, indem die Zurückwerfung der Wolken u. s. w. von diesem Theil viel geringer ist. Hält man das Prisma in der Hand, statt es auf einen schwarzen Körper zu legen, und stellt ein Licht darunter, so sieht man dasselbe; allein wo es auch stehen mag, so erscheint ein Theil desselben immer innerhalb des Bogens. Der Weg der Strahlen bei diesem Versuche wird in Fig. 124 vorgestellt, wo E das Auge ist, NG, OF, PD Strahlen sind, die unter verschiedenen Einfallswinkeln auf die entferntere Seite fallen, und ins Auge E zurückgeworfen werden; OF fällt grade unter dem Gränzwinkel ein. Es ist einleuchtend, daß alle Strahlen nach N zu, welche auf den jenseits F liegenden Theil der Basis unter einem für das Durchgehen zu großen Winkel fallen, völlig zurückgeworfen werden, während die zwischen F und A einfallenden, deren Einfallswinkel weniger schief


[redacted]

Pulver, wie fein wir dasselbe auch machen mögen, immer noch sehr großen Massen rücksichtlich der Mollecules der Materie ... Die am besten polirte Oberfläche muß sich daher zur Oberfläche einer Flüssigkeit immer noch so verhalten, wie ein gepflügtes Feld ... einem Spiegel. Diese Frage beantwortet nun die Newtonianische ... auf eine sehr genügende Weise. Entstünde die Zurückwerfung durch einen wirklichen Stoß der Lichttheilchen gegen die Oberfläche, so könnte nie eine regelmäßige Zurückwerfung stattfinden, da ... endliche Richtung des zurückgeworfenen Strahls bloß von der ... der Mollecules, oder dem Winkel der Unebenheiten der Oberfläche gegen die Oberfläche im Allgemeinen abhängt. Diese Unebenheiten haben nun bei nicht krystallisirten Körpern jede mögliche Ge... so daß bei diesen das Licht durch Zurückwerfung nach jeder Richtung gleichmäßig zerstreut werden würde. Bei krystallisirten Körpern im Gegentheil, wo jedes Mollecul eine endliche Menge von ... ebenen Flächen darbietet, und die correspondirenden Flächen ... mathematisch parallel sind, würde die Zurückwerfung wirklich regelmäßig seyn; allein die Richtung derselben würde sich bloß ... der des einfallenden Strahls und gewisser festen Linien innerhalb des Krystalls richten, und von der Glätte und Neigung der ... Kunst oder von Natur polirten Oberflächen völlig unabhängig ...; außerdem würde in den meisten Fällen eine vielfache Zurückwerfung, statt einer einzigen, sich ereignen. Alle diese Folgerungen ... der Erfahrung so zuwider, daß man deutlich sieht, daß wir ...thigt sind anzunehmen, die Entfernung, auf welche sich die ab...enden Kräfte erstrecken, sey nicht bloß größer als die Mollecules ..., oder ihr gegenseitiger Abstand, sondern sogar größer als die ... Unebenheiten der durch Kunst polirten Oberflächen. Giebt ... dieß zu, so verschwindet die Schwierigkeit: denn die vereinigte ...kung so vieler Theilchen oder Unebenheiten bringt eine Gleichförmigkeit hervor, während sie einzeln genommen, die größte Verschiedenheit darbieten mögen. Um dieß zu erläutern, brauchen wir nur ... Blick auf Fig. 125 zu werfen, wo AB die rauhe Oberfläche ... Mittels vorstellt, und AC den Halbmesser der Wirkungssphäre ... Körpertheilchens angiebt. Man nehme an, die Spitzen aller ...hungen a, b, c, d liegen in einer Ebene, und beschreiben Ku..., deren Halbmesser AC ist. Dann erzeugen ihre Durchschnitte ... Art von warzenförmiger Oberfläche $\alpha\beta\gamma\delta$, welche sich jedoch

einer mathematischen Ebene nähert, sobald die Halbmesser der Ku- geln im Vergleich mit den Entfernungen ihrer Mittelpunkte beträch- lich sind. Ein auf das Mittel fallender Lichtstrahl gelangt dann, so- bald er seine Wirkungssphäre erreicht, nicht auf eine irreguläre Ober- fläche, sondern auf eine beinahe ebene Fläche, und die mittle- Wirkung aller Theilchen, wenn sie über AB gleichförmig verthei- angenommen werden, wird auf dieser Oberfläche senkrecht seyn. Dasselbe gilt von der Schicht der Theilchen unmittelbar unter de- Spitzen b, c, d u. s. w., so wie von allen übrigen Schichten, in d- die ganze Oberfläche zerlegt werden kann, so daß die wesentlichen B- dingungen, auf denen die Newtonianische Lehre der Brechung und Zu- rückwerfung beruht (nämlich die Gleichheit der Kraft in gleich- Entfernungen von dem allgemeinen Niveau der Oberfläche und ih- darauf senkrechte Richtung), immer noch bleiben.

558. Es ist einleuchtend, daß die Ungleichheiten in der obe- beschriebenen warzenförmigen Oberfläche zunehmen, wenn die Hal- messer kleiner werden, oder die gegenseitige Entfernung der Mitte- punkte zunimmt, und in demselben Verhältniß wird die Regelmäßig- keit der Zurückwerfung unterbrochen. Zugleich folgt hieraus, da- je schiefer der Strahl auffällt, desto größer kann die Unebenheit d- Oberfläche seyn, und man erhält doch eine regelmäßige Zurückwe- fung; dieß ist mit der Erfahrung völlig übereinstimmend, wie man leic- mit einem mattgeschliffenen Glase versuchen kann, welches ein se- deutliches Bild bei großen Einfallswinkeln herstellt, obgleich bei- senkrechten Auffallen, wegen der Rauhheit der Oberfläche, kein Bi- entsteht. Die Ursachen hiervon sind erstens, daß ein sehr schief- Strahl nicht so tief in die Abstoßungssphäre einzudringen brauch- um seine senkrechte Geschwindigkeit zu verlieren, und zweitens, d- er nicht zwischen zwei an einander liegenden Erhöhungen oder Verti- fungen der eingebildeten Oberfläche $\alpha\beta\gamma\delta$ hindurchgehen kann, son- dern wegen seiner Schiefe mehrere derselben treffen muß, und mehr der Gesammtwirkung der Kräfte des Mittels unterworfen i-

559. Auf diese Art erklärt sich die Zurückwerfung des Lich- in der Newtonianischen Theorie. Man kann aber immer noch frage- wie die Brechung an einer künstlich polirten Fläche je regelmäß- seyn kann. Bei der Zurückwerfung erreicht der Strahl nie die U- ebenheiten der Oberfläche; er erleidet ihre Gesammtwirkung, d- durch die Entfernung gleichförmig und gegenseitig compensirt wir-

Bei der Brechung ist die Sache anders. Hier müssen die Strahlen wirklich durch die Oberfläche gehen, und daher alle Ungleichheiten unter jeden möglichen Winkel treffen. Die Antwort hierauf ist eben so einfach. Weder die Brechung noch die Zurückwerfung geschehen an der Oberfläche. Der größte Theil der Beugung (sowohl inwendig als auswendig) geschieht außer dem Bereich dieser Unebenheiten, und durch die Wirkung einer beträchtlichern Dicke des Mittels, als dieselben einnehmen. Ihre Wirkung kann mit der Wirkung der Berge rücksichtlich der Störung der allgemeinen Schwere verglichen werden. Ein Stein, welcher nahe bei denselben von einer mäßigen Höhe herabfällt, folgt nicht der wahren Verticallinie, sondern der Richtung des abgelenkten Bleiloths, die merklich von der ersten verschieden ist. Ließe man denselben hingegen vom Monde herab nach dem Mittelpunkt der Erde fallen, so würde er zwischen den Bergen ohne merkliche Störung hindurchgehen, und wenn sie auch tausendmal größer wären.

560. Man kann in der That keine regelmäßige Brechung an einer merklich rauhen Fläche erhalten, die nur im geringsten mit der Regelmäßigkeit der Zurückwerfung zu vergleichen wäre. Dieß mag daher kommen, daß es für einen gebrochenen Strahl eine Unmöglichkeit ist, unter einem gehörig schiefen Winkel die Oberfläche zu durchdringen. Es ist jedoch merkwürdig, daß die innere Zurückwerfung an einer rauhen Oberfläche, selbst bei bedeutender Schiefe, kaum merklich ist, sogar in den Fällen, wo die äußere Zurückwerfung bei derselben Schiefe vollkommen regelmäßig und stark ist. Dieß scheint anzuzeigen, daß die Kräfte, welche die äußere Zurückwerfung eines Strahls hervorbringen, ihre Wirkung völlig außerhalb des Mittels ausüben.

561. Wie auch die Kräfte beschaffen seyn mögen, vermöge welcher die Körper das Licht brechen und zurückwerfen, so ist doch so viel gewiß, daß sie unvergleichlich wirksamer als die Schwerkraft seyn müssen. Die Anziehung der Erde auf einen Körper an ihrer Oberfläche bringt in einer Secunde nur eine Abweichung von 16 Fuß hervor, und sie würde daher bei einem mit der Geschwindigkeit des Lichts sich bewegenden Körper in dieser Zeit eine unmerkliche Ablenkung bewirken. Wir müssen zuerst bedenken, daß die [illegible], innerhalb welcher die ganze Wirkung des Mittels stattfindet, diejenige ist, in welcher das Licht die Wirkungssphäre der an der

Oberfläche des Körpers befindlichen Theilchen durchläuft. Nehm wir für ihre Größe auch den tausendsten Theil eines Zolles an, w ches aller Wahrscheinlichkeit entgegenläuft, so durchläuft das Li diesen Raum in

$$\frac{1}{12,672,000,000,000} \text{ Secunde.}$$

Beträgt nun die durch die Brechung hervorgebrachte Ablenku 30 Grad (ein sehr häufig vorkommender Fall), und wird diesel durch eine Kraft hervorgebracht, die während einer Secunde glei förmig wirkt, so muß diese Kraft die Schwere an der Oberflä der Erde 33000000 Mal übertreffen, da diese Ablenkung einer nearen Abweichung von 200000 Meilen × sin 30°, oder von 1000(Meilen = 33000000 × 16 Fuß gleichkommt. Da aber die ga Wirkung nicht in einer Secunde, sondern in dem vorhin angegel nen sehr kleinen Bruchtheil einer Secunde hervorgebracht wird, muß die Kraft, die diese Ablenkung hervorbringt, in dem Verhältn größer seyn, als das Quadrat einer Secunde größer als das Qu drat des vorigen Bruches ist, so daß die am wenigsten unwah scheinliche Annahme, die wir machen können, eine Kraft giebt, die Schwere

$$4969126272 . 10^{24} \text{ Mal}$$

übertrifft. Bei dieser schon so großen Schätzung haben wir a noch zu bedenken, daß die Schwere an der Erdoberfläche die G sammtwirkung ihrer ganzen Masse ist, während diejenige Kraft, das Lichttheilchen ablenkt, nur aus den zunächst liegenden Körp theilchen innerhalb der Wirkungssphäre entsteht. Eine Kugel v $\frac{1}{1000}$ Zoll Durchmesser, von derselben Dichtigkeit als die Erde, wür an ihrer Oberfläche nur eine Anziehung ausüben, die

$$\frac{1}{1000} . \frac{1 \text{ Zoll}}{\text{Durchmesser der Erde}}$$

der gewöhnlichen Schwerkraft beträgt, so daß die wirkliche Stä der von den Körpertheilchen ausgeübten Kraft nicht weniger als

$$\frac{1000 \times \text{Durchmesser der Erde}}{1 \text{ Zoll}}$$

= 46352000000 Mal die oben angegebene ungeheure Zahl betr gen kann, oder ungefähr $2 . 10^{44}$, wenn sie mit der gewöhnlich Anziehung der Materie verglichen wird. So groß sind die Kräf

welche bei der Erklärung der Lichterscheinungen nach der Newtonianischen Hypothese vorkommen. Bei der Undulationstheorie kommen nicht geringere Zahlen vor; auch kann man diesen Gegenstand unter keinem andern Gesichtspunkt auffassen, wo nicht die anzunehmenden Kräfte gleichsam unendlich groß werden.

562. Dr. Wollaston hat die Beobachtung desjenigen Winkels, unter welchem die vollständige Zurückwerfung zuerst an der gemeinschaftlichen Oberfläche zweier Mittel stattfindet, zu dem Zweck vorgeschlagen, das Brechungsverhältniß des einen zu bestimmen, wenn das des andern bekannt ist, und hat in den Philosophical Transactions 1802 einen schönen Apparat angegeben, vermittelst dessen man das Brechungsverhältniß fast durch bloßes Ablesen findet. Legen wir unter die Grundfläche eines Prisma von Flintglas ein Object, so daß bloß Luft dazwischen ist, so ist der innere Einfallswinkel, bei welchem der Gesichtsstrahl anfängt, vollkommen zurückgeworfen zu werden, und wo also das Object durch Brechung gesehen zu werden aufhört, ungefähr 39° 10′; hat man aber das Object in Wasser getaucht, und dasselbe mit dem Glase in Berührung gebracht, so bleibt es vermöge der größern Brechungskraft des Wassers noch sichtbar bis zu einem Einfallswinkel von 57½°. Wird irgend eine Oelart oder ein harziger Kitt angewendet, so ist der Winkel dem Brechungsverhältniß des gebrauchten Mittels gemäß noch größer, und bei solchen Arten von Kitt, die stärker als Glas brechen, bleibt der Gegenstand unter jedem Einfallswinkel sichtbar. Um das Brechungsverhältniß eines Körpers zu finden, der weniger als Glas bricht, ist daher nichts weiter nöthig, als die zu untersuchende Substanz mit der Basis des Prisma in Berührung zu bringen und das Auge abwärts zu bewegen (oder den Einfallswinkel zu vermehren), bis man dasselbe nicht mehr als einen schwarzen Fleck auf dem übrigen mit silberartigem Glanz scheinenden Theil der Grundfläche sieht. Bei Flüssigkeiten und weichen Körpern erhält man die Berührung leicht; aber feste Körper müssen in Ebenen umgeformt, und an die Basis vermittelst einer Flüssigkeit oder eines Kittes geklebt werden, welcher eine stärkere Brechungskraft als das Glas besitzt, wodurch (da die Schichten des dazwischen liegenden Körpers parallel sind) keine Änderung in der totalen Ablenkung eines hindurchgehenden Strahls hervorgebracht wird. Auf diese Art können sowohl undurchsichtige als durchsichtige Körper untersucht werden, so wie auch Körper von

nicht homogener Dichtigkeit, wie z. B. die Krystalllinse des Auges. Es kann sonderbar scheinen, daß man vom Brechungsverhältniß eines undurchsichtigen Körpers spricht; allein man muß sich erinnern, daß Undurchsichtigkeit bloß die Wirkung einer sehr stark das Licht verschluckenden Kraft ist, und daß ehe der Strahl verschluckt werden kann, derselbe in das Mittel eintreten, und daher den an der Oberfläche stattfindenden Brechungsgesetzen gehorchen muß. Auf diese Art hat Dr. Wollaston das Brechungsverhältniß vieler Körper bestimmt; allein Dr. Brewster macht die Bemerkung, daß diese Methode einer Ungenauigkeit unterworfen ist, so daß man sich nicht völlig darauf in der Ausübung verlassen kann. Dr. Young hat bemerkt, daß das dadurch gegebene Brechungsverhältniß genau den äußersten rothen Strahlen zugehört.

---

§. II. Allgemeine Darstellung der Undulationstheorie des Lichts.

563. Die Undulationstheorie, zu deren hauptsächlichsten Anhängern Huygens, Descartes, Hooke und Euler, und in den neuern Zeiten die berühmten Namen von Young und Fresnel zu zählen sind, welche dieselbe mit großem Erfolg und Scharfsinn auf die Erklärung derjenigen Erscheinungen angewendet haben, die in der Corpusculartheorie die größten Schwierigkeiten darbieten, verlangt folgende Voraussetzungen oder Postulate:

1. Ein sehr dünnes, feines und elastisches Mittel, der Aether, erfüllt den ganzen Raum und durchdringt alle Körper, indem es die Zwischenräume zwischen den Molleculen derselben einnimmt, und setzt der Bewegung der Erde, der Planeten und Kometen in ihren Bahnen, entweder weil es frei durch diese Körper hindurchgeht, oder weil es zu dünn ist, kein Hinderniß in den Weg, welches durch die feinsten astronomischen Beobachtungen merklich würde; dieser Aether besitzt die Kraft der Trägheit, aber keine Schwere.

2. Die Theilchen des Aethers können durch die ponderable Materie in Bewegung gesetzt werden, so daß, wenn ein Theil eine Bewegung erhält, dieser die Bewegung den zunächst liegenden mittheilt; auf diese Art pflanzt sich die Bewegung immer weiter nach allen Richtungen nach denselben mechanischen Gesetzen fort, welche die Fortpflanzung der Wellen in andern elastischen Mitteln, als

Luft, Wasser oder auch in festen Körpern, nach ihrer relativen Beschaffenheit bestimmen.

3. Im Innern der brechenden Mittel befindet sich der Aether in einem Zustande von geringerer Elasticität im Vergleich mit der Dichtigkeit, als im leeren Raume; und je stärker das Mittel bricht, desto geringer ist, relativ genommen, die Elasticität des darin befindlichen Aethers.

4. Die dem Aether im leeren Raume mitgetheilten Schwingungen werden durch brechende Mittel vermittelst des in ihnen enthaltenen Aethers fortgepflanzt, allein mit einer Geschwindigkeit, die dem geringern Grade der Elasticität entspricht.

5. Werden schwingende Bewegungen von einer besondern Art durch den Aether fortgepflanzt, und erreichen sie nach ihrem Durchgang durch das Auge die Netzhaut, so bringen sie durch ihren Reiz die Empfindung von Licht hervor, auf eine Art, die mehr oder weniger derjenigen analog ist, auf welche die Gehörnerven durch die Luftschwingungen die Empfindung des Schalls erhalten.

6. So wie in der Lehre vom Schall die Menge der Luftschläge oder die der Luftschwingungen den Ton bestimmt, so bestimmt in der Lehre des Lichts die Menge der Schläge, oder die Anzahl der in einer bestimmten Zeit unsern Nerven durch die denselben am nächsten liegenden Aethertheilchen mitgetheilten Stöße die Farbe des Lichts, und so wie die absolute Ausdehnung der Schwingungen der Lufttheilchen die Stärke des Tones bestimmt, so bestimmt die Amplitude oder Ausdehnung der Schwingungen der Aethertheilchen, vom Ruhepunkt derselben aus gerechnet, die Helligkeit oder Intensität des Lichts.

564. Die Anwendung dieser Sätze auf die Erklärung der Lichterscheinungen setzt die Bekanntschaft mit der Theorie der Fortpflanzung der Bewegung durch elastische Mittel voraus, die wir hier annehmen wollen. Eine der hauptsächlichsten Eigenschaften dieser Bewegung ist die, daß wenn man das elastische Mittel als gleichförmig und homogen annimmt, alle Bewegungen in demselben in jeder Richtung mit gleicher und gleichförmiger Geschwindigkeit fortgepflanzt werden, eine Geschwindigkeit, welche bloß von der Elasticität des Mittels im Vergleich mit seiner Kraft der Trägheit abhängt, ohne daß dabei die Größe oder die Regelmäßigkeit und Unregelmäßigkeit des ersten Stoßes in Betracht kommt. Während daher die Lichtstärke,

so wie die Stärke des Schalls, mit zunehmender Entfernung vom Anfangspunkt abnimmt, bleibt die Geschwindigkeit unverändert, und so wie jeder Ton derselben Geschwindigkeit zugehört, so durchläuft auch jede Farbe den leeren Raum oder ein homogenes Mittel mit gleicher Geschwindigkeit.

565. Hier entsteht nun gleich Anfangs eine große Schwierigkeit, und man darf nicht verhehlen, daß diese einen Einwand von der größten Wichtigkeit gegen die Undulationstheorie darbietet. Es wird sogleich gezeigt werden, daß die Ablenkung des Lichts durch die Brechung eine Folge des Unterschieds der Geschwindigkeit desselben innerhalb und außerhalb des brechenden Mittels ist, und daß wenn diese Geschwindigkeiten gegeben sind, auch die Quantität der Ablenkung bekannt ist. Hieraus würde unvermeidlich folgen, daß Strahlen von allen Farben in jedem Fall gleich stark gebrochen werden, und daß daher die Zerstreuung des Lichtes nicht stattfinden kann. Dr. Young versuchte diese Schwierigkeit zu beseitigen, indem er die Schwingungen der Theilchen des brechenden Mittels selbst zu Hülfe nahm, wodurch die Geschwindigkeit der Aetherschwingungen innerhalb des Mittels geändert wird, und zwar bei der verschiedenen Anzahl der Schwingungen auf verschiedene Weise; hierdurch entsteht ein Unterschied in der Geschwindigkeit der Fortpflanzung für die verschiedenen Farben; allein diese Annahme scheint uns nicht die gehörige Wahrscheinlichkeit zu besitzen. Wir halten es für besser, diesen Mangel gleich frei herauszusagen, und vom Leser zu verlangen, sein Verdammungsurtheil dieser Theorie, wegen derjenigen Erscheinungen, die sie scheinbar nicht erklärt, aufzuschieben, bis er mit der unendlichen Mannichfaltigkeit und Verwickelung derjenigen Erscheinungen bekannt ist, die sie erklärt. Die Sache ist die, daß weder die Corpusculartheorie noch die Undulationstheorie, noch jede andere bis jetzt aufgestellte Hypothese, alle Erscheinungen des Lichts so vollständig und befriedigend erklärt, als es zu wünschen wäre. Gewisse Voraussetzungen müssen bei jedem Schritt gemacht werden, vorzüglich rücksichtlich der mechanischen Wirkung, da wir uns rücksichtlich der wirkenden Kräfte in der tiefsten Unwissenheit befinden; und wo uns die richtige Schlußfolge fehlt, müssen wir glauben. Betrachten wir jedoch die Hypothesen und Theorien als Hülfsmittel, die Erscheinungen zu classificiren, und Thatsachen auf Gesetze zurückzuführen, welche, obgleich sie empirisch sind, doch

Luft, Wasser oder auch in festen Körpern, nach ihrer relativen Beschaffenheit bestimmen.

3. Im Innern der brechenden Mittel befindet sich der Aether in einem Zustande von geringerer Elasticität im Vergleich mit der Dichtigkeit, als im leeren Raume; und je stärker das Mittel bricht, desto geringer ist, relativ genommen, die Elasticität des darin befindlichen Aethers.

4. Die dem Aether im leeren Raume mitgetheilten Schwingungen werden durch brechende Mittel vermittelst des in ihnen enthaltenen Aethers fortgepflanzt, allein mit einer Geschwindigkeit, die dem geringern Grade der Elasticität entspricht.

5. Werden schwingende Bewegungen von einer besondern Art durch den Aether fortgepflanzt, und erreichen sie nach ihrem Durchgang durch das Auge die Netzhaut, so bringen sie durch ihren Reiz die Empfindung von Licht hervor, auf eine Art, die mehr oder weniger derjenigen analog ist, auf welche die Gehörnerven durch die Luftschwingungen die Empfindung des Schalls erhalten.

6. So wie in der Lehre vom Schall die Menge der Luftschläge oder die der Luftschwingungen den Ton bestimmt, so bestimmt in der Lehre des Lichts die Menge der Schläge, oder die Anzahl der in einer bestimmten Zeit unsern Nerven durch die denselben am nächsten liegenden Aethertheilchen mitgetheilten Stöße die Farbe des Lichts, und so wie die absolute Ausdehnung der Schwingungen der Lufttheilchen die Stärke des Tones bestimmt, so bestimmt die Amplitude oder Ausdehnung der Schwingungen der Aethertheilchen, vom Ruhepunkt derselben aus gerechnet, die Helligkeit oder Intensität des Lichts.

564. Die Anwendung dieser Sätze auf die Erklärung der Lichterscheinungen setzt die Bekanntschaft mit der Theorie der Fortpflanzung der Bewegung durch elastische Mittel voraus, die wir hier annehmen wollen. Eine der hauptsächlichsten Eigenschaften dieser Bewegung ist die, daß wenn man das elastische Mittel als gleichförmig und homogen annimmt, alle Bewegungen in demselben in jeder Richtung mit gleicher und gleichförmiger Geschwindigkeit fortgepflanzt werden, eine Geschwindigkeit, welche bloß von der Elasticität des Mittels im Vergleich mit seiner Kraft der Trägheit abhängt, ohne daß dabei die Größe oder die Regelmäßigkeit und Unregelmäßigkeit des ersten Stoßes in Betracht kommt. Während daher die Lichtstärke,

so wie die Stärke des Schalls, mit zunehmender Entfernung vom Anfangspunkt abnimmt, bleibt die Geschwindigkeit unverändert, und so wie jeder Ton derselben Geschwindigkeit zugehört, so durchläuft auch jede Farbe den leeren Raum oder ein homogenes Mittel mit gleicher Geschwindigkeit.

565. Hier entsteht nun gleich Anfangs eine große Schwierigkeit, und man darf nicht verhehlen, daß diese einen Einwand von der größten Wichtigkeit gegen die Undulationstheorie darbietet. Es wird sogleich gezeigt werden, daß die Ablenkung des Lichts durch die Brechung eine Folge des Unterschieds der Geschwindigkeit desselben innerhalb und außerhalb des brechenden Mittels ist, und daß wenn diese Geschwindigkeiten gegeben sind, auch die Quantität der Ablenkung bekannt ist. Hieraus würde unvermeidlich folgen, daß Strahlen von allen Farben in jedem Fall gleich stark gebrochen werden, und daß daher die Zerstreuung des Lichts nicht stattfinden kann. Dr. Young versuchte diese Schwierigkeit zu beseitigen, indem er die Schwingungen der Theilchen des brechenden Mittels selbst zu Hülfe nahm, wodurch die Geschwindigkeit der Aetherschwingungen innerhalb des Mittels geändert wird, und zwar bei der verschiedenen Anzahl der Schwingungen auf verschiedene Weise; hierdurch entsteht ein Unterschied in der Geschwindigkeit der Fortpflanzung für die verschiedenen Farben; allein diese Annahme scheint uns nicht die gehörige Wahrscheinlichkeit zu besitzen. Wir halten es für besser, diesen Mangel gleich frei herauszusagen, und vom Leser zu verlangen, sein Verdammungsurtheil dieser Theorie, wegen derjenigen Erscheinungen, die sie scheinbar nicht erklärt, aufzuschie-

[redacted]

getreue Darstellungen der Natur geben, und daher auf wirkliche Grundgesetze zurückgeführt werden können, so müssen wir die Wichtigkeit solcher Theorien zugestehen. Die Undulationstheorie ist vorzüglich mit großen Schwierigkeiten verbunden, da die Lehre von der Fortpflanzung der Bewegung durch elastische Mittel eine der verwickeltsten und schwierigsten mathematischen Untersuchungen ist, und wir müssen immerwährend unsere Zuflucht zu indirecten und analogen Schlüssen nehmen, da wir gar keine Hoffnung haben, die bloß mathematischen Schwierigkeiten, denen dieser Gegenstand unterworfen ist, wenn man seine Untersuchung direct angreift, zu besiegen.

566. Schon im Anfang der Anwendung dieser Lehre treffen wir auf einen Einwand, den Newton als gegen dieselbe entscheidend hielt, der aber seitdem beträchtlich beseitigt worden ist. Auf welche Weise kann Schatten vorhanden seyn? Der Schall geht frei um eine Ecke, warum nicht auch das Licht? Eine von einem Mittelpunkt aus sich in einem elastischen Mittel fortpflanzende Schwingung, die von einem unbeweglichen Hinderniß aufgefangen wird, in welchem sich eine kleine Oeffnung befindet, soll sich von dieser Oeffnung aus jenseits des Hindernisses wie von einem neuen Mittelpunkt ausbreiten, um den jenseits befindlichen Raum mit Schwingungen nach allen Richtungen zu erfüllen. So wie daher in der Akustik die Oeffnung als eine neue Ursache des Schalles gehört wird, so sollte dieselbe in der Optik nach allen Richtungen zu als eine neue Quelle des Lichts gesehen werden. Hierauf läßt sich antworten, erstens, daß es nicht zu beweisen steht, eine schwingende Bewegung, die einem Theilchen des elastischen Mittels mitgetheilt wird, pflanze sich mit gleicher Stärke nach jeder Richtung, die von der ersten Richtung der Bewegung abweicht, fort, obgleich dieß mit gleicher Geschwindigkeit geschieht, und wir haben daher keine Ursache a priori anzunehmen, daß die Bewegung der schwingenden Theilchen an der Oeffnung seitwärts mit gleicher Stärke fortgepflanzt werde, sondern eher das Gegentheil; zweitens ist es in der That nicht wahr, daß der Schall um eine Ecke mit derselben Stärke fortgepflanzt wird, als in der anfänglichen Richtung, wie man sich durch folgenden einfachen Versuch überzeugen kann. Man nehme eine gewöhnliche Stimmgabel, und halte dieselbe, nachdem sie in schwingende Bewegung gesetzt ist, mit der platten Seite drei oder

vier Zoll vom Ohr entfernt; hierauf bringe man einen Kartenstreifen, der etwas länger als die Gabel ist, in eine Entfernung von ungefähr einem halben Zoll von der Gabel zwischen sie und das Ohr. Der Ton wird fast völlig aufgehalten, und wird die Karte sehr schnell hin und her bewegt, so hört man wechselsweise einen Ton und eintretende Stille; dieses beweist, daß die Schwingungen der Luft keineswegs mit gleicher Stärke um den Rand der Karte fortgepflanzt werden, als in grader Richtung. Um sich noch mehr von dieser Thatsache zu überzeugen, braucht man nur auf den Schall eines Wagens zu hören, der um eine Ecke fährt. Sogar dann, wenn sich kein Hinderniß im Wege befindet, wird der Schall nicht in allen Richtungen gleich stark gehört, wie man leicht bemerkt, indem man eine schwingende Stimmgabel nahe an das Ohr hält und sie um ihre Axe dreht. Diese letztere Erscheinung wurde, wie wir glauben, zuerst von Dr. Young bemerkt (Philosophical Transactions 1802. p. 25) und dann vollständiger von Weber beschrieben (Schweiggers Jahrbuch 1826). Findet nun überhaupt ein Unterschied in der Stärke der Fortpflanzung in directer und lateraler Richtung bei den Schwingungen eines elastischen Mittels statt, so muß dieselbe aus der Beschaffenheit des Mittels entstehen, so wie auch aus dem Verhältniß der Größe der Schwingungen der einzelnen Theilchen zu ihrem gegenseitigen Abstand, und es würde wenigstens nicht ungereimt seyn, den Aether von einer solchen Beschaffenheit anzunehmen, daß die Seitenfortpflanzung verhältnißmäßig sehr gering ausfällt. Drittens breitet sich das Licht wirklich eini- [redacted]

selben fortgepflanzt wird, so nimmt man doch in der Theorie des Lichts an, daß nur solche primitive Stöße, die nach regelmäßigen periodischen Gesetzen in gleichen Zeiträumen wiederkehren, und oft hinter einander wiederholt werden, unsern Organen die Empfindung von Licht mittheilen können. Um die Theilchen der Nerven unserer Netzhaut mit gehöriger Wirksamkeit in Bewegung setzen zu können, müssen die fast unendlich kleinen Stöße der anliegenden Aethertheilchen oft und regelmäßig wiederholt werden, damit sie ihre Wirkung gleichsam vervielfältigen und concentriren. So wie ein großes Pendel durch eine äußerst geringe Kraft, die sehr oft in Zeiträumen an demselben angebracht wird, welche der Schwingungszeit desselben genau gleich sind, in Schwingung gesetzt werden kann, oder wie ein fester elastischer Körper durch die Vibrationen eines andern entferntern Körpers, vermöge der Fortpflanzung derselben durch die Luft, ebenfalls in schwingende Bewegung geräth, wenn beide im Einklang sind, so können wir auch annehmen, daß die groben Nervenfasern der Netzhaut durch die unaufhörliche Wiederholung der Aetherschläge in Bewegung gesetzt werden, und bloß diejenigen werden sich bewegen, die vermöge ihrer Größe, Gestalt oder Elasticität fähig sind, in den Zeiträumen ihre Schwingungen zu vollenden, in welchen die Stöße wiederholt werden. Auf diese Art sieht man leicht ein, wie sich eine Begränzung der sichtbaren Farben ergeben muß; denn wenn keine Nervenfasern mit Schwingungen, die mehr oder weniger häufig als gewisse feste Gränzen sind, übereinstimmen, so werden solche Schwingungen, obgleich sie die Netzhaut erreichen, doch keinen Eindruck hervorbringen. So bringt auch ein einzelner oder ein unregelmäßig wiederholter Stoß kein Licht hervor, und auf diese Art können auch die in der Netzhaut hervorgebrachten Schwingungen noch eine merkliche Zeit fortdauern, wenn auch die wirkende Ursache aufgehört hat, wodurch die Empfindung von Licht verlängert wird (vorzüglich die eines lebhaften Lichts), wie §. 543 beschrieben worden ist. Wir können auf diese Art die Möglichkeit einsehen, wie einige Thiere, z. B. Insecten, von keiner unserer Farben Empfindungen haben, und die alle ihre Eindrücke von Licht durch eine Art von Schwingungen erhalten, welche jenseits unserer Gränzen liegen; auf ähnliche Weise wie Dr. Wollaston dasselbe sehr scharfsinnig von ihren Wahrnehmungen des Schalls behauptet, ja beinahe bewiesen hat.

$$x = a \cdot \cos \cdot 2\pi \cdot \frac{t+C}{T}$$

$$v = a\sqrt{E} \cdot \sin 2\pi \cdot \frac{t+C}{T}$$

welche die Gleichungen sind, die die verlangten Gesetze ausdrücken, und die sich, wenn wir die Zeit in dem Augenblick anfangen lassen, wo $v = o$ ist, oder wenn sich das Theilchen an einem Ende der Schwingung befindet, auf folgende reduciren:

$$x = a \cdot \cos \cdot 2\pi \cdot \frac{t}{T};\ v = a \cdot \sqrt{E} \cdot \sin 2\pi \cdot \frac{t}{T}.$$

570. Zusatz. Die hin und her gehenden Schwingungen des Theilchens bestehen daher in vier Hauptphasen, in denen die Bewegung ähnlich ist, aber in entgegengesetzter Richtung oder auf entgegengesetzten Seiten des Mittelpunkts stattfindet. In der ersten Phase befindet sich das Theilchen rechts vom Mittelpunkt und nähert sich demselben; in der zweiten ist es links von demselben, allein in beiden geschieht die Bewegung von der rechten nach der linken Hand, und wir nennen dieselben die positiven Phasen. In der dritten Phase liegt das Theilchen links vom Centrum und bewegt sich gegen dasselbe, von der linken nach der rechten Hand. In der vierten ist es rechts vom Mittelpunkt und entfernt sich von demselben, indem es immer von der linken nach der rechten Seite zu sich bewegt. Diese letztern sollen die negativen Phasen der Schwingung heißen.

571. Aufgabe. Die gradlinigen Schwingungen eines Aethertheilchens zu bestimmen, welche aus einem nach der vorigen Aufgabe schwingenden Theilchen eines leuchtenden Körpers fortgepflanzt werden.

Bei der Fortpflanzung der Bewegung durch elastische gleichförmige Mittel wird jedem Theilchen eine gleiche oder ähnliche Bewegung von dem vorhergehenden mitgetheilt; allein diese Mittheilung bedarf einiger Zeit, und die Bewegung eines Theilchens, welches vom Ursprung der Schwingungen entfernt ist, fängt nicht eher an, als bis eine der Entfernung proportionale Zeit verflossen ist, welche durch denjenigen Zeitraum angegeben wird, in der der fortgepflanzte Stoß, sowohl bei dem Schall als bei dem Lichte, diese Entfernung mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit durchläuft, die der Elasticität des Mittels angemessen ist. Bei dem Licht beträgt sie ungefähr 200,000 Meilen in einer Secunde, bei dem

Schall

Schall 1100 Fuß. Hat die Schwingung der ersten Ursache der Bewegung aufgehört, so hört doch die Bewegung des Aethertheilchens nicht sogleich auf, sondern wird noch eine Zeit hindurch fortgesetzt, welche derjenigen gleich ist, welche vor dem Anfang der Bewegung verstrich. Nennen wir daher V die Geschwindigkeit des Lichts, D den Abstand des Aethertheilchens vom leuchtenden Punkt, so ist $\frac{D}{V}$ der Zeitraum, welcher zwischen dem Anfang der Bewegung des letztern und des erstern verstreicht; ist also — t die Zeit, welche in irgend einem Augenblick seit dem Anfang der ersten positiven Phase der Schwingung des leuchtenden Punktes verstrichen ist, so ist $t - \frac{D}{V}$ die entsprechende Zeit für das Aethertheilchen. Wir haben daher für die Bewegung des leuchtenden Punkts die Gleichungen

$$x = a \cdot \cos 2\pi \cdot \frac{t}{T},\ v = b \cdot \sin 2\pi \cdot \frac{t}{T} \quad ,$$

wo $b = a\sqrt{E}$ ist, und für die Gleichungen der Bewegung des Aethertheilchens, indem wir $\beta = \alpha \sqrt{E}$ setzen:

$$x = \alpha \cdot \cos 2\pi \cdot \left\{ \frac{t - \frac{D}{V}}{T} \right\} \quad ;$$

$$v = \beta \cdot \sin 2\pi \cdot \left\{ \frac{t - \frac{D}{V}}{T} \right\} \quad ;$$

wo α die halbe Amplitude der Schwingung, oder die Größe der Ausweichung des Aethertheilchens vom Ruhepunkte bedeutet.

572. Erster Zusatz. Hieraus ist es einleuchtend, daß die eigentliche Geschwindigkeit der Aethertheilchen in jedem beliebigen Verhältniß kleiner als die des Lichts seyn kann; denn der größere Werth von v hängt rücksichtlich seines numerischen Ausdruckes nur von α oder der Größe der Ausweichung, und von E ab, aber gar nicht von V oder der Geschwindigkeit, mit welcher die Welle fortgepflanzt wird.

573. Zweiter Zusatz. Nehmen wir an, das leuchtende Theilchen habe seit dem Anfang der Bewegung eine beliebige Anzahl von Vibrationen und einen aliquoten Theil derselben in der

Zeit t vollendet, so wird ein Aethertheilchen, welches sich nach irgend einer Richtung zu von demselben in der Entfernung V.t befindet, von demselben in Bewegung gesetzt werden (so daß alle diese Theilchen auf einer Kugeloberfläche liegen, deren Halbmesser V.t ist). Nehmen wir eine andere Kugeloberfläche an, die mit der ersten concentrisch liegt, deren Halbmesser aber um die Größe V.T kleiner ist (die wir in der Folge durch λ bezeichnen werden), so hat jedes in dieser Oberfläche liegende Theilchen so eben seine erste Schwingung vollendet und fängt die zweite an. Der Zwischenraum zwischen diesen Oberflächen enthält, wenn derselbe in concentrische Kugelschalen getheilt wird, Aethertheilchen, die sich in jeder Phase der Schwingung befinden können, und zwar haben die Theilchen, welche sich auf derselben Schale befinden, auch dieselbe Phase. Diese Theilchen zusammengenommen nennt man eine Welle, und da der Stoß immer weiter vorwärts fortgepflanzt wird, so ist einleuchtend, daß der Radius der Welle immer zunimmt, und nach und nach alle Theilchen des Mittels bis ins Unendliche umfaßt.

574. Erklärung. Der Zwischenraum zwischen der innern und äußern Oberfläche einer Welle heißt eine Undulation, oder ein Wellenschlag, und seine Länge ist $= V.T = \lambda$, oder der Raum, den das Licht in der Zeit einer vollständigen Schwingung des Aethertheilchens durchläuft. Er ist also der Zeit proportional.

575. Die Länge der Undulationen verschieden gefärbter Strahlen sind also unter einander verschieden. Denn vermöge des sechsten Forderungssatzes bestimmt die in einer gewissen Zeit geschehene Menge der Schwingungen der Aethertheilchen die Zeit. Je häufiger nun die Schwingungen in einer gegebenen Zeit sind, desto kürzer ist ihre Dauer, folglich ist T, welches diese Dauer ausdrückt, und daher auch λ oder die Länge der Undulation für violette Strahlen kleiner als für rothe. Aus Versuchen, die sogleich beschrieben werden sollen, hat sich ergeben, daß die Länge der Wellenschläge in der Luft oder die Werthe von λ für die verschiedenen Strahlen, so wie auch die Anzahl, wie oft sie in einer Secunde wiederholt werden, folgende sind:

Farbe.	Länge einer Undulation in Theilen eines Zolles in Luft, $\lambda =$	Anzahl solcher Undulationen in einem Zoll oder $\frac{1}{\lambda}$.	Anzahl der Undulationen in einer Secunde. Die Geschwindigkeit des Lichts 192000 M.
Aeußerste	0,0000266	37640	458 Billionen
Roth	256	39180	477 —
Mittlere	246	40720	495 —
Orange	240	41610	506 —
Mittlere	235	42510	517 —
Gelb	227	44000	535 —
Mittlere	219	45600	555 —
Grün	211	47460	577 —
Mittlere	203	49320	600 —
Blau	196	51110	622 —
Mittlere	189	52910	644 —
Dunkelblau	185	54070	658 —
Mittlere	181	55240	672 —
Violett	174	57490	699 —
Aeußerste	167	59750	727 —

576. Wir sehen aus dieser Tabelle, daß die Empfindlichkeit des Auges in viel engere Gränzen als die des Ohres eingeschlossen ist, da das Verhältniß der äußersten Schwingungen beinahe wie das von 1,58:1 ist, daher weniger als eine Octave beträgt, und ungefähr der kleinen Sexte gleichkommt. Es ist nicht wenig zu verwundern, daß man im Stande ist, so kleine Theile des Raumes und der Zeit mit Gewißheit zu messen; denn man kann bemerken, daß diese Perioden und Zeiträume wirklich existiren, welche Theorie des Lichts wir auch annehmen, und daß bei denselben nichts weiter hypothetisch ist, als die ihnen beigelegten Namen.

577. Die Richtung eines Strahls im Undulationssystem ist eine Linie, welche auf der Oberfläche der Welle senkrecht steht. Wird daher die Schwingung im gleichförmigen Aether fortgepflanzt, wo die Welle von Kugeloberflächen begränzt wird, so ist die Richtung des Strahls constant, und kommt vom Mittelpunkt her. In die-

sem System bewegt sich also ein Lichtstrahl gradlinig in einem glei förmigen Mittel.

578. Die Intensität eines Strahls steht in einem gewiss Verhältniß zu den Stößen, die die Netzhaut in einer bestimmten Z von den Aethertheilchen erhält, und daher in einem gewissen Verhä niß zu den Amplituden ihrer Schwingungen, oder zu ihren absolut Geschwindigkeiten. Das Princip der Erhaltung der lebendigen Krä erfordert, daß die Amplitude der Schwingung eines Mollecules, w ches sich in beliebiger Entfernung vom Mittelpunkte der Vibration befindet, sich umgekehrt, wie die Entfernung verhält. Nehmen n dann an, daß die auf der Netzhaut hervorgebrachte Empfindung s bloß wie die Kraft der Trägheit des Theilchens verhält, welches di Empfindung bewirkt, so muß das Licht umgekehrt, wie die Entfe nung abnehmen; verhält sie sich wie die lebendige Kraft desselb (oder wie das Quadrat der Geschwindigkeit), so nimmt das Lic umgekehrt, wie das Quadrat der Entfernung ab. Da wir nic wissen, auf welche Art die Empfindung des Lichts und des Schall in unserm Sensorium hervorgebracht wird, so haben wir keinen Grun das eine dieser Verhältnisse dem andern a priori vorzuziehen. B denken wir aber, daß bei der Trennung eines Lichtstrahls durch pa tielle Zurückwerfung, oder durch doppelte Brechung, oder auf irge eine andere Weise, weder Gewinn noch Verlust an Licht stattfin (vorausgesetzt daß das Mittel, welches die Trennung bewirkt, vo kommen durchsichtig und polirt ist), so daß die Summe der Inte sitäten constant bleibt, obgleich die absoluten Geschwindigkeiten schwingenden Theilchen, sowohl der Größe als dem Zeichen n (wie bei der Zurückwerfung, wo man annehmen muß, daß sie m telbar oder unmittelbar von einander zurückspringen) verschieden s können, so läßt uns die Uebereinstimmung dieses Gesetzes in a Fällen mit dem der lebendigen Kräfte, und der Widerspruch des ben in dem andern erwähnten Falle mit dem Gesetz der gleichför gen Bewegung des Schwerpunkts (wodurch nicht die Summe, s dern die Differenz der Intensitäten constant würde, wenn man einfache Verhältniß der Geschwindigkeiten als Maß annehmen wo keine andere Wahl übrig, als das Quadrat der absoluten Geschw digkeit, oder der Amplitude der Schwingungen des Theilchens, das Maß der Intensität des fortgepflanzten Strahls anzunehm

auf diese Art ist das beobachtete Gesetz der Abnahme des Lichts mit dem Undulationssystem in Uebereinstimmung gebracht.

579. Ist das Mittel, in welchem die Vibrationen fortgepflanzt werden, nicht gleichförmig elastisch, so schreiten die Wellen, dem Gesetz der Elasticität gemäß, in verschiedenen Richtungen ungleich fort. In diesem Fall ist die Gestalt der Welle nicht kugelförmig. Nehmen wir an, daß die Elasticität durch unmerkliche Uebergänge sich ändert, so wie wenn das Licht durch die Atmosphäre geht, deren brechende Kraft veränderlich ist, so wird die Gestalt der Welle nach der Seite zu, wo die Elasticität geringer ist, abgeplattet. Ist in Fig. 126 AB die Oberfläche der Erde, CD, EF, GH die atmosphärischen Schichten, und S ein leuchtender Punkt, so werden die Wellen weniger gekrümmt, so wie sie sich der senkrechten SB nähern, und die krumme Linie S, 1, 2, 3, 4, 5, welche alle unter rechten Winkeln durchschneidet, ist nach Unten zu convex, so daß der Strahl immer nach der Erde zu gelenkt erscheint, wie dieß auch wirklich der Fall ist. Wir wollen nun die Erscheinungen der Zurückwerfung und der Brechung im Undulationssystem betrachten.

580. Die senkrechte Zurückwerfung des Lichts läßt sich durch die Analogie mit der Bewegung einer elastischen Kugel, die gradezu auf eine andere ruhende stößt, begreifen, und sie ist auf diese Weise von Dr. Young erklärt worden. Sind die Kugeln einander gleich, so wird die ganze Bewegung der stoßenden Kugel der andern mitgetheilt, und keine Zurückwerfung findet statt; auf diese Weise kann der Stoß ohne Verringerung durch eine beliebig lange Reihe von Kugeln fortgepflanzt werden. Dieß findet bei dem Licht statt, welches sich in einem gleichförmigen Mittel bewegt, oder aus einem Mittel in ein anderes von gleicher Elasticität übergeht. Stößt aber eine kleinere Kugel auf eine größere ruhende, so wird sie mit einer Kraft zurückgeworfen, die im Verhältniß mit dem Unterschiede der Größe der Kugeln stehen muß.

581. Um aber die schiefe Zurückwerfung und Brechung, so wie andere Erscheinungen, von denen wir reden werden, zu erklären, müssen wir folgende Sätze aufstellen, die entweder an sich klar sind, oder doch aus den elementaren Sätzen der Dynamik folgen.

582. Erstens. Wird den Theilchen eines Mittels zu gleicher Zeit eine beliebige Anzahl sehr kleiner Stöße mitgetheilt, so ist die Bewegung eines jeden Theilchens in einem beliebigen Augenblick gleich

der Summe aller Bewegungen, die dasselbe haben würde, wenn jeder Stoß dem System von Theilchen einzeln mitgetheilt worden wäre (das Wort Summe muß hierbei in seinem algebraischen Sin genommen werden).

583. **Zweitens.** Jedes schwingende Theilchen eines Mittels es mag durch einen ursprünglichen, oder durch einen fortgepflanzte Stoß in Schwingung gerathen seyn, kann als ein Mittelpunkt de Schwingungen betrachtet werden, aus welchem ein System von se cundären Wellen nach allen Richtungen, den Gesetzen der Fortpflan zung der Wellen gemäß, ausgeht.

584. **Satz.** Bei der Zurückwerfung des Lichts in der Undu lationstheorie ist der Einfallswinkel dem Zurückwerfungswinkel gleich

Es sey AB eine Ebene, die die beiden Mittel trennt, und S der leuchtende Punkt, der eine Reihe sphärischer Wellen hervorbringt von denen Aa eine ist. Sobald diese die Oberfläche in A erreicht findet eine partielle Zurückwerfung statt, und sieht man A als einen neuen Mittelpunkt der Schwingungen an, so pflanzen sich aus demselbe Wellen fort, von denen eine mit größerer oder kleinerer Geschwin digkeit, als die einfallende besitzt, in das Mittel tritt; die ander geht mit derselben Geschwindigkeit in das erste Mittel zurück. Wi haben jetzt nur die letztere zu berücksichtigen. Die Welle Aa beweg sich nach Bb, so wird während der Zeit, daß sie den Raum PB durchlaufen hat, die von A fortgepflanzte Welle durch eine Entfer nung Ad = PB zurückgegangen seyn, und die Halbkugel, deren Halbmesser Ad ist, wird diese Welle vorstellen. Zwischen A und B nehme man irgend einen Punkt X an und beschreibe die Halbkug

[redacted]

wo die ursprüngliche Welle den Punkt B erreicht hat. die Oberfläche der zurückgeworfenen Welle. Man daß die Kugelfläche bB unterhalb der Ebene AB fort durch die punktirte Linie DCB dargestellt wird; dasselbe ge he den aus A und X beschriebenen Kugeln. Da die Kugeloberfl DCB und Cc beide senkrecht auf SXC stehen, so müssen sie sich in C berühren, folglich ist die Oberfläche, welche alle um A, X u. s. w. beschriebenen Kugeln berührt, unterhalb AB ein Kugelstück, dessen Mittelpunkt S ist; die Oberfläche Bcd oder die zurückgeworfene Welle ist daher ein Kugelstück, dessen Mittelpunkt s eben so tief unter der Linie AB liegt, als S über derselben befindet.

Einem in X befindlichen eint nun der leuchtende Punkt S in einer Richtung, die sen auf der einfallenden Welle steht, und das in c stehende Auge das zurückgeworfene Bild von S in s nach der Richtung cs se cht auf der zurückgeworfenen Welle; cs geht aber durch X, weil die Kugeln cC und Bb sich in c berühren. Folglich geht der Strahl, vermittelst dessen s gesehen wird, durch X. Die Oberflächen BD, Bd sind einander aber ähnlich und gleich, folglich wird auch W BXc = BXC = AXS, d. h. der Einfallswinkel ist dem Zu rfungswinkel gleich.

585. Zusatz. Ist die zurückwerfende Fläche nicht eben, so ist die zurückgeworfene Welle nicht sphärisch; ihre Gestalt läßt sich aber folgendermaßen leicht bestimmen. Die directe Welle habe die Lage Bb (Fig. 128) angenommen. Man nehme irgend einen Punkt X in der zurückwerfenden Oberfläche, und beschreibe die Kugel XQ; aus dem Mittelpunkt X und dem Halbmesser BQ beschreibe man eine andere Kugel. Dasselbe thue man mit jedem andern Punkt der Oberfläche AB, und die Oberfläche Bcd, welche alle diese Kugeln berührt, wird die Oberfläche der zurückgeworfenen Welle, weil sie die größte Entfernung angiebt, welche der reflectirte Stoß in allen Richtungen zu derselben Zeit erreicht hat, in welcher der directe Stoß nach B gekommen ist. Man nehme nun Y unendlich nahe an X, und indem man dieselbe Construction an Y vornimmt, seyen c, e die Punkte der zurückgeworfenen Welle, auf welcher Xc und Ye senkrecht stehen. Man ziehe Xr senkrecht auf Ye, Xq auf SYq; da nun Ye = SB — SY, Xc = SB — SX, so wird Ye — Xc r Yr = SX — SY = Yq, und da XY den rechtwinklichen ecken XYr, XYq gemeinschaftlich ist, so wird der Winkel

der Summe aller Bewegungen, die dasselbe haben würde, wen jeder Stoß dem System von Theilchen einzeln mitgetheilt worde wäre (das Wort Summe muß hierbei in seinem algebraischen Sin genommen werden).

583. Zweitens. Jedes schwingende Theilchen eines Mittel es mag durch einen ursprünglichen, oder durch einen fortgepflanzte Stoß in Schwingung gerathen seyn, kann als ein Mittelpunkt de Schwingungen betrachtet werden, aus welchem ein System von s cundären Wellen nach allen Richtungen, den Gesetzen der Fortpflar zung der Wellen gemäß, ausgeht.

584. Satz. Bei der Zurückwerfung des Lichts in der Undu lationstheorie ist der Einfallswinkel dem Zurückwerfungswinkel gleich

Es sey AB eine Ebene, die die beiden Mittel trennt, und der leuchtende Punkt, der eine Reihe sphärischer Wellen hervorbring von denen Aa eine ist. Sobald diese die Oberfläche in A erreicht findet eine partielle Zurückwerfung statt, und sieht man A als eine neuen Mittelpunkt der Schwingungen an, so pflanzen sich aus demselbe Wellen fort, von denen eine mit größerer oder kleinerer Geschwin digkeit, als die einfallende besitzt, in das Mittel tritt; die ander geht mit derselben Geschwindigkeit in das erste Mittel zurück. Wi haben jetzt nur die letztere zu berücksichtigen. Die Welle Aa beweg sich nach Bb, so wird während der Zeit, daß sie den Raum PI durchlaufen hat, die von A fortgepflanzte Welle durch eine Entfer nung Ad = PB zurückgegangen seyn, und die Halbkugel, dere Halbmesser Ad ist, wird diese Welle vorstellen. Zwischen A und I nehme man irgend einen Punkt X an und beschreibe die Halbkug Xc. Sieht man nun X als einen Mittelpunkt der Schwingun an, so wird er nicht eher zu schwingen anfangen, als bis ihn di Welle erreicht hat. Er schwingt daher um die ganze Zeit später welche die Welle Aa gebraucht, um durch PQ zu laufen; allei wenn er einmal in Schwingung gesetzt ist, so pflanzt er rückwärt eine Welle mit gleicher Geschwindigkeit fort, so daß wenn die u sprüngliche Welle nach Bb gelangt ist, die von X ausgehende ein Halbkugel bildet, deren Radius Xc = PB = PQ = AB ist. D dieses nun von jedem Punkt X gilt, und wir eine Oberfläche an nehmen, die alle diese Halbkugeln in d, c, B berührt, so giebt dies Oberfläche die Punkte an, in denen der zurückgeworfene Stoß so ebe angelangt ist, und die sich in dem Zeitpunkt zu bewegen anfangen

wo die ursprüngliche Welle den Punkt B erreicht hat. Sie ist daher die Oberfläche der zurückgeworfenen Welle. Man nehme nun an, daß die Kugelfläche bB unterhalb der Ebene AB fortgesetzt sey, wie durch die punktirte Linie DCB dargestellt wird; dasselbe geschehe mit den aus A und X beschriebenen Kugeln. Da die Kugeloberflächen DCB und Cc beide senkrecht auf SXC stehen, so müssen sie sich in C berühren, folglich ist die Oberfläche, welche alle um A, X u. s. w. beschriebenen Kugeln berührt, unterhalb AB ein Kugelstück, dessen Mittelpunkt S ist; die Oberfläche Bcd oder die zurückgeworfene Welle ist daher ein Kugelstück, dessen Mittelpunkt s eben so tief unter der Linie AB liegt, als sich S über derselben befindet.

Einem in X befindlichen Auge erscheint nun der leuchtende Punkt S in einer Richtung, die senkrecht auf der einfallenden Welle steht, und das in c stehende Auge sieht das zurückgeworfene Bild von S in s nach der Richtung cs senkrecht auf der zurückgeworfenen Welle; cs geht aber durch X, weil die Kugeln cC und Bb sich in c berühren. Folglich geht der Strahl, vermittelst dessen s gesehen wird, durch X. Die Oberflächen BD, Bd sind einander aber ähnlich und gleich, folglich wird auch Winkel BXc = BXC = AXS, d. h. der Einfallswinkel ist dem Zurückwerfungswinkel gleich.

585. Zusatz. Ist die zurückwerfende Fläche nicht eben, so ist die zurückgeworfene Welle nicht sphärisch; ihre Gestalt läßt sich aber folgendermaßen leicht bestimmen. Die directe Welle habe die Lage Bb (Fig. 128) angenommen. Man nehme irgend einen Punkt X in der zurückwerfenden Oberfläche, und beschreibe die Kugel XQ; aus dem Mittelpunkt X und dem Halbmesser BQ beschreibe man eine andere Kugel. Dasselbe thue man mit jedem andern Punkt der Oberfläche AB, und die Oberfläche Bcd, welche alle diese Kugeln berührt, wird die Oberfläche der zurückgeworfenen Welle, weil sie die größte Entfernung angiebt, welche der reflectirte Stoß in allen Richtungen zu derselben Zeit erreicht hat, in welcher der directe Stoß nach B gekommen ist. Man nehme nun Y unendlich nahe an X, und indem man dieselbe Construction an Y vornimmt, seyen c, e die Punkte der zurückgeworfenen Welle, auf welcher Xc und Ye senkrecht stehen. Man ziehe Xr senkrecht auf Ye, Xq auf SYq; da nun Ye = SB — SY, Xc = SB — SX, so wird Ye — Xc oder Yr = SX — SY = Yq, und da XY den rechtwinklichen Dreiecken XYr, XYq gemeinschaftlich ist, so wird der Winkel

$rYX = XYq = SYA$, so daß dasselbe Gesetz der Zurückwerfung sowohl bei krummen als bei ebenen Oberflächen stattfindet.

586. **Aufgabe.** Das Gesetz der Brechung in der Undulationstheorie zu erklären.

Es sey (Fig. 129) S ein leuchtender Punkt, aus welchem irgend eine fortgepflanzte Welle nach und nach die Punkte Y, X, B irgend einer krummen Oberfläche eines brechenden Mittels erreicht, wo X und Y einander unendlich nahe liegen. So wie die Welle die Punkte Y, X, B trifft, wird jeder derselben ein Mittelpunkt der Undulationen, die sich im brechenden Mittel mit einer Geschwindigkeit fortpflanzen, welche von der des Lichts im ersten Mittel, rücksichtlich der verschiedenen Elasticitäten, abweicht. (Dritter Forderungssatz.) Es sey $V : v =$ die Geschwindigkeit im ersten Mittel zu der im zweiten (der Hypothese nach ein constantes Verhältniß) und indem man die Kugel BQR beschreibt, nehme man $Xc = \frac{v}{V} . QX$ und $Ye = \frac{v}{V} . YR$, dann sind Xo und Ye die Räume, welche die gebrochenen secundären Wellen, die von X und Y ausgehen, in der Zeit beschreiben, in welcher die directe Welle B erreicht hat. Beschreibt man daher aus X und Y mit diesen Halbmessern Kugeln, und nehme an, daß e und c Punkte in der krummen Oberfläche sind, die alle diese Kugeln berührt, so ist einleuchtend, daß Xc, Ye auf dieser Oberfläche, d. h. auf der Oberfläche der gebrochenen Welle senkrecht stehen; also sind Xc, Ye die Richtungen der in X und Y gebrochenen Strahlen. Man ziehe Xq, Xr senkrecht auf YR, Ye, so ist $Yq = SX - SY$, $Yr = Ye - Xc = \frac{v}{V}$

$$(YR - XQ) = \frac{v}{V}\left\{(SR - SY) - (SQ - SX)\right\} = \frac{v}{V}(SX - SY)$$

$= \frac{v}{V} . Yq$. Wir erhalten daher $Yq : Yr = V : v$. Da aber SX, SY directe Strahlen und Yc, Ye die zugehörigen gebrochenen Strahlen sind, so ist SXY das Complement des Einfallswinkels von SX, folglich ist YXq dem Einfallswinkel selbst gleich, und XYr ist das Complement des Brechungswinkels; also auch $YXr = 90° - XYr =$ dem Brechungswinkel von SY, oder von

schehen, hat Poisson die Intensitäten des einfallenden, zurückgeworfenen und durchgelassenen Strahls untersucht. Seine Resultate sind folgende: Setzt man die absoluten Brechungsverhältnisse der Mittel μ, μ', so findet er unter der Voraussetzung, daß die Intensität des Lichts sich wie das Quadrat der absoluten Geschwindigkeit der schwingenden Theilchen verhält.

Intensität des zurückgeworfenen Strahls zu der des einfallenden $= (\mu' - \mu)^2 : (\mu' + \mu)^2$. Intensität des durchgelassenen Strahls zu der des einfallenden $= 4\mu\mu : (\mu' + \mu)^2$. Intensität eines Strahls, der aus einem Mittel vom Brechungsverhältniß $= \mu$ in ein anderes, aus einer parallelen Platte bestehendes, übergeht, dessen Brechungsverhältniß $= \mu'$, das an seiner zweiten Oberfläche mit einem dritten Mittel vom Brechungsverhältniß μ'' in Berührung ist, und welcher an der gemeinschaftlichen Oberfläche derselben zurückgeworfen wird, und an der ersten Oberfläche wieder heraustritt, zur Intensität des ursprünglich auf die erste Oberfläche fallenden Strahls $= 16\,\mu^2\mu'^2\,(\mu'' - \mu')^2 : (\mu + \mu')^4\,(\mu' + \mu'')^2$. Endlich verhält sich die Intensität eines Strahls, der durch die parallele Platte des zweiten Mittels ins dritte übergeht, zu der des ursprünglich einfallenden Strahls $= 16\,\mu^2\mu'^2 : (\mu + \mu')^2 \cdot (\mu' + \mu'')^2$, welches auf das Verhältniß $16\,\mu^2\mu'^2 : (\mu + \mu')^2$ reducirt wird, wenn das dritte Mittel dem ersten gleich ist.

593. Die von Poisson gefundenen Resultate zeigen, insofern sie auf eine genügende Art mit Versuchen verglichen werden konnten, eine allgemeine Uebereinstimmung, und die Undulationstheorie giebt auf diese Art eine annehmliche Erklärung des Zusammenhanges der zurückwerfenden Kraft eines Mittels mit seinem Brechungsverhältniß und der verminderten Zurückwerfung an der Oberfläche zweier Mittel. Man muß bemerken, daß diese Resultate schon früher von Dr. Young in seiner Abhandlung über die Farben (Encyclop. Britt.) angegeben worden sind. Die dabei angewendeten Schlüsse nennt Poisson indirect, allein wir gestehen, daß es uns nicht scheint, als ob dieselben einen solchen Beinamen verdienten.

594. Wenn uns photometrische Versuche in den Stand setzen, das Verhältniß des zurückgeworfenen Lichts zum einfallenden zu bestimmen, so können wir daraus das Brechungsverhältniß des zurückwerfenden Mittels finden, und zwar grade in solchen Fällen, wo sich keine andere Methode anwenden läßt. So hat z. B. Arago gefun=

werden, und ihre Schwingung anfangen, so daß die Schlußfolge des ersten Zusatzes sich auf alle Fälle anwenden läßt.

590. Die Eigenschaften der Brennpunkte und der Brennlinien ergeben sich aus dieser Theorie mit einer solchen Eleganz und Einfachheit, daß es unverzeihlich wäre, wenn wir nicht ein Beispiel ihrer Anwendung auf diesen Theil der Optik geben wollten.

Ein Brennpunkt ist derjenige Punkt, in welchem dieselbe Welle in einerlei Zeitpunkt von mehr als einem Punkte der Oberfläche eintrifft.

Es ist einleuchtend, daß wenn dieses stattfindet, so werden die Aetherttheilchen im Brennpunkt durch die vereinigte Kraft aller Undulationen bewegt, die sie in derselben Phase in einerlei Augenblick erreichen, und diese Bewegung wird um so stärker seyn, je mehreren Punkten der Brennpunkt gemeinschaftlich ist, und das Licht im Brennpunkt wird daher auch verhältnißmäßig desto stärker.

591. **Aufgabe.** Man soll die Natur der Oberfläche bestimmen, welche alle Strahlen, die aus einem Punkt ausgehen, genau in einem einzigen Brennpunkt bricht.

Es sey F (Fig. 129) der Brennpunkt, so wird jeder Theil einer Welle, die aus S ausgeht, und an der Oberfläche AB gebrochen wird, den Punkt F in einerlei Zeitpunkt erreichen, folglich ist die Zeit, in welcher SX mit der Geschwindigkeit V durchlaufen wird, + der Zeit, in welcher XF mit der Geschwindigkeit v durchlaufen wird, für jeden Punkt der Oberfläche eine constante Größe. Es wird daher

$$\frac{SX}{V} + \frac{FX}{v} = \text{Constans}$$

oder wenn man durch μ das relative Brechungsverhältniß bezeichnet

$$SX + \mu . FX = \text{Constans}.$$

Diese Gleichung bestimmt die Natur der gesuchten Curve, und man bemerkt leicht, daß sie mit der Gleichung (n) §. 232 identisch ist, die wir durch eine directe Betrachtung des Brechungsgesetzes, aber auf eine verwickeltere Art erhielten.

592. Die Intensität des zurückgeworfenen oder gebrochenen Strahls kann bei dem sehr unvollkommnen Zustand unserer Kenntniß über die Theorie der Wellen nicht allgemein berechnet werden. Bei senkrechtem Einfall, und unter der besondern Annahme, daß die Schwingungen des Lichts in der Richtung des Strahls selbst ge=

stehen, hat Poisson die Intensitäten des einfallenden, zurückgeworfenen und durchgelassenen Strahls untersucht. Seine Resultate sind folgende: Setzt man die absoluten Brechungsverhältnisse der Mittel μ, μ', so findet er unter der Voraussetzung, daß die Intensität des Lichts sich wie das Quadrat der absoluten Geschwindigkeit der schwingenden Theilchen verhält.

Intensität des zurückgeworfenen Strahls zu der des einfallenden $= (\mu' - \mu)^2 : (\mu' + \mu)^2$. Intensität des durchgelassenen Strahls zu der des einfallenden $= 4\mu\mu : (\mu' + \mu)^2$. Intensität eines Strahls, der aus einem Mittel vom Brechungsverhältniß $= \mu$ in ein anderes, aus einer parallelen Platte bestehendes, übergeht, dessen Brechungsverhältniß $= \mu'$, das an seiner zweiten Oberfläche mit einem dritten Mittel vom Brechungsverhältniß μ'' in Berührung ist, und welcher an der gemeinschaftlichen Oberfläche derselben zurückgeworfen wird, und an der ersten Oberfläche wieder heraustritt, zur Intensität des ursprünglich auf die erste Oberfläche fallenden Strahls $= 16\,\mu^2\mu'^2\,(\mu'' - \mu')^2 : (\mu + \mu')^4\,(\mu' + \mu'')^2$. Endlich verhält sich die Intensität eines Strahls, der durch die parallele Platte des zweiten Mittels ins dritte übergeht, zu der des ursprünglich einfallenden Strahls $= 16\,\mu^2\mu'^2 : (\mu + \mu')^2 \cdot (\mu' + \mu'')^2$, welches auf das Verhältniß $16\,\mu^2\mu'^2 : (\mu + \mu')^4$ reducirt wird, wenn das dritte Mittel dem ersten gleich ist.

593. Die von Poisson gefundenen Resultate zeigen, insofern sie auf eine genügende Art mit Versuchen verglichen werden konnten, eine allgemeine Uebereinstimmung, und die Undulationstheorie giebt auf diese Art eine annehmliche Erklärung des Zusammenhanges der zurückwerfenden Kraft eines Mittels mit seinem Brechungsverhältniß und der verminderten Zurückwerfung an der Oberfläche zweier Mittel. Man muß bemerken, daß diese Resultate schon früher von Dr. Young in seiner Abhandlung über die Farben (Encyclop. Britt.) angegeben worden sind. Die dabei angewendeten Schlüsse nennt Poisson indirect, allein wir gestehen, daß es uns nicht scheint, als ob dieselben einen solchen Beinamen verdienten.

594. Wenn uns photometrische Versuche in den Stand setzen, das Verhältniß des zurückgeworfenen Lichts zum einfallenden zu bestimmen, so können wir daraus das Brechungsverhältniß des zurückwerfenden Mittels finden, und zwar grade in solchen Fällen, wo sich keine andere Methode anwenden läßt. So hat z. B. Arago gefun-

den, daß das Quecksilber bei senkrecht einfallendem Lichte ungefähr die Hälfte zurückwirft, und wir haben in diesem Fall

$$\left(\frac{\mu'-\mu}{\mu'+\mu}\right)^2=\frac{1}{2}\,;\ \frac{\mu'}{\mu}=5{,}829$$

für das Brechungsverhältniß aus Luft in Quecksilber, und dieß stimmt im Ganzen mit den optisch-chemischen Versuchen überein, die allen schweren, und vorzüglich den weißen Metallen (wie sich aus ihren durchsichtigen Verbindungen ergiebt) sehr stark brechende und zerstreuende Kräfte zuschreiben. Diese merkwürdige und interessante Anwendung hat Dr. Young in seiner erwähnten Abhandlung nicht übersehen.

595. Um die Theorie der Zurückwerfung und der Brechung in der Vibrationshypothese vollständig zu machen, müssen wir zeigen, was aus den schiefen Theilen der secundären Wellen wird, welche nach allen Richtungen von jedem Punkt der zurückwerfenden oder brechenden Oberflächen ausgehen (wie Xγ, Fig. 127) und die nichts zur Bildung der Hauptwelle beitragen. Um dasselbe aber zu verstehen, müssen wir zur Lehre von den Interferenzen der Lichtstrahlen übergehen, eine Lehre, die wir fast ganz dem Scharfsinne des Dr. Young verdanken, obgleich wir einige Andeutungen in Hooke's Schriften (der vielleicht der scharfsinnigste Mann seiner Zeit war) finden, und Newton selbst bei Gelegenheit einige Speculationen angestellt hat, die hiermit gewissermaßen im Zusammenhang stehen. Allein die nicht weiter verfolgten Untersuchungen von Newton, so wie die Andeutungen von Hooke, können mit der eleganten, einfachen und verständlichen Theorie von Young gar nicht verglichen, und sollten kaum neben derselben erwähnt werden; eine Theorie, welche, wenn sie auch in der Natur nicht gegründet seyn sollte, gewiß eine der glücklichsten Annahmen ist, die je ein Genie gemacht hat, um Naturerscheinungen zu erklären nnd unter ein Gesetz zu bringen; auch hat dieselbe ganz unerwartet von ganzen Reihen neuer Erscheinungen, die anfangs derselben völlig entgegen zu seyn schienen, neue Stützen erhalten. In allen ihren Anwendungen und Einzelnheiten finden sich so glückliche Erfolge, daß wir fast verleitet werden zu sagen: ist diese Theorie nicht die richtige, so verdiente sie es doch zu seyn. Wir fürchten, daß die Gränzen dieses Werkes uns kaum erlauben, ihr Gerechtigkeit genug widerfahren zu lassen.

---

§. III. Von den Interferenzen der Lichtstrahlen.

596. Der Grundsatz, auf welchem dieser Theil der Theorie des Lichts beruht, ist eine Folge von dem der Coexistenz der kleinen Bewegungen, der in §. 583 angegeben ist. Treffen zwei Wellen zu gleicher Zeit bei einem Aethertheilchen an, so erhält dasselbe zugleich beide Bewegungen, welche ihm vermöge jeder einzelnen mitgetheilt worden wären, und die daraus hervorgehende Bewegung ist daher die Diagonale des Parallelogramms, dessen Seiten die einzelnen Bewegungen sind. Treffen die beiden Seitenbewegungen in ihren Richtungen völlig oder beinahe zusammen, so wird die mittlere Bewegung beinahe ihrer Summe gleich seyn, und dieselbe Richtung haben. Sind sie beinahe entgegengesetzt, so ist die mittlere Bewegung beinahe ihrem Unterschiede gleich. Nehmen wir nun an, daß zwei vibrirende Bewegungen, die in einer Reihe auf einander folgender Wellenschläge eines elastischen Mittels bestehen, einander ähnlich und gleich sind, und beliebig oft wiederholt werden, in demselben Punkt aus einerlei Centrum, aber auf verschiedenen Wegen (vermöge irgend eines Hindernisses) zusammenkommen, und zwar genau oder beinahe in derselben Richtung. Wir setzen auch voraus, daß entweder wegen der verschiedenen Länge des Weges, oder wegen der verschiedenen Geschwindigkeiten, die Zeit, welche die Welle braucht, um den ersten Weg (A) zu durchlaufen, kleiner als die für den zweiten (B) ist. Dann wird es einleuchtend, daß ein Aethertheilchen, welches sich in einem Punkte befindet, der beiden Wegen gemeinschaftlich ist, durch den auf dem Wege A geschehenden Wellenschlag eher zu schwingen anfängt, als es von der auf dem Wege B fortgepflanzten Welle erreicht wird. Bis zu diesem Augenblick wird seine Bewegung sich so verhalten, als ob die Welle B gar nicht vorhanden wäre. Allein noch diesen Augenblick wird seine Bewegung sehr nahe der Summe oder der Differenz der Bewegungen gleich, die es von jeder Welle einzeln erhalten haben würde, und zwar um so näher, je mehr die beiden Wege in ihren Endrichtungen mit einander übereinstimmen.

597. Nun kann es sich ereignen, daß der Unterschied der Länge der Wege, oder der Geschwindigkeiten so beschaffen ist, daß die durch B fortgepflanzten Wellen den Durchschnittspunkt genau eine halbe Undulation nach der ersten erreichen, d. h. um die Hälfte der Zeit

später, in welcher die Welle den Raum einer ganzen Undulation durchläuft. Das Theilchen, welches sich vermöge der durch A fortgepflanzten Schwingungen in irgend einer Phase der Ausweichung vom Ruhepunkt befinden würde, wird vermöge der durch B fortgepflanzten Schwingungen, wenn diese allein vorhanden wären, sich genau in der entgegengesetzten Phase befinden, d. h. es wird sich mit gleicher Geschwindigkeit in entgegengesetzter Richtung bewegen. (Man sehe §. 570.) Folglich wenn beide Bewegungen zugleich vorhanden sind, werden sie einander aufheben, und das Theilchen bleibt in Ruhe. Dasselbe findet statt, wenn der Unterschied der Länge der Wege oder der Geschwindigkeiten so beschaffen ist, daß die durch B fortgepflanzten Vibrationen den Durchschnitt beider Wege genau $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{7}{2}$ u. s. w. von einer vollständigen Undulation, nach der Ankunft der durch A fortgepflanzten Undulationen, erreichen; denn da die ähnlichen Phasen der Schwingungen periodisch wiederkehren, und immerwährend wiederholt werden, so kommt es nicht darauf an, ob die erste durch B fortgepflanzte Vibration mit der ersten oder einer der folgenden der durch A fortgepflanzten Vibrationen zusammentrifft, vorausgesetzt daß der Unterschied der Phasen derselbe bleibt.

598. Auf der andern Seite kann es sich auch ereignen, daß die durch B fortgepflanzte Welle den Durchschnittspunkt erst dann erreicht, nachdem die durch A fortgepflanzte Welle schon eine, zwei oder mehrere vollkommene Schwingungen hervorgebracht hat. In diesem Fall wird das im Durchschnittspunkte befindliche Theilchen durch beide Undulationen in derselben Phase getroffen, und daher wird die Geschwindigkeit, so wie die Amplitude der Schwingung verdoppelt, anstatt aufgehoben zu werden.

599. Endlich kann der Fall eintreten, daß der Unterschied der Zeiten der Ankunft der correspondirenden Wellen weder ein grades noch ungrades Vielfache einer halben vollständigen Undulation beträgt. In diesem Fall wird das Theilchen eine Bewegung erhalten, die geringer als die doppelte Bewegung ist, welche es von jeder Welle besonders erhalten haben würde.

600. Eine passende Erläuterung des hier beschriebenen Falles der Interferenzen kann man durch die Betrachtung des analogen Falles bei dem Zusammentreffen der Wellen an der Oberfläche des Wassers

erhalten. Wir wollen z. B. annehmen, daß zwei Canäle von gleicher Breite A und B unter rechten Winkeln in einen Wasserbehälter gehen, an deren Oeffnungen eine Welle, die in einem sehr entfernten Punkte entspringt, zu gleicher Zeit ankommt, und in beiden Canälen mit gleicher und gleichförmiger Bewegung fortgeht. Die Seiten der Canäle sind ganz platt, und ihre Breite überall völlig gleich. Man führe sie durch eine mäßige Krümmung so, daß sie sich in einem Punkt treffen, und nimmt man an, daß die Krümmung von B größer ist als die von A, und auch zugleich die Entfernung des Durchschnittspunktes vom Wasserbehälter durch B gemessen, größer als die durch A gemessen, so ist einleuchtend, daß die durch A fortgepflanzte Welle den Durchschnittspunkt zuerst erreicht, und nachher erst die durch B fortgepflanzte Welle ankommt, so daß das Wasser in diesem Punkte durch zwei auf einander folgende Wellen bewegt wird. Man nehme nun an, daß die erste Ursache der Undulationen immerwährend wiederholt werde, so daß sich eine unbegränzte Reihe gleicher und ähnlicher Wellen bildet. Ist dann der Unterschied der Längen der beiden Canäle grade dem halben Zwischenraum der höchsten Punkte zweier Wellen gleich, so ist einleuchtend, daß wenn grade der höchste Punkt einer durch A fortgepflanzten Welle den Durchschnittspunkt erreicht hat, so wird der niedrigste Punkt einer Welle durch den Weg B ankommen. Das Wasser wird daher durch die Welle A eben so sehr über sein Niveau erhöht, als es durch die Welle B erniedrigt wird; folglich bleibt das Niveau ungeändert. So wie nun die durch A fortgepflanzte Welle durch den Durchschnittspunkt hindurchgeht, nimmt sie durch eben die Abstufungen ab, wie sich die durch B fortgepflanzte Welle erhöht, so daß das Niveau so lange ungeändert bleibt, als die erste Ursache der Wellenschläge regelmäßig wiederholt wird. Hört sie jedoch auf, so hat die letzte durch B kommende halbe Welle keine mit ihr durch A fortgepflanzte entsprechende, welche mit derselben zusammentreffen könnte; es entsteht daher im Durchschnittspunkt zuletzt eine kleine Bewegung.

601. Bei der Theorie der Interferenz des Lichts können wir diese zu Anfang und zu Ende stattfindenden nicht aufgehobenen Wellenschläge, oder die Theile derselben außer Acht lassen, da ihre Anzahl zu gering ist, als daß sie eine Empfindung auf unserer Netzhaut hervorbringen könnten, und wir dürfen daher die Interferenz ganz unbegränzt annehmen.

602. Den vorigen Schlüssen gemäß sieht man, daß wenn zwei Strahlen einen gemeinschaftlichen Ursprung haben, und auf verschiedenen Wegen nach einem Punkt hin geführt werden, welcher auf einer weißen Tafel, oder auf der Netzhaut des Auges liegen mag, so bringen sie in demselben eine Empfindung von Licht hervor, wenn der Unterschied der Länge der Wege ein grades Vielfaches der halben Länge einer Undulation ist, oder sie erregen das Gefühl von Dunkelheit, wenn dieser Unterschied ein ungrades Vielfaches ausmacht. Das Licht erscheint ferner stärker oder schwächer, wenn der Unterschied der Länge der Wege sich einer oder der andern der angegebenen Gränzen mehr oder weniger nähert. Es scheint zwar sehr parador, daß zwei Lichtstrahlen einander aufheben und Finsterniß hervorbringen sollten, allein die Versuche bestätigen es, und die Sache wurde von Grimaldi beobachtet und weitläufig aus einander gesetzt, ehe man im Stande war irgend eine annehmliche Erklärung von dieser Erscheinung anzugeben.

603. Nachdem wir auf diese Art einen allgemeinen Begriff von der Beschaffenheit der Interferenzen gegeben haben, wollen wir uns bemühen, dieselben einer genauen Rechnung zu unterwerfen. Hierzu ist es aber nöthig, den Sinn einiger bisher nur nebenbei gebrauchter Ausdrücke genau festzustellen.

604. Erklärung. Die Phase einer Undulation, welche ein gegebenes Aethertheilchen zu einer bestimmten Zeit besitzt, wird durch einen Bogen eines Kreises ausgedrückt, dessen Halbmesser die Einheit ist, und der der Zeit proportional wächst. Sie fängt mit Null an, wenn das Theilchen sich in seiner größten positiven Entfernung der Ausweichung befindet, und wird der ganzen Peripherie gleich, nachdem dasselbe die ganze Undulation vollendet hat, und wieder in den vorigen Punkt zurückgekehrt ist. So ist in der Gleichung

$$v = a \sqrt{E} . \sin \left(2\pi . \frac{t + C}{T}\right)$$

die Größe $2\pi . \frac{t+C}{T}$ die Phase der Undulation im Augenblick t.

605. Erklärung. Die Amplitude der Schwingung eines Systems von Wellen oder eines Strahls ist der Coefficient a, oder die größte Ausweichung eines Aethertheilchens vom Ruhepunkt.

Zusatz. Die Intensität eines Lichtstrahls steht im Verhältniß des Quadrats der Schwingungen der Wellen, aus denen er besteht.

606. Erklärung. Aehnliche Strahlen oder ähnliche Systeme von Wellen sind solche, bei denen die Schwingungen der Aethertheilchen nach denselben Gesetzen geschehen, deren Schwingungen in gleichen Zeiten geschehen, und für welche die graden oder krummen Linien, welche sie beschreiben, ähnlich sind, und eine ähnliche Lage im Raume haben, so daß die Bewegungen zweier correspondirenden Aethertheilchen in denselben in jedem Augenblick eine parallele Bewegung haben.

Zusatz. Aehnliche Strahlen haben einerlei Farbe.

607. Erklärung. Der Ursprung eines Strahls oder eines Systems von Wellen ist der schwingende materielle Mittelpunkt, aus welchem die Wellen fortgepflanzt werden; oder allgemeiner genommen, ein fester Punkt in demselben, in welchem ein Aethertheilchen zu einer angenommenen Zeit sich in der Phase = Null seiner Schwingung befand.

608. Zusatz. Zwei Systeme zusammentreffender Wellen, deren Ursprung genau um eine ganze Anzahl Undulationen von einander entfernt ist, können so angesehen werden, als ob dieselben einen und denselben Ursprung besäßen.

609. Aufgabe. Den Ursprung eines Strahls zu finden, wenn die Geschwindigkeit eines seiner schwingenden Theilchen gegeben ist.

Es sey $\alpha = a . \sqrt{E}$, und es drücke die Gleichung

$$v = \alpha . \sin \left(2 \pi . \frac{t + C}{T}\right)$$

die Geschwindigkeit irgend eines Theilchens M zur Zeit t aus. Es bezeichne V die Geschwindigkeit des Lichts, λ die Länge einer Undulation, und δ den vom Licht in der Zeit t durchlaufenen Raum. Dann ist $\delta = V . t$, $\lambda = V . T$, folglich $\frac{t}{T} = \frac{\delta}{\lambda}$. Es sey v_0 die Geschwindigkeit eines schwingenden Theilchens im Ursprung des Strahls zur Zeit t, dann ist

$$v_0 = \alpha . \sin \left(2 \pi . \frac{t}{T}\right) = \alpha . \sin \left(2 \pi . \frac{\delta}{\lambda}\right)$$

Das Theilchen M bewegt sich aber bloß vermöge des Stoßes, der ihm vom Ursprung her mitgetheilt ist, folglich treten alle seine

Bewegungen um einen constanten Zeitunterschied später ein, der derjenigen Zeit gleich ist, welche das Licht bedarf, um die Entfernung vom Ursprung bis M zu durchlaufen. Man nenne D diese Entfernung, dann ist $\frac{D}{V}$ dieser Zeitraum, und $t - \frac{D}{V}$ ist die zur Zeit t seit dem Anfang der periodischen Bewegungen des Theilchens verflossene Zeit, folglich ist seine Geschwindigkeit

$$v = \alpha . \sin . \left\{ 2\pi . \frac{t - \frac{D}{V}}{T} \right\}$$

und daher $C = -\frac{D}{V}$, oder $D = -CV$.

Wir sehen hieraus, daß die Entfernung des Theilchens M vom Ursprung des Strahls dem vom Licht in der Zeit C beschriebenen Raum gleich ist, und sie ist daher bekannt, wenn C gegeben ist, und umgekehrt

610. Zusatz. Da $VT = \lambda$, so wird der Ausdruck für die Geschwindigkeit

$$v = \alpha . \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{D}{\lambda} \right)$$
$$= \alpha . \sin 2\pi \left(\frac{\delta - D}{\lambda} \right)$$

und auf ähnliche Art ebenfalls

[redacted]

aus, in welcher das Licht die Entfernung der Anfa
Wellen durchläuft, und die Geschwindigkeiten, so
des Aethertheilchens vom Ruhepunkte würden durch die b
kung beider Wellen seyn:

$$v = \alpha . \sin\theta ; \; v' = \alpha' . \sin(\theta + k) ;$$
$$x = a . \cos\theta ; \; x' = a' . \cos(\theta + k) ;$$

folglich giebt die Zusammensetzung beider Bewegungen

$$v + v' = \alpha . \sin\theta + \alpha' . \sin(\theta + k) ;$$
$$x + x' = a . \cos\theta + a' . \cos(\theta + k) .$$

Man setze den ersten Ausdruck $= A . \sin(B + \theta)$,
nahme immer möglich ist, da wir die willkürlichen C
und B so bestimmen können, daß den vorgelegten Bedingu
nüge geleistet wird. Dann haben wir:

$$(\alpha + \alpha' . \cos k) \sin\theta + \alpha' \sin k . \sin\theta .$$
$$= A . \cos B . \sin\theta + A . \sin B . \cos\theta$$

und indem wir die gleichen Glieder gleich setzen

$$A . \cos B = \alpha + \alpha' . \cos k ;$$
$$A . \sin B = \alpha' . \sin k .$$

Hieraus erhalten wir

$$\text{tang } B = \frac{\alpha' . \sin k}{\alpha + \alpha' . \cos k} .$$

$$A = \frac{\alpha' . \sin k .}{\sin B} = \sqrt{\alpha^2 - 2\alpha\alpha' . \cos k + \alpha'^2}$$

und da diese Werthe bestimmt sind, so kennt man A und B, und folglich

$$v + v' = A . \sin(\theta + B) .$$

Setzen wir auf ähnliche Weise noch

$$x + x' = A' . \cos(\theta + B')$$

so erhalten wir für A' und B' völlig ähnliche Werthe, indem nur für α, α' die Größen a, a' gesetzt werden.

612. Erster Zusatz. Hieraus schließen wir, daß der mittlere Strahl den Seitenstrahlen ähnlich ist, und dieselbe Periode, d. h. auch dieselbe Farbe besitzt.

613. Zweiter Zusatz. Um die Amplitude und den Anfang eines mittlern Strahls zu bestimmen, hat Fresnel folgende schöne Regel gegeben, die sich sogleich aus dem Werthe von A und der Gleichung $\sin B = \frac{\alpha'}{A} . \sin k$ ergiebt. Man construire ein Paral-

Dann multipliciren wir die erste dieser Gleichungen durch den unbestimmten Coefficienten l, die zweite durch m, die dritte durch n, und addiren die Producte, so kommt:

$$\left.\begin{array}{r}\cos\theta\{la.\cos p + mb.\cos q + nc.\cos r\}\\ -\sin\theta\{la.\sin p + mb.\sin q + nc.\sin r\}\\ = lx + my + nz\end{array}\right\} \quad (3)$$

und bestimmen wir daher l, m, n so, daß

$$la.\cos p + mb.\cos q + nc.\cos r = 0$$
$$la.\sin p + mb.\sin q + nc.\sin r = 0$$

wird, welches immer möglich ist, da die Gleichungen nur vom ersten Grade sind, so erhalten wir unabhängig von θ

$$lx + my + nz = 0 \qquad (4)$$

und da diese Gleichung für eine Ebene gilt, so sieht man, daß die durch die obigen Gleichungen vorgestellte Curve sich in einer Ebene befindet. Elliminiren wir aus den Gleichungen, die bloß x und y enthalten, θ, so kommt

$$\text{arc}.\cos\left(=\frac{x}{a}\right) - \text{arc}.\cos\left(=\frac{y}{b}\right) = p - q$$

oder nimmt man auf beiden Seiten die Cosinus

$$\frac{xy}{ab} - \sqrt{\left(1-\frac{xx}{aa}\right)}.\sqrt{\left(1-\frac{yy}{bb}\right)} = \cos(p-q)$$

Reducirt man, so kommt die Gleichung

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 - 2.\frac{x}{a}.\frac{y}{b}.\cos(p-q) = \sin(p-q)^2; \quad (5)$$

welches die Gleichung einer Ellipse ist, und dasselbe findet statt, wenn man die Gleichungen zwischen x und z, oder y und z nimmt. Die Projectionen der Curve, welche durch die drei Gleichungen zwischen x, y, z, θ ausgedrückt wird, sind daher Ellipsen, folglich muß die Curve selbst eine Ellipse seyn.

619. Wir wollen nun annehmen, daß zwei Systeme von Wellen, oder zwei Strahlen, welche gleiche Richtung besitzen, zusammentreffen. Accentuiren wir die Buchstaben der obigen Ausdrücke, um die entsprechenden Größen des zweiten Systems zu bezeichnen, so erhalten wir

$$\left.\begin{array}{l}X = x + x' = a.\cos(\theta+p) + a'.\cos(\theta+p')\\ Y = y + y' = b.\cos(\theta+q) + b'.\cos(\theta+q')\\ Z = z + z' = c.\cos(\theta+r) + c'.\cos(\theta+r')\end{array}\right\} \quad (6)$$

und ähnliche Ausdrücke ergeben sich für die Geschwindigkeiten u + u',

sie wieder, wenn derselbe zwischen $\frac{1}{2}$ und $\frac{3}{4}$ entha
Denn der oben gefundene Werth von A' giebt

$$aa + a'a' - A'A' = 2aa'.\cos k,$$

wo aa, a'a', A'A' die Intensitäten derjenigen Strahlen bedeuten, deren Amplituden a, a', A' sind.

Siebenter Zusatz. Auf dieselbe Art kann eine beliebige Menge ähnlicher Strahlen zusammengesetzt werden, und der mittlere Strahl wird den elementaren Strahlen ähnlich seyn, und umgekehrt.

618. Wir wollen nun das Zusammentreffen von Wellen betrachten, die dieselbe Periode oder Farbe besitzen, aber sonst in allen übrigen Rücksichten unähnlich sind.

Die Schwingungsgesetze der Theilchen der leuchtenden Körper, welche den Aether in Bewegung bringen, so lange man diese Bewegungen auf Ellipsen, die in einer Ebene liegen, einschränkt, lassen sich auch auf die Bewegung jedes Aethertheilchens anwenden. Jede elliptische Schwingung, oder eigentlich jeder elliptische Umlauf, der durch die Wirkung einer Kraft entsteht, welche nach dem Mittelpunkt derselben gerichtet, und der Entfernung proportional ist, läßt sich in drei rechtwinkliche Schwingungen zerlegen, die in drei sich rechtwinklich durchschneidenden Ebenen liegen, und jede dieser einzelnen Schwingungen wird durch die Wirkung derselben Kraft in einerlei Zeit und nach denselben Gesetzen rücksichtlich der Geschwindigkeit, der Zeit und des Raums vollbracht. Man kann daher jede elliptische Schwingung dadurch ausdrücken, daß man den Ort des schwingenden Theilchens für jede Zeit t als durch drei rechtwinkliche Coordinaten x, y, z bestimmt ansieht. Ist dann θ ein der Zeit proportionaler Bogen, so haben wir

$$\left.\begin{aligned} x &= a.\cos(\theta + p) \\ y &= b.\cos(\theta + q) \\ z &= c.\cos(\theta + r) \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

$$\left.\begin{aligned} -\frac{dx}{dt} &= u = \alpha.\sin(\theta + p) \\ -\frac{dy}{dt} &= v = \beta.\sin(\theta + q) \\ -\frac{dz}{dt} &= w = \gamma.\sin(\theta + r) \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Dann multipliciren wir die erste dieser Gleichungen durch den unbestimmten Coefficienten l, die zweite durch m, die dritte durch n, und addiren die Producte, so kommt:

$$\left.\begin{array}{l}\cos\theta\{la.\cos p + mb.\cos q + nc.\cos r\} \\ -\sin\theta\{la.\sin p + mb.\sin q + nc.\sin r\} \\ = lx + my + nz\end{array}\right\} \quad (3)$$

und bestimmen wir daher l, m, n so, daß

$$la.\cos p + mb.\cos q + nc.\cos r = 0$$
$$la.\sin p + mb.\sin q + nc.\sin r = 0$$

wird, welches immer möglich ist, da die Gleichungen nur vom ersten Grade sind, so erhalten wir unabhängig von θ

$$lx + my + nz = 0 \quad (4)$$

und da diese Gleichung für eine Ebene gilt, so sieht man, daß die durch die obigen Gleichungen vorgestellte Curve sich in einer Ebene befindet. Eliminiren wir aus den Gleichungen, die bloß x und y enthalten, θ, so kommt

$$\text{arc}.\cos\left(=\frac{x}{a}\right) - \text{arc}.\cos\left(=\frac{y}{b}\right) = p - q$$

oder nimmt man auf beiden Seiten die Cosinus

$$\frac{xy}{ab} - \sqrt{\left(1-\frac{xx}{aa}\right)}.\sqrt{\left(1-\frac{yy}{bb}\right)} = \cos(p-q)$$

Reducirt man, so kommt die Gleichung

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 - 2.\frac{x}{a}.\frac{y}{b}.\cos(p-q) = \sin(p-q)^2; \quad (5)$$

welches die Gleichung einer Ellipse ist, und dasselbe findet statt, wenn man die Gleichungen zwischen x und z, oder y und z nimmt. Die

[redacted]

$v+v'$, $w+w'$. Wir wollen nun eben so wie im Fall zweier ähnlichen Strahlen annehmen,

$$a.\cos(\theta+p)+a'.\cos(\theta+p')=A.\cos(\theta+P)$$

und indem man entwickelt

$$(a.\cos p+a'.\cos p')\cos\theta.$$
$$-(a.\sin p+a'.\sin p')\sin\theta.$$
$$=A.\cos P.\cos\theta-A.\sin P.\sin\theta.$$

wodurch wir folgende Ausdrücke erhalten:

$$\left.\begin{aligned}\tang P&=\frac{a.\sin p+a'.\sin p'}{a.\cos p+a'.\cos p'}\\ A&=\frac{a.\sin p+a'.\sin p'}{\sin P.}\\ A&=\sqrt{aa+2aa'.\cos(p-p')+a'a'}\end{aligned}\right\}\quad(7)$$

Wir haben daher $X=A.\cos(\theta+P)$, und auf ähnliche Art $Y=B.\cos(\theta+Q)$, $Z=C.\cos(\theta+R)$, und ein ganz ähnliches Verfahren giebt uns die entsprechenden Ausdrücke für die Geschwindigkeiten.

620. Hieraus sehen wir, daß dieselben Regeln sowohl auf die Zusammensetzung und Zerlegung der ähnlichen als der unähnlichen Schwingungen sich anwenden lassen. Jede Schwingung muß zuerst in drei gradlinige Schwingungen nach drei sich unter rechten Winkeln schneidenden Ebenen zerlegt werden. Diese müssen einzeln wieder zusammengesetzt werden, um neue gradlinige Schwingungen in den Coordinaten-Ebenen hervorzubringen, welche zusammen genommen die elliptische Schwingung geben, die dieselbe Periode hält, als die einzelnen. Kehrt man das Verfahren um, so läßt sich eine solche Vibration in beliebig viele andere zerlegen, die alle gleiche Perioden haben.

621. Es bietet sich hierbei eine große Mannichfaltigkeit von Fällen dar, von denen wir die hauptsächlichsten untersuchen wollen. Zuerst nehmen wir den Fall, wo beide zusammentreffende Schwingungen gradlinig sind.

Da die Wahl unserer Coordinaten-Ebenen willkürlich ist, so wollen wir annehmen, daß die Coordinaten-Ebene der x und y diejenige ist, in welcher die Schwingungen stattfinden, wir können daher $z=o$, oder $c=o$, $c'=o$ setzen, und uns mit der Annahme begnügen, daß

$$\left.\begin{array}{l} x = a.\cos(\theta + p); \\ y = b.\cos(\theta + p); \\ x' = a'.\cos(\theta + p'); \\ y' = b'.\cos(\theta + p'); \end{array}\right\} \quad (8)$$

Haben X, Y, A, B, P, Q dieselbe Bedeutung als im allgemeinen Fall, so erhalten wir, da in unserm Fall $\frac{x}{y}$, $\frac{x'}{y'}$ constant sind,

$$X = A.\cos(\theta + P);$$
$$Y = B.\cos(\theta + Q);$$

und indem wir θ eliminiren

$$\left(\frac{X}{A}\right)^2 + \left(\frac{Y}{B}\right)^2 - 2\cos(P - Q).\frac{XY}{AB}$$
$$= \sin(P - Q)^2; \qquad (9)$$

wo A, B, P, Q wie in den Gleichungen (7) bestimmt werden. Im allgemeinen Fall ist daher die Schwingung elliptisch.

622. Die Ellipse verwandelt sich durch die Abnahme ihrer kleinen Axe in eine grade Linie, wenn P = Q ist. Dieses giebt nun tang P = tang Q, oder

$$\frac{a.\sin p + a'.\sin p'}{a.\cos p + a'.\cos p'} = \frac{b.\sin p + b'.\sin p'}{b.\cos p + b'.\cos p'},$$

welches sich auf die Gleichung

$$\left(\frac{a'}{a} - \frac{b'}{b}\right).\sin(p - p') = 0$$

reducirt. Es giebt daher bloß zwei Fälle, in denen die aus beiden entstehende Schwingung gradlinig ist. Erstens, wenn p = p', oder [redacted]

Hieraus ergiebt sich

$$\frac{Y}{X} = \frac{b+b'}{a+a'} = \text{tang}\,\varphi; \qquad (10)$$

welches die Tangente desjenigen Winkels ist, welche die mittlere gradlinige Schwingung mit der Axe der x macht.

624. Setzen wir die Länge der Vibration $= M$, so ist $M.\cos\varphi = A$, $M.\sin\varphi = B$, folglich

$$M.M(\cos\varphi^2 + \sin\varphi^2) = MM = AA + BB.$$

Nun ist aber

$$AA = (a+a')^2 = (m.\cos\psi + m'.\cos\psi')^2$$
$$BB = (b+b')^2 = (m.\sin\psi + m'.\sin\psi')^2$$

und wenn man diese Werthe addirt und reducirt

$$MM = mm + 2mm'.\cos(\psi - \psi') + m'm'; \qquad (11)$$

Nun ist $\psi - \psi'$ der Winkel zwischen den Richtungen der Seitenschwingungen, so daß diese Gleichung daher angiebt, daß die Amplitude der mittlern Schwingung in diesem Fall ebenfalls die Diagonale eines Parallelogramms ist, dessen Seiten die Amplituden der Seitenschwingungen sind, und es läßt sich leicht zeigen, indem man die Werthe von $a+a'$, $b+b'$, welche oben angegeben sind, in die Gleichung $\text{tang}\,\varphi = \frac{b+b'}{a+a'}$, daß auch ihre Lage mit der der mittlern Schwingung übereinstimmt.

625. Erster Zusatz. Jede gradlinige Schwingung kann in zwei andere gradlinige Schwingungen zerlegt werden, deren Amplituden die Seiten irgend eines Parallelogramms sind, dessen Diagonale die ursprüngliche Schwingung darstellt, und die in vollkommener Uebereinstimmung mit einander sind, oder einen gemeinschaftlichen Ursprung haben.

626. Zweiter Zusatz. Jede gradlinige Schwingung kann daher sogleich auf die Richtungen zweier rechtwinklichen Coordinaten reducirt werden, oder wenn es nöthig ist, auch auf drei. Dieß geschieht vermittelst der Regeln, nach welchen die Kräfte zerlegt werden, und die Seitenschwingungen, wie zahlreich sie auch seyn mögen, werden mit der mittlern Schwingung in vollkommener Uebereinstimmung seyn.

627. Die Ellipse verwandelt sich in einen Kreis, wenn $(P - Q) = 90°$ oder $\cos(P - Q) = 0$ und zugleich $A = B$ ist. Die erste Bedingung giebt nun $\text{tang}\,P + \cot.Q = 0$, d. h.

wenig bekannt, allein alle Lichterscheinungen zeigen eine sehr schnelle Abnahme der Intensität, so wie die Richtung, in welcher die secundären Undulationen fortgepflanzt werden, von der der primitiven Wellen abweicht. Rücksichtlich des erstern ist es einleuchtend, daß die in der unmittelbaren Nähe des Perpendikels A X liegenden Elemente, die einem gegebenen Increment d f der Entfernung von X′ entsprechen, viel größer sind als die entferntern, so daß alle Elemente des Stücks A B größer als die in B C sind, und diese größer als die in C D befindlichen u. s. w. Es wird daher die von einem in A B liegenden Element nach X fortgepflanzte Bewegung viel größer seyn, als die von einem correspondirenden Elemente des Theils B C, und diese wieder größer als die von einem in C D liegenden Element. Es wird daher die in X anlangende Bewegung, die von der ganzen Reihe der entsprechenden Elemente herrührt, durch eine Reihe wie A — B + C — D + E — .... dargestellt werden, in welcher jedes vorhergehende Glied größer als das folgende ist. Nun ist es einleuchtend, daß die Glieder sich sehr schnell der Gleichheit nähern; denn betrachten wir zwei correspondirende Elemente M, N in einer beträchtlichen Entfernung von A, so nähern sich die Winkel, welche X M, X N mit der Oberfläche bilden, sehr der Gleichheit, so daß die Neigung der secundären Welle gegen die primitive, und folglich auch ihre Intensität im Vergleich mit der directen Welle bei beiden fast gleich ist, und die Elemente M und N selbst in einiger Entfernung von der senkrechten A X nähern sich schnell der Gleichheit, da die Elementar-Dreiecke M m o, M n p in diesem [redacted]

telbar an A liegen, indem die von entferntern Theilen fortgepflanzten secundären Schwingungen zusammentreffen und sich aufheben.

§. 630. Es ist einleuchtend, daß wir im Fall der Brechung und Zurückwerfung für die Welle A M die brechende oder zurückwerfende Oberfläche substituiren können, und für die senkrechte X A den gebrochenen Strahl, wo dann dasselbe stattfinden wird. Man sehe die Abhandlung von Fresnel, Explication de la Réfraction dans le Système des Ondes, Bulletin de la Société philomathique, Octobre 1821.

631. Auf diese Art verhält es sich, wenn das Stück der Welle ABCD, dessen Schwingungen nach X fortgepflanzt werden, unbegränzt ist, oder wenigstens so groß, daß das letzte Glied der Reihe A—B+C—D+... im Vergleich mit dem ersten sehr klein ist. Findet dieses aber nicht statt, wenn z. B. die ganze Welle, einen kleinen Theil in der Gegend von A ausgenommen, durch ein Hinderniß aufgefangen wird, so verhält sich die Sache anders. Unter dieser Voraussetzung kann man die Intensität der Undulation in X, im Verhältniß zu der, wenn kein Hinderniß stattfände, leicht durch ein Integral ausdrücken. Es sey dds die Größe eines Elements der schwingenden Oberfläche, f seine Entfernung von X, und $\varphi(\theta)$ bezeichne eine Function des Winkels, der von einer nach der Seite gehenden Schwingung mit der directen gebildet wird, welche seine relative Intensität ausdrückt, und die für $\theta = o$, der Einheit gleich wird, und mit wachsendem θ sehr schnell abnimmt. Ist dann t die seit einer gegebenen Epoche verflossene Zeit, λ die Länge einer Undulation, SA = a, so ist die Phase einer Schwingung, die in X durch den Weg SMX ankommt,

$$= 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{a+f}{\lambda}\right)$$

und die dadurch in X hervorgebrachte Schwingung wird vermittelst des Ausdrucks

$$\alpha . dds . \varphi(\theta) . \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{a+f}{\lambda}\right)$$

angegeben werden, so daß die ganze hervorgebrachte Bewegung durch

$$\int\int \alpha . dds . \varphi(\theta) . \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{a+f}{\lambda}\right)$$

ausgedrückt wird, wo das Integral zwischen den Gränzen der Oeffnung genommen werden muß.

632. Wenn nur ein sehr kleiner Theil der Welle durchgehen kann, wie in dem Fall, wo ein Strahl durch eine sehr kleine Oeffnung geht, der auf einer entfernten Tafel aufgefangen wird, so sind θ und φ (θ) beinahe constant, so daß die in diesem Falle in X hervorgebrachte Bewegung durch

$$\alpha . \varphi (\theta) \int\int d\, d\, s \, . \sin 2\pi \left\{ \frac{t}{T} - \frac{a+f}{\lambda} \right\}$$

dargestellt wird.

Wir werden späterhin Gelegenheit haben, zu diesen Ausdrücken zurückzukehren.

---

§. IV. Von den Farben dünner Blättchen.

633. Ein jeder kennt die schönen Farben, welche an Seifenblasen erscheinen, die regenbogenartigen Färbungen, welche durch die Hitze an polirtem Stahl und Kupfer hervorgebracht werden, die glänzenden Franzen, welche in den Sprüngen zerbrochener Gläser oder zwischen den Blättchen von isländischem Spath, Glimmer und schwefelsaurem Kalk sich zeigen. Untersucht man in allen diesen und einer unendlichen Mannichfaltigkeit ähnlicher Fälle die farbigen Franzen sorgfältig, so zeigen sie eine regelmäßige Folge von Farben, die immer in derselben Ordnung liegen, und die nicht durch die Farbe des Mittels bestimmt werden, sondern bloß durch die [redacted]

dert, an einem so vergänglichen und schlecht zu handhabenden Körper als eine Seifenblase ist, regelmäßige Beobachtungen anzustellen, so ist folgende Methode, die Erscheinungen zu beobachten und zu untersuchen, bei Weitem vorzuziehen. Man lege ein convexes Glas von großer Brennweite und guter Politur auf ein ebenes Glas, oder auf ein concaves Glas, dessen Krümmung etwas geringer als die des convexen ist, so daß beide Oberflächen einander berühren, und die um den Berührungspunkt herumliegenden Theile beider Oberflächen sehr wenig von einander entfernt sind. Reinigt man die Oberflächen sorgfältig von allem Staube, ehe man dieselben zusammenbringt, und legt dieselben in ihrer Verbindung an ein offenes Fenster, damit das Tageslicht auf dieselben fallen könne, so erscheint der Berührungspunkt als ein schwarzer Fleck, und ist mit glänzend gefärbten Ringen umgeben. Ein Glas von 10 bis 12 Fuß Brennweite auf ein ebenes Glas gelegt, zeigt sie sehr gut. Gebraucht man eines von kürzerer Brennweite, so kann man dem Auge durch ein Vergrößerungsglas zu Hülfe kommen. Die Erscheinungen sind nun folgende.

635. Erste Erscheinung. Die Farben folgen immer auf einander in derselben Ordnung, was für Gläser man auch gebraucht, vorausgesetzt, daß das einfallende Licht weiß ist, nämlich wenn man mit dem schwarzen Fleck anfängt, folgendermaßen:

Erster Ring oder erste Ordnung: Schwarz, sehr blasses Blau, glänzendes Weiß, Gelb, Orange, Roth.

Zweiter Ring oder zweite Ordnung: Dunkles Purpurroth oder Violett, Blau, Grün (sehr unvollkommen, ein Gelbgrün), lebhaftes Gelb, Carmoisinroth.

Dritter Ring oder dritte Ordnung: Dunkelblau, Blau, volles Grasgrün, schönes Gelb, Blaßroth, Carmoisin.

Vierter Ring oder vierte Ordnung: Grün (matt und bläulich), blasses Gelbroth, Roth.

Fünfter Ring oder fünfte Ordnung: Blasses Blaugrün, Weiß, Blaßroth.

Sechster Ring oder sechste Ordnung: Blasses Blaugrün, Blaßroth.

Siebenter Ring oder siebente Ordnung: Sehr blasses Blaugrün, sehr blasses Roth.

Hierauf werden die Farben so schwach, daß sie vom Weiß nicht mehr unterschieden werden können.

636. Wir können hierbei bemerken, daß das Grün der dritten Ordnung die einzige reine und volle Farbe ist, indem das der zweiten kaum merklich und das der vierten matt und mehr apfelgrün ist; das Gelb der zweiten und dritten Ordnung ist eine schöne Farbe, vorzüglich das der zweiten; das Gelb der ersten Ordnung ist feurig und ist mehr dem Orange ähnlich. Das Blau der ersten Ordnung ist so schwach, daß es kaum merklich ist, das der zweiten ist voll, aber das der dritten viel schlechter; das Roth der ersten Ordnung verdient kaum diesen Namen, es ist eine matte ziegelrothe Farbe; das der zweiten so wie der dritten Ordnung ist voll, allein sie neigen sich alle zum Carmoisinroth, und es zeigt sich in der ganzen Reihe kein reines Scharlach oder prismatisches Roth.

637. Die Breiten der Ringe sind ungleich. Sie nehmen ab, und die Farben fallen näher zusammen, indem man sich vom Mittelpunkt entfernt. Newton, dem wir die genaue Beschreibung und Untersuchung dieser Erscheinungen verdanken, fand, indem er die Durchmesser der dunkelsten Ringe in dem Zeitpunkte maß, wo durch einen Druck der schwarze Fleck so eben erschien, und derselbe gleichfalls für einen Ring gerechnet wurde, daß sie sich wie die Quadratwurzeln aus den graden Zahlen 0, 2, 4, 6... verhalten; die Durchmesser der hellsten Theile hingegen verhalten sich wie die Quadratwurzeln aus den

[redacted]

dert, an einem so vergänglichen und schlecht zu handhabenden Körper als eine Seifenblase ist, regelmäßige Beobachtungen anzustellen, so ist folgende Methode, die Erscheinungen zu beobachten und zu untersuchen, bei Weitem vorzuziehen. Man lege ein convexes Glas von großer Brennweite und guter Politur auf ein ebenes Glas, oder auf ein concaves Glas, dessen Krümmung etwas geringer als die des convexen ist, so daß beide Oberflächen einander berühren, und die um den Berührungspunkt herumliegenden Theile beider Oberflächen sehr wenig von einander entfernt sind. Reinigt man die Oberflächen sorgfältig von allem Staube, ehe man dieselben zusammenbringt, und legt dieselben in ihrer Verbindung an ein offenes Fenster, damit das Tageslicht auf dieselben fallen könne, so erscheint der Berührungspunkt als ein schwarzer Fleck, und ist mit glänzend gefärbten Ringen umgeben. Ein Glas von 10 bis 12 Fuß Brennweite auf ein ebenes Glas gelegt, zeigt sie sehr gut. Gebraucht man eines von kürzerer Brennweite, so kann man dem Auge durch ein Vergrößerungsglas zu Hülfe kommen. Die Erscheinungen sind nun folgende.

635. Erste Erscheinung. Die Farben folgen immer auf einander in derselben Ordnung, was für Gläser man auch gebraucht, vorausgesetzt, daß das einfallende Licht weiß ist, nämlich wenn man mit dem schwarzen Fleck anfängt, folgendermaßen:

Erster Ring oder erste Ordnung: Schwarz, sehr blasses Blau, glänzendes Weiß, Gelb, Orange, Roth.

Zweiter Ring oder zweite Ordnung: Dunkles Purpurroth oder Violett, Blau, Grün (sehr unvollkommen, ein Gelbgrün), lebhaftes Gelb, Carmoisinroth.

Dritter Ring oder dritte Ordnung: Dunkelblau, Blau, volles Grasgrün, schönes Gelb, Blaßroth, Carmoisin.

Vierter Ring oder vierte Ordnung: Grün (matt und bläulich), blasses Gelbroth, Roth.

Fünfter Ring oder fünfte Ordnung: Blasses Blaugrün, Weiß, Blaßroth.

Sechster Ring oder sechste Ordnung: Blasses Blaugrün, Blaßroth.

Siebenter Ring oder siebente Ordnung: Sehr blasses Blaugrün, sehr blasses Roth.

Hierauf werden die Farben so schwach, daß sie vom Weiß nicht mehr unterschieden werden können.

636. Wir können hierbei bemerken, daß das Grün der dritten Ordnung die einzige reine und volle Farbe ist, indem das der zweiten kaum merklich und das der vierten matt und mehr apfelgrün ist; das Gelb der zweiten und dritten Ordnung ist eine schöne Farbe, vorzüglich das der zweiten; das Gelb der ersten Ordnung ist feurig und ist mehr dem Orange ähnlich. Das Blau der ersten Ordnung ist so schwach, daß es kaum merklich ist, das der zweiten ist voll, aber das der dritten viel schlechter; das Roth der ersten Ordnung verdient kaum diesen Namen, es ist eine matte ziegelrothe Farbe; das der zweiten so wie der dritten Ordnung ist voll, allein sie neigen sich alle zum Carmoisinroth, und es zeigt sich in der ganzen Reihe kein reines Scharlach oder prismatisches Roth.

637. Die Breiten der Ringe sind ungleich. Sie nehmen ab, und die Farben fallen näher zusammen, indem man sich vom Mittelpunkt entfernt. Newton, dem wir die genaue Beschreibung und Untersuchung dieser Erscheinungen verdanken, fand, indem er die Durchmesser der dunkelsten Ringe in dem Zeitpunkte maß, wo durch einen Druck der schwarze Fleck so eben erschien, und derselbe gleichfalls für einen Ring gerechnet wurde, daß sie sich wie die Quadratwurzeln aus den graden Zahlen 0, 2, 4, 6... verhalten; die Durchmesser der hellsten Theile hingegen verhalten sich wie die Quadratwurzeln aus den ungraden Zahlen 1, 3, 5, 7.... Da nun die sich berührenden Oberflächen sphärisch sind, und ihre Krümmungshalbmesser im Verhältniß zu den Durchmessern der Ringe sehr groß ausfallen, so folgt hieraus, daß die Zwischenräume zwischen beiden Oberflächen an den abwechselnd dunkeln und hellen Punkten, das Gesetz der natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4... selbst befolgen. Dieselben Messungen geben die absolute Größe dieser Zwischenräume, sobald die Krümmungshalbmesser der Oberflächen bekannt sind. Denn es seyen r, r' die Krümmungen zweier sphärischen Oberflächen, einer convexen und einer concaven, die sich berühren, und D der Durchmesser irgend eines Ringes, der den Berührungspunkt umgiebt, so ist der Abstand beider Oberflächen der Unterschied zwischen dem Sinusversus zweier Kreisbogen, die eine gemeinschaftliche Chorde D haben.

Ist

Ist nun (Fig. 130) AE der Durchmesser der converen sphärischen Oberfläche AD, so haben wir $EA : AD = AD : DB = \frac{AD^2}{AE} = \frac{D^2}{8} r$, und auf gleiche Art $BC = \frac{D^2}{8} r'$, so daß $\frac{1}{8} D^2 (r - r') = DC$ den Zwischenraum der Oberflächen am Punkt D giebt. So fand Newton für den Zwischenraum zwischen beiden Oberflächen für die hellste Stelle des ersten Ringes den 178000sten Theil eines Zolles, und diese Entfernung mit den graden Zahlen 0, 2, 4, 6, 8 u. s. w. multiplicirt, giebt ihre Abstände im schwarzen Punkt und den dunkelsten Theilen der rothen Ringe; multiplicirt man dasselbe mit den ungraden Zahlen 1, 3, 5, 7 u. s. w., so ergeben sich die gegenseitigen Abstände der Oberflächen in den hellsten Theilen der Ringe.

638. Dritte Erscheinung. Werden die Ringe zwischen sphärischen Gläsern von verschiedenen Krümmungen gebildet, so werden sie größer, wenn die Krümmungen kleiner sind und umgekehrt, und mißt man ihre Durchmesser und vergleicht sie mit den Halbmessern der Gläser, so findet man, vorausgesetzt das Auge behält eine ähnliche Lage, daß eine jede Farbe ganz unveränderlich an dem Punkt hervorgebracht wird, oder in der Entfernung vom Mittelpunkte, wo der Zwischenraum der Oberflächen derselbe ist. So entsteht das Weiße der ersten Ordnung unveränderlich bei einer Dicke von $\frac{1}{178000}$ Zoll, das Roth, welches die Gränze der ersten und zweiten Ordnung giebt, bei der doppelten Dicke. Es findet daher eine constante Relation zwischen der Farbe und dem Zwischenraum der Oberflächen an dem Punkt, wo sie erscheint, statt. Werden außerdem die Gläser durch einen starken und ungleichen Druck verbogen (was leicht bei dünnen Gläsern geschieht), so verlieren die Ringe ihre kreisförmige Gestalt, und dehnen sich nach der Seite aus, wo der ungleiche Druck angebracht wird, und krumme Linien bilden, welche eine Reihe von Punkten angeben, in denen die Oberflächen gleichweit von einander entfernt sind. Legt man einen Cylinder auf eine Ebene, so verwandeln sich die Ringe in grade Linien, welche der Berührungslinie parallel sind, aber dasselbe Gesetz der Entfernung von dieser Linie befolgen, welches bei den Ringen rücksichtlich ihres Mittel-

punkts stattfindet, und besitzen die Gläser ungleiche Krümmung, z. B. wenn man Stücke von Fensterglas anwendet, so folgen die gefärbten Streifen allen ihren Ungleichheiten. Läßt man mit dem Druck vorsichtig nach, so daß ein Glas vom andern abgehoben wird, so zieht sich der mittlere Fleck zusammen und verschwindet, welches nach und nach mit allen Ringen geschieht, so daß alle Farben nach und nach sich nach dem Mittelpunkt ziehen, wenn die Berührung der Gläser aufhört. Aus allen diesen Erscheinungen ist es einleuchtend, daß es bloß die Entfernung zwischen den beiden Oberflächen ist, welche die an dem gegebenen Punkte gesehene Farbe bestimmt.

639. Vierte Erscheinung. Dieß setzt jedoch voraus, daß wir bei den Beobachtungen das Auge in eine ähnliche Lage bringen, oder daß der Neigungswinkel derselbe bleibt. Denn ändert man die Neigung durch ein Erheben oder Senken des Auges oder der Gläser, so ändern sich die Durchmesser, aber nicht die Farben der Ringe. Senkt man das Auge, so werden die Ringe größer, und dieselbe Farbe, welche vorher einem Zwischenraum von $\frac{1}{178000}$ Zoll entsprach, entspricht jetzt einem größern. Diese Entfernung $\left(\frac{1}{178000}\text{ Zoll}\right)$ gilt für senkrechtes Einfallen, und ist durch Messungen bestimmt, die nahe bei dem senkrechten Einfall gemacht wurden und vermittelst der Rechnung völlig darauf reducirt sind. Bei sehr großer Schiefe erleiden jedoch die Durchmesser der Ringe immer nur eine endliche Ausdehnung, und Newton wurde durch seine Messungen auf folgende Regel geleitet: Der Zwischenraum zwischen den Oberflächen, an denen eine gegebene Farbe hervorgebracht wird, ist der Secante eines Winkels proportional, dessen Sinus die erste von 106 mittlern arithmetischen Proportionalzahlen zwischen dem Sinus des Einfallswinkels und des Brechungswinkels aus Luft in Glas, oder einem andern zwischen den Oberflächen enthaltenen brechenden Mittel ist, indem man mit dem größern anfängt. Algebraisch läßt sich dieses folgendermaßen ausdrücken; es sey das relative Brechungsverhältniß $= \mu$, θ der Einfallswinkel, ρ der Brechungswinkel des Strahls, indem er aus dem dünnern Mittel ins dichtere übergeht. Ist dann t der Zwischenraum, welcher einer ge

chen, und indem sie an der Basis BC hervortreten, werd   sie MN reflectirt (da die Schiefe der Zurückwerfung so groß i selbst rauhe Oberflächen hinlänglich stark und für diesen Zu gelmäßig genug zurückwerfen §. 558) und nehmen die Wege HDI KFQq, LGRr u. s. w., indem sie in das Prisma wieder in P, Q, R eintreten. Es werden daher auch umgekehrt die in P, Q u. s. w. einfallenden Strahlen pP, qQ u. s. w. das in E befindliche Auge treffen, nachdem sie den Raum BCNM durchlaufen haben, und in MN zurückgeworfen worden sind, und sie theilen dem Auge die Empfindung derjenigen Farbe mit, die dieser Neigung und diesem Abstand beider Oberflächen entspricht. Setzen wir dann wie oben θ für den äußern Einfallswinkel des Strahls DH gegen die Basis des Prisma, und nehmen

$$\sin u = \frac{106\,\mu + 1}{107\,\mu} \cdot \sin\theta$$

$$= \frac{106\,\mu + 1}{107} \cdot \sin\varrho = k \cdot \sin\varrho\,,$$

so wird die in der Richtung EH erscheinende Farbe (wenn man die Zerstreuung an der Oberfläche AC nicht berücksichtigt) mit derjenigen einerlei seyn, welche unter senkrechtem Einfall des Lichts von einer Luftschicht, deren Dicke

$$T = t \cdot \cos u = t\sqrt{1 - k^2 \sin\varrho^2}$$

ist, wo $t =$ der Entfernung zwischen den beiden Oberflächen BC, MN. Es erscheint daher eine Reihe von Farben in den verschiedenen auf einander folgenden Lagen der Linie EH, die der der gefärbten Ringe analog ist (ausgenommen, daß die Dispersion an der Fläche AC die Farben ändert, indem sie die Strahlen trennt).

642. Die ganze Farbenreihe kommt aber hierbei nicht zum Vorschein, weil diejenigen, welche eine größere Schiefe erfordern, als diejenige ist, bei der eine vollkommene Zurückwerfung stattfindet, nicht sich bilden können. Denn der Winkel, bei welchem von der Verticale aus gerechnet eine Farbe entsteht, die in den Ringen der Dicke T entspricht, wird durch die Gleichung

$$\sin\varrho = \frac{1}{k}\sqrt{1 - \frac{TT}{tt}}$$

$$= \frac{214}{320}\sqrt{1 - \frac{TT}{tt}}\,,$$

Ist dieß der Fall, und findet die Aenderung außerhalb des Mittels statt, so wird das Brechungsgesetz dadurch geändert, daß man zwei Mittel einander innerhalb derjenigen Gränzen nähert, innerhalb welcher die Verdichtung des Aethers stattfindet.

641. Um jedoch die von einer dünnen Luftschicht bei großer Neigung zurückgeworfenen Farben auf die vortheilhafteste Art zu sehen, kann man folgende zuerst von Herschel angegebene Methode anwenden. Man lege auf einen vollkommen ebenen Spiegel von Glas oder von Metall an ein offenes Fenster ein gleichseitiges Prisma, dessen Seite, mit welcher der Spiegel berührt wird, vollkommen eben ist, und sieht man in dasselbe durch die Seite AC (Fig. 133), so erscheint der prismatische Regenbogen abc wie gewöhnlich in der Richtung EF, wo ein Strahl von E so eben vollständig zurückgeworfen wird. Innerhalb dieses Regenbogens und parallel mit demselben sieht man eine Menge schön gefärbter Franzen, deren Anzahl und gegenseitige Entfernung sich mit dem Druck ändert, indem sich ihre Breite ausdehnt, wenn der Druck stärker wird, und umgekehrt. Es ist zu ihrer Bildung nicht nöthig, daß die Oberflächen einander sehr nahe seyen, indem man dieselben sehr gut sieht, wenn das Prisma von der untern Fläche um die Dicke des feinen Seidenpapiers, oder eines dünnen Baumwollenfadens entfernt ist, aber in diesem Fall sind sie einander sehr nahe und zahlreich. Ist der Druck mäßig stark, so sind sie unter einander gleich weit entfernt, so verlieren sie sich gleichsam im blauen Bogen, ohne merklich breiter zu werden, wenn sie sich demselben nähern. Wird der Abstand der Oberflächen verringert, so dehnen sie sich aus und nähern sich

[redacted]

chen, und indem sie an der Basis BC hervortreten, werden sie in MN reflectirt (da die Schiefe der Zurückwerfung so groß ist, daß selbst rauhe Oberflächen hinlänglich stark und für diesen Zweck regelmäßig genug zurückwerfen §. 558) und nehmen die Wege HDPp, KFQq, LGRr u. s. w., indem sie in das Prisma wieder in P, Q, R eintreten. Es werden daher auch umgekehrt die in P, Q u. s. w. einfallenden Strahlen pP, qQ u. s. w. das in E befindliche Auge treffen, nachdem sie den Raum BCNM durchlaufen haben, und in MN zurückgeworfen worden sind, und sie theilen dem Auge die Empfindung derjenigen Farbe mit, die dieser Neigung und diesem Abstand beider Oberflächen entspricht. Setzen wir dann wie oben θ für den äußern Einfallswinkel des Strahls DH gegen die Basis des Prisma, und nehmen

$$\sin u = \frac{106\,\mu + 1}{107\,\mu} \cdot \sin\theta$$

$$= \frac{106\,\mu + 1}{107} \cdot \sin\varrho = k \cdot \sin\varrho\,,$$

so wird die in der Richtung EH erscheinende Farbe (wenn man die Zerstreuung an der Oberfläche AC nicht berücksichtigt) mit derjenigen einerlei seyn, welche unter senkrechtem Einfall des Lichts von einer Luftschicht, deren Dicke

$$T = t \cdot \cos u = t\sqrt{1 - k^2 \sin\varrho^2}$$

ist, wo t = der Entfernung zwischen den beiden Oberflächen BC, MN. Es erscheint daher eine Reihe von Farben in den verschiedenen auf einander folgenden Lagen der Linie EH, die der der gefärbten Ringe analog ist (ausgenommen, daß die Dispersion an der Fläche AC die Farben ändert, indem sie die Strahlen trennt).

642. Die ganze Farbenreihe kommt aber hierbei nicht zum Vorschein, weil diejenigen, welche eine größere Schiefe erfordern, als diejenige ist, bei der eine vollkommene Zurückwerfung stattfindet, nicht sich bilden können. Denn der Winkel, bei welchem von der Verticale aus gerechnet eine Farbe entsteht, die in den Ringen der Dicke T entspricht, wird durch die Gleichung

$$\sin\varrho = \frac{1}{k}\sqrt{1 - \frac{TT}{tt}}$$

$$= \frac{214}{320}\sqrt{1 - \frac{TT}{tt}}\,,$$

indem man für Glas $\mu = \frac{3}{2}$ nimmt, welches im Allgemeinen der Fall ist. Diesem gemäß erfordert nun die centrale Farbe, oder das Schwarz der ersten Ordnung, welches entsteht, wenn $T = o$ ist, daß

$$\sin \rho = \frac{1}{k} = \frac{1}{\mu - \frac{\mu - 1}{107}}$$

Da dieser Ausdruck größer als $\frac{1}{\mu}$ ist, so sieht man daraus, daß diese Farbe jenseits des Regenbogens liegt, und daher nicht gesehen werden kann. Die erste sichtbare Farbe ist die ganz nahe am Regenbogen, wo $\sin \rho = \frac{1}{\mu}$ ist, dieß giebt

$$T = t\sqrt{1 - \frac{k\,k}{\mu\,\mu}}$$

$$= t\sqrt{1 - \left(1 - \frac{\mu - 1}{107\,\mu}\right)^2}$$

$$= t\sqrt{\frac{2(\mu - 1)}{107\,\mu}} = 0{,}079\ t$$

oder $\frac{t}{12{,}25}$. Hieraus sieht man, daß diese Franzen von einem im Prisma befindlichen Auge gesehen werden würden, wenn der Zwischenraum zwischen seiner Grundfläche und dem Glase, auf welchem es ruht, mehr als zwölfmal größer ist als derjenige, bei welchem dieselben unter senkrechtem Einfall des Lichts gebildet werden, d. h.

[redacted]

diejenigen Werthe von ϱ setzen, die den verschiedenen Ordnungen der sichtbaren Farben entsprechen,

$$\sin\varrho_0 = \frac{1}{\mu};\ \sin\varrho_1 = \frac{1}{k}\sqrt{1-\left(\frac{T+e}{t}\right)^2}$$

$$= \frac{1}{\mu}\sqrt{1-\frac{\mu^2}{k^2}\cdot 0{,}079\cdot\frac{2e}{t}}$$

$$= \frac{1}{\mu}\left(1-0{,}079\cdot\frac{e}{t}\right)$$

$$\sin\varrho_2 = \frac{1}{\mu}\left(1-0{,}079\frac{2e}{t}\right)$$

u. s. w. Die Sinus der Einfallswinkel, bei denen sich die verschiedenen Farben entwickeln, indem man vom Regenbogen anfängt, wachsen in arithmetischer Progression, so daß die Franzen in Kreisbogen parallel mit den Regenbogen sich befinden, und ihre Breiten müssen beinahe gleich groß seyn, und desto größer, je größer der Druck oder je kleiner t ist, welches Alles mit der Beobachtung übereinstimmt. Die Brechung an der Seite des Prisma, zwischen dem Auge und der Basis, stört aber die Folge der Farben, und vervielfältigt besonders die Anzahl der sichtbaren Abwechslungen. Wir sind in der Erklärung des Ursprungs dieser Franzen und ihrer Beziehung zu den von Newton beobachteten allgemeinen Erscheinungen besonders weitläufig gewesen, weil wir nicht glauben, daß bisher eine genaue Zerlegung derselben und eine Darstellung der außerordentlichen Schönheit dieser Erscheinung gegeben worden ist. Hält man die angegebene Verbindung des Prisma gegen das Licht, und sieht durch die Grundfläche des Prisma und die Glasplatte, so daß man den durchgelassenen Bogen (§. 556) sieht, so erscheint dessen concave Seite auf dieselbe Art mit gefärbten Streifen versehen, die denselben Ursprung haben. Wir gehen nun wieder zu den Ringen zurück, die zwischen erhabenen Gläsern sich zeigen.

643. Fünfte Erscheinung. Gebraucht man homogenes Licht, um die Gläser zu erleuchten, so sieht man die Ringe in viel größerer Anzahl, und zwar um so mehr, je mehr sich das Licht der vollkommenen Gleichartigkeit nähert. Ist diese so vollkommen als möglich, z. B. wenn wir die Flamme einer Weingeistlampe mit einem gesalzenen Docht gebrauchen, wie Talbot vorgeschlagen

[illegible] so sind sie wirklich unzählig, indem sie sich so weit ausdehnen, daß sie einander zu nahe kommen, als daß sie noch gezählt und mit dem bloßen Auge kaum unterschieden werden können. Sie sind jedoch noch durch ein Vergrößerungsglas deutlich zu sehen, allein dieß muß immer stärker genommen werden, je näher sie einander kommen, bis sie nicht weiter wegen ihrer gar zu großen gegenseitigen Nähe verfolgt werden können, ohne daß dieselben sich jedoch verwirren und zusammenlaufen. Außerdem bestehen dieselben dann nicht mehr aus Farben, sondern bloß aus der Art Licht, welches zu ihrer Entstehung angewendet wird, und sie zeigen bloße Abwechselungen von Licht und Dunkelheit, indem die Zwischenräume zwischen denselben völlig dunkel sind.

644. Sechste Erscheinung. Aendert man das einfallende homogene Licht, indem man z. B. die Farben des prismatischen Spectrum nach und nach auf die sich berührenden Gläser fallen läßt, so daß sie in das Auge zurückgeworfen werden können, so sieht man während das Auge in Ruhe bleibt, daß die Ringe sich ausdehnen und zusammenziehen, während man die Erleuchtung ändert. Im rothen Licht sind sie am größten, im violetten am kleinsten, und in den dazwischen liegenden Farben von mittlerer Größe. Newton fand, indem er ihre Durchmesser maß, daß der Abstand beider Oberflächen von einander oder die Dicke der Luftschicht an der Stelle, wo der violette Ring erschien, sich zu derjenigen verhielt, wo der rothe Ring derselben Stelle gebildet wurde, wie 9 : 14, und indem er auf diese Art die Dicke der Luftschicht an derjenigen Stelle bestimmte, wo sich der hellste Theil des ersten Ringes bil-

[redacted]

re besondern Durchmesser hat. Die Art und Weise, auf welche iese Aufeinanderlegen, oder die Zusammensetzung der verschiedeen Farbenordnungen stattfindet, kann man aus Fig. 134 sehen, wo die Abscissen oder horizontalen Linien die Dicke der Luftschicht wischen den Gläsern bedeuten, und bei welchen eine gleichförmige Zunahme vorausgesetzt ist; RR′, RR″ u. s. w. stellen die verschieenen Dicken vor, bei welchen das Roth bei bloß rothen Ringen erschwindet, oder bei denen die dunkle Stelle zwischen zwei auf inander folgenden rothen Ringen beobachtet wird, während Rr, Rr′, Rr″ u. s. w. die Dicken angeben, wo die Helligkeit am größen ist. Auf ähnliche Art bedeuten OO′, OO″ u. s. w. die Dicken, wo das Orange verschwindet, und so weiter fort für die gelben, grünen, blauen, dunkelblauen und violetten Ringe, so daß RR′, OO′, YY′ u. s. w. zu einander in dem Verhältniß der Zahlen stehen, welche in der zweiten Columne der angegebenen Tabelle §. 575 enthalten sind. Beschreiben wir dann eine Reihe wellenförmiger Curven wie in der Figur, und ziehen durch irgend einen Punkt C in AE eine Linie mit AV parallel, die alle diese Curven schneidet, so geben ihre verschiedenen Ordinaten, oder die zwischen der Curve und der Abscissenlinie enthaltenen Stücke dieser Linie die Intensität des Lichts von jeder Farbe, welche dem Auge vermittelst der Dicke der Luftschicht zugesandt wird. Es wird daher die bei dieser Dicke gesehene Farbe aus der Vereinigung der verschiedenen einfachen Strahlen in solchen Verhältnissen entstehen, welche durch ihre Ordinaten angezeigt werden.

646. Hat man die Figur nach irgend einem Maßstab verzeichnet, so kann man sich derselben bedienen, um die Identität der Farben an besondern Punkten auszumitteln. So verschwinden z. B. bei der Dicke Null oder im Anfangspunkt A der Farben alle Ordinaten, und dieser Punkt ist daher schwarz. So wie die Dicke der Luftschicht von Null an wächst, jedoch sehr klein bleibt, sieht man, daß die Ordinaten der verschiedenen Curven mit ungleicher Schnelligkeit wachsen (diejenigen für die brechbarern Strahlen schneller), so daß das erste schwache Licht, welches bei einer sehr kleinen Dicke A1 erscheint, einen Ueberschuß von blauen Strahlen enthält, und das reine aber sehr schwache Blau der ersten Ordnung ausmacht (§. 635). Bei einer größern Dicke wie A2, geht die gemeinschaftliche Ordinate beinahe durch die Maxima aller Curven,

nämlich etwas diesseits des rothen, und etwas jenseits des violetten. Der Unterschied ist jedoch so gering, daß die Farben beinahe alle in den Verhältnissen vorhanden sind, welche die weiße Farbe hervorbringen, und da sie alle beinahe in ihrem Maximum sich befinden, so ist das hervorgehende Weiß äußerst glänzend. Dieß stimmt mit der Beobachtung überein, da das Weiß der ersten Ordnung in der That das hellste von allen ist; hierauf sinkt das Violett sehr schnell, das Roth wächst, und das Gelb befindet sich beinahe in seinem Maximum, so daß bei der Dicke A3, das Weiß in Gelb übergeht, und bei noch größerer Dicke A4, wo Violett, Dunkelblau, Blau und Grün beinahe verschwinden, auch das Gelb sehr abgenommen hat, aber Orange und Roth, vorzüglich letzteres in großem Ueberfluß vorhanden sind, wird die hervorgehende Farbe ein feuriges Orange, welches nach und nach mehr ins Röthliche übertritt. In B ist das Minimum der gelben Strahlen, d. h. der am stärksten leuchtenden. Folglich ist daselbst die Färbung sehr dunkel. Sie besteht aus etwas Orange, Grün, Blau und Dunkelblau; allein eine mäßige Menge Violett und etwas Roth bringt ein dunkles Purpur hervor, welches bei der Dicke A5 sehr schnell in ein lebhaftes Blau übergeht, da die stärker brechbaren Strahlen an dieser Stelle alle im Zunehmen begriffen sind, während die schwächer brechbaren abnehmen. Bei 6, wo die Ordinate durch das Maximum von Gelb geht, ist fast gar kein Roth vorhanden, wenig Orange, viel Grün, wenig Blau, und fast gar kein Dunkelblau und Violett. Hier ist die Farbe grünlichgelb, allein das Grün nimmt ab, und das Orange wächst, so daß das Gelb schnell seine grünliche Färbung verliert, und rein und lebhaft wird. Bei 7 sind die vorherrschenden Strahlen Orange und Gelb, und so häufig, daß das wenige Roth und Violett, womit sie vermischt sind, die Reinheit der Farbe nicht stört, und ein schönes Gelb sich zeigt. Bei 8 ist ein starkes Orange und Roth mit viel Dunkelblau und einem Maximum von Violett gemischt, wodurch ein herrliches Carmoisin entsteht. In C findet ein Minimum von Gelb statt; da aber an dieser Stelle zugleich ein Maximum von Roth und Dunkelblau statt findet, so wird sich dieser Punkt durch ein schönes Purpurroth auszeichnen. Hierdurch wird die zweite Ordnung der Farben vollständig und getreu dargestellt. Bei 9 und 10 sehen wir den Anfang des lebhaften Grün der dritten Ordnung in der verhältnißmäßige

großen Menge von Grün, Gelb und Blau im erstern Punkt, und des häufigen Gelb, Grün und Violett des letztern, während Roth und Orange beinahe gänzlich fehlen, und auf diese Art können wir alle Farben, die in §. 635 angegeben sind, mit vollkommener Genauigkeit in der Zeichnung wieder auffinden.

647. Es ist jedoch einleuchtend, daß so wie die Dicke wächst, die an Brechbarkeit sehr wenig verschiedenen Strahlen an Intensität sehr verschieden seyn werden, da der kleinste Unterschied in der Länge der Grundlinien ihrer Curven, durch die Anzahl ihrer Wiederholungen multiplicirt, endlich eine vollständige Entgegensetzung hervorbringen, so daß das Maximum eines Strahls endlich mit dem Minimum eines andern zusammenfällt, der vom andern in der Brechbarkeit wenig, und der Farbe nach gar nicht verschieden ist. Es werden bei beträchtlichen Dicken, z. B. der zehnten oder zwanzigsten Ordnung, beider Maxima und Minima jeder Farbe zugleich vorhanden seyn, da jede Farbe nicht aus Strahlen von einer bestimmten Brechbarkeit, sondern von allen Abstufungen der Brechbarkeit innerhalb gewisser Gränzen besteht. Folglich werden die Farben mit wachsender Dicke unreiner, und endlich ganz weiß; dieses Weiß wird aber aus dieser Ursache nur halb so glänzend seyn als das Weiß der ersten Ordnung, welches alle Farben in ihrem Maximum enthält.

648. Siebente Erscheinung. Auf diese Art sind die Erscheinungen beschaffen, wenn eine Luftschicht zwischen zwei Glasflächen eingeschlossen ist. Diese Schicht wirkt jedoch nicht als Luft, sondern als bloße Entfernung; denn unter einer Luftpumpe zeigen sich die Ringe ohne merkliche Aenderung. Bringt man jedoch ein stärker brechendes Mittel zwischen die Gläser, z. B. Wasser oder Oel, so ziehen sich die Durchmesser der Ringe zusammen, indem sie jedoch dieselben Farben und dasselbe Gesetz rücksichtlich ihrer Breite befolgen, und Newton fand durch genaue Messungen, daß die Dicken verschiedener dazwischen gebrachter Mittel, bei denen eine gegebene Farbe erscheint, im umgekehrten Verhältnisse ihrer Brechungsverhältnisse stehen. Es entsteht das Weiß der ersten Ordnung in Luft oder im leeren Raum, bei einer Dicke von $\frac{1}{178000}$ Zoll, während es im Wasser

nämlich etwas dießseits des rothen, und etwas jenseits des violetten. Der Unterschied ist jedoch so gering, daß die Farben beinahe alle in den Verhältnissen vorhanden sind, welche die weiße Farbe hervorbringen, und da sie alle beinahe in ihrem Maximum sich befinden, so ist das hervorgehende Weiß äußerst glänzend. Dieß stimmt mit der Beobachtung überein, da das Weiß der ersten Ordnung in der That das hellste von allen ist; hierauf sinkt das Violett sehr schnell, das Roth wächst, und das Gelb befindet sich beinahe in seinem Maximum, so daß bei der Dicke A 3, das Weiß in Gelb übergeht, und bei noch größerer Dicke A 4, wo Violett, Dunkelblau, Blau und Grün beinahe verschwinden, auch das Gelb sehr abgenommen hat, aber Orange und Roth, vorzüglich letzteres in großem Ueberfluß vorhanden sind, wird die hervorgehende Farbe ein feuriges Orange, welches nach und nach mehr ins Röthliche übertritt. In B ist das Minimum der gelben Strahlen, d. h. der am stärksten leuchtenden. Folglich ist daselbst die Färbung sehr dunkel. Sie besteht aus etwas Orange, Grün, Blau und Dunkelblau; allein eine mäßige Menge Violett und etwas Roth bringt ein dunkles Purpur hervor, welches bei der Dicke A 5 sehr schnell in ein lebhaftes Blau übergeht, da die stärker brechbaren Strahlen an dieser Stelle alle im Zunehmen begriffen sind, während die schwächer brechbaren abnehmen. Bei 6, wo die Ordinate durch das Maximum von Gelb geht, ist fast gar kein Roth vorhanden, wenig Orange, viel Grün, wenig Blau, und fast gar kein Dunkelblau und Violett. Hier ist die Farbe grünlichgelb, allein das Grün nimmt ab, und das Orange wächst, so daß das Gelb schnell seine grünliche

[redacted]

vorhanden, so würde derselbe neun und achtzig Mal vermehrt eine Verwirrung und theilweise Aufhebung der schwarzen Zwischenräume hervorbringen. Die Dicke einer Platte, bei welcher die Abwechselungen von Licht und Finsterniß, oder von Farben nicht mehr unterschieden werden können, ist das beste Kennzeichen des Grades von Homogeneität des Lichts, und kann gleichsam als ein numerisches Maß derselben dienen. Dieser Versuch ist noch in anderer Rücksicht belehrend, indem er zeigt, daß die Eigenschaft des Lichts, von welcher die Franzen abhängen, sich nicht auf sehr kleine Dicken beschränkt, sondern noch besteht, während das Licht Räume durchläuft, welche verhältnißmäßig beträchtlich sind.

650. Neunte Erscheinung. Hält man die Gläser, zwischen denen sich die zurückgeworfenen Ringe bilden, gegen das Licht, so zeigt sich eine Reihe von durchgelassenen gefärbten Ringen, welche freilich viel schwächer als die zurückgeworfenen ausfallen, allein die Complementärfarben der ersten geben, d. h. die mit den ersten zusammengenommen Weiß geben. So ist das Centrum weiß, worauf eine gelbliche Farbe folgt, die in Schwarz übergeht; hierauf kommt Violett und Blau. Dieß sind die Complementärfarben der ersten Reihe. Die der zweiten sind Weiß, Gelb, Roth, Violett, Blau; der dritten Grün, Gelb, Roth, Blaugrün, worauf schwache Abwechselungen von Roth und Blaugrün folgen. Die Abnahme der Farben geschieht bei diesen viel schneller als bei den zurückgeworfenen Ringen.

651. Um diese Erscheinungen zu erklären, stellte Newton seine Lehre von den Anwandlungen des leichtern Zurückwerfens und des leichtern Durchgehens auf, die in dem neunten Forderungssatz §. 526 erwähnt ist. Wir wollen jetzt diese Theorie weiter entwickeln und sie, wie er schon gethan hat, auf den vorliegenden Fall anwenden. Außer der dort aufgestellten allgemeinen Hypothese müssen wir noch folgende Annahme machen.

652. Die Zeiten, in denen die Anwandlungen wiederkehren, sind bei Strahlen von verschiedener Brechbarkeit verschieden, am längsten für rothe, am kürzesten für violette Strahlen, und sie werden für diese sowohl als für die dazwischen liegenden Strahlen im leeren Raume, in Theilen eines Zolles durch die Hälften der in der zweiten Columne der Tabelle §. 575 gegebenen Zahlen dargestellt.

653. Bei andern Mitteln sind die Zeiten der Wiederkehr

kürzer, im Verhältniß des Brechungsverhältnisses derselben zur Einheit.

654. Bei dem schiefen Einfall des Lichts $= \theta$ sind die Längen der Anwandlungen größer als bei dem senkrechten, in dem Verhältniß des Halbmessers zum Product aus dem Cosinus von θ in den Cosinus eines andern Winkels u, der durch die Gleichung

$$\sin u = \frac{106\,\mu + 1}{107\,\mu} \cdot \sin \theta$$

gegeben wird.

655. Wir wollen nun zusehen, was mit einem Lichttheilchen vorgeht, bei welchem die Länge einer Anwandlung in irgend einem Mittel $\frac{1}{2}\lambda$ beträgt, und das, nachdem es in die erste Oberfläche des Mittels getreten ist, und dessen ganze Dicke durchlaufen hat, die zweite Oberfläche erreicht. Wir setzen diese Dicke $=$ t. Ist nun t ein Vielfaches von $\frac{1}{2}\lambda$, so ist einleuchtend, daß das Theilchen an der zweiten Oberfläche genau in derselben Phase der Anwandlung des leichtern Durchgehens ankommt, als an der ersten. Folglich gelangt es in jeder Rücksicht zu denselben Zuständen, und wenn es vorher durchging, muß es nothwendig jetzt wieder durchgehen. Es muß daher jeder Strahl, welcher senkrecht in eine solche Schicht tritt, hindurchgehen, und er kann an der zweiten Oberfläche nicht zurückgeworfen werden. Ist im Gegentheil die Dicke der Schicht ein ungrades Vielfaches von $\frac{1}{4}\lambda$, so befindet sich jedes durch die erste Fläche durchgegangene Theilchen bei seiner Ankunft an der zweiten genau in der entgegengesetzten Phase seiner Anwandlung, und ist es vorher in einer Anwandlung zum leichtern Durchgang gewesen, so befindet es sich jetzt in einer Anwandlung zur leichtern Zurückwerfung. Es wird daher nicht grade nothwendigerweise durchgelassen, sondern eine mehr oder weniger häufige Zurückwerfung wird an der zweiten Oberfläche in diesem Fall stattfinden, je nachdem das Mittel und seine allgemeine Wirkung auf das Licht beschaffen ist. Man muß sich nämlich erinnern, daß ein Theilchen, welches sich in der Anwandlung zum leichtern Zurückwerfen befindet, nicht nothwendig zurückgeworfen werden muß. Es ist nur dazu geneigt, allein ob es wirklich geschieht, hängt vom Mittel ab, in welchem es

sich bewegt und auf welches es trifft, so wie auch von der Phase der Anwandlung. Man nehme nun ein Auge an, welches sich in einer gewissen Entfernung von einer ungleich dicken Schicht befindet, so daß es Strahlen erhält, die beinahe senkrecht von derselben zurückgeworfen werden. Es ist einleuchtend, daß vermöge der Zurückwerfung von der ersten Oberfläche, die gleichförmig ist, dasselbe von jedem Punkt gleiche Menge Licht erhält. Allein mit dem von der zweiten zurückgeworfenen Licht verhält es sich anders, denn in allen denjenigen Punkten, wo die Dicke der Schicht ein grades Vielfaches von $\frac{1}{4}\lambda$ ist, wird keines zurückgeworfen, während in allen denjenigen, wo die Dicke ein ungrades Vielfaches von $\frac{1}{4}\lambda$ ausmacht, eine Zurückwerfung stattfindet, und da jedes so zurückgeworfene Theilchen auf demselben Weg zurückkehrt, auf welchem es gekommen ist, und daher dasselbe Vielfache von $\frac{\lambda}{4}$ beschreibt, so ist der ganze innerhalb der Schicht beschriebene Weg, wenn es die erste Oberfläche wieder erreicht, ein Vielfaches von $\frac{\lambda}{2}$, und es durchdringt daher diese Fläche und kommt in das Auge. Vermöge der Zurückwerfung an der zweiten Oberfläche allein wird die Schicht an allen den Stellen schwarz erscheinen, wo die Dicke 0, $\frac{2\lambda}{4}$, $\frac{4\lambda}{4}$ u. s. w. beträgt, und hell, wo die Dicke $\frac{1\lambda}{4}$, $\frac{3\lambda}{4}$, $\frac{5\lambda}{4}$ u. s. w. ist. In den dazwischen liegenden Dicken hat die Schicht eine mittlere Helligkeit, so daß im Allgemeinen die Schicht mit abwechselnd hellen und dunkeln Streifen gezeichnet ist, so wie es in dem (§. 649) beschriebenen Versuch der Fall ist. Die gleichförmige Zurückwerfung von der ersten Oberfläche hindert nicht, daß man diese ungleichförmige Erleuchtung nicht bemerken könnte.

656. Hieraus ist es einleuchtend, daß wenn wir die Abscissen einer Curve der Dicke der Schicht in irgend einem Punkte gleich, und die Ordinate der Intensität des von der zweiten Oberfläche zurückgeworfenen Lichts proportional annehmen, so ist diese Curve eine wellenförmige Linie, wie Fig. 134, welche die Abscissenlinie

kürzer, im Verhältniß des Brechungsverhältnisses derselben zur Einheit.

654. Bei dem schiefen Einfall des Lichts $= \theta$ sind die Längen der Anwandlungen größer als bei dem senkrechten, in dem Verhältniß des Halbmessers zum Product aus dem Cosinus von θ in den Cosinus eines andern Winkels u, der durch die Gleichung

$$\sin u = \frac{106\,\mu + 1}{107\,\mu} \cdot \sin \theta$$

gegeben wird.

655. Wir wollen nun zusehen, was mit einem Lichttheilchen vorgeht, bei welchem die Länge einer Anwandlung in irgend einem Mittel $\frac{1}{2}\lambda$ beträgt, und das, nachdem es in die erste Oberfläche des Mittels getreten ist, und dessen ganze Dicke durchlaufen hat, die zweite Oberfläche erreicht. Wir setzen diese Dicke $=$ t. Ist nun t ein Vielfaches von $\frac{1}{2}\lambda$, so ist einleuchtend, daß das Theilchen an der zweiten Oberfläche genau in derselben Phase der Anwandlung des leichtern Durchgehens ankommt, als an der ersten. Folglich gelangt es in jeder Rücksicht zu denselben Zuständen, und wenn es vorher durchging, muß es nothwendig jetzt wieder durchgehen. Es muß daher jeder Strahl, welcher senkrecht in eine solche Schicht tritt, hindurchgehen, und er kann an der zweiten Oberfläche nicht zurückgeworfen werden. Ist im Gegentheil die Dicke der Schicht ein ungrades Vielfaches von 1/[redacted] λ, so befindet sich jedes durch die erste

[redacted]

an der zweiten Fläche eines Mittels nie stärker als an der ersten, unter senkrechtem Einfall seyn kann. Wir können dieselbe daher durch $a . \sin\left(\frac{2t}{\lambda}\right)^2$ ausdrücken, und hierdurch erhalten wir

$$1 - a \left\{1 + \sin\left(\frac{2t}{\lambda}\right)^2\right\}$$

für die Intensität dieses besondern durchgelassenen Strahls, und $a . \sin\left(\frac{2t}{\lambda}\right)^2$ für die des zurückgeworfenen. Hieraus ist es einleuchtend, daß wegen der Kleinheit von a der Unterschied zwischen dem hellsten und dunkelsten Theil der durchgelassenen Strahlen im Vergleich mit dem ganzen Licht nur gering seyn wird, und die Abwechselungen bei homogenem Licht sind viel weniger merklich als in den reflectirten Ringen; und wenn man weißes Licht anwendet, so werden die Farben blaß und verwaschen.

659. Wir sehen hierdurch, daß die Newtonianische Hypothese von den Anwandlungen eine ziemlich genügende Erklärung giebt, und genau alle beschriebenen Erscheinungen darstellt. Man hat sogar behauptet, daß diese Lehre gar keine Hypothese sey, sondern eine reine Darstellung der Thatsachen, weil erstens dieß eine bloße Thatsache ist, daß die zweite Fläche aus den hellen Stellen der Franzen Licht in das Auge schickt, und keines aus den dunkeln Stellen, und zweitens, daß dieses auf dasselbe herauskommt, als ob man sagt, dasjenige Licht, welches eine Dicke $= (2n + 1) \frac{\lambda}{4}$ durchlaufen hat, wird zurückgeworfen, und dasjenige Licht, welches $2n \frac{\lambda}{4}$ durchlaufen hat, kann nicht zurückgeworfen werden. Könnte man bloß einen einzigen Strahl berücksichtigen, und brauchte man das an der ersten Fläche der Schicht zurückgeworfene Licht gar nicht zu beachten, so würde diese Art die Lehre darzustellen ganz richtig seyn. Allein wenn es sich zeigen läßt, daß bei irgend einer andern Hypothese über die Natur des Lichts (z. B. der Undulationstheorie) das zweite Glied dieses Schlusses nicht gültig ist, und daß, obgleich die zweite Oberfläche so wie die erste nach jeder Seite ohne Rücksicht der Dicke den ganzen auf sie fallenden Theil des Lichts zurückwerfen kann, doch vermöge der Interferenz der Strahlen, die von der ersten Oberfläche zurückgeworfen werden, dieses Licht das Auge von denjenigen Thei-

in gleichen Entfernungen berührt, welche der Länge einer Anwandlung der Farbe gleichkommen. Sind nun diese Entfernungen für Strahlen von verschiedenen Farben so beschaffen, wie wir sie §. 652 angenommen haben, so läßt sich die Construction §. 645 anwenden; und wenn weißes Licht auf die Schicht fällt, so reflectirt ihre zweite Oberfläche eine Reihe von Farben, die auf die angegebene Art zusammengesetzt sind, und auch wirklich so beobachtet werden; sie sind aber mit dem weißen Licht vermischt, welches gleichförmig von jedem Punkt der ersten Oberfläche zurückgeworfen wird.

Besteht die Schicht anstatt aus leerem Raume aus irgend einem brechenden Mittel, so folgen die Farben einander in ähnlichen Reihen, allein die Dicke, bei der sie hervorgebracht werden, verhält sich zu der im leeren Raume, wie die Länge der Anwandlungen in beiden Fällen, d. h. wie 1 : dem Brechungsverhältniß des Mittels. Es müssen sich daher die Ringe, welche man dann sieht, wenn Luft zwischen zwei Objectivgläsern enthalten ist, zusammenziehen, sobald man Wasser, Oel u. s. w. zwischen dieselben bringt, welches auch wirklich in dem angegebenen Verhältniß geschieht.

657. Ist bei schiefem Einfall θ der Einfallswinkel, so wird $t . \sec\theta$ der ganze Weg des Strahls zwischen beiden Oberflächen, und da

$$\frac{1}{2} \lambda . \sec\theta . \sec u$$ die Länge der Anwandlung eines gegebenen Strahls

bei dieser Schiefe ist, so muß das Lichttheilchen, wenn es an der zweiten Oberfläche in derselben Anwandlung ankommen und daselbst mit gleicher Kraft zurückgeworfen werden soll, in diesem Raum die-

[redacted]

oder auch durch

$$(1-a)\cos\theta + a.\cos\left(\theta+2\pi.\frac{2t}{\lambda}\right)$$
$$=\cos\theta+a\cos\left(\theta+2\pi.\frac{2t}{\lambda}\right)-a.\cos\theta$$

ausgedrückt. Das erste Glied ist von t völlig unabhängig, und stellt den einfallenden Strahl in dem Zustande vor, wenn keine Zurückwerfung stattgefunden hätte. Die andern beiden Glieder stellen Strahlen vor, von denen der eine mit den andern in vollkommenem Gegensatze steht, und hebt ihn auf, wenn t ein grades Vielfaches von $\frac{\lambda}{4}$ ist (oder von der Länge einer halben Anwandlung, da wir oben gesehen haben, daß eine Anwandlung einer halben Undulation gleich ist), so daß der Strahl bei seinem Heraustreten dieselbe Intensität besitzt, als ob die Schicht gar nicht vorhanden gewesen wäre; ist aber t ein ungrades Vielfaches von einer halben Anwandlung, so wird

$$\cos\left(\theta+2\pi.\frac{2t}{\lambda}\right)=-\cos\theta.$$

und der herausfahrende Strahl wird in diesem Fall durch $(1-2a)\cos\theta$ dargestellt; er ist daher um das Doppelte des an der ersten Oberfläche zurückgeworfenen Lichts geringer.

661. Findet eine verschiedene Dicke der Schicht statt, so ist das durch dieselbe ins Auge gelangende Licht nicht gleichförmig, sondern hat wechselsweise Maxima und Minima, welche den verschiedenen Dicken $0, \frac{\lambda}{4}, \frac{2\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}$ u. s. w. entsprechen.

662. Wenden wir auf den oben gegebenen Ausdruck die allgemeine Formel §. 613 für die Zusammensetzung der Strahlen in einer Ebene an, so erhalten wir für die Intensität AA des zuletzt heraustretenden Strahls

$$AA=(1-a)^2+2a(1-a)\cos 2\pi.\frac{2t}{\lambda}+aa$$
$$=1-4a(1-a)\sin\left(2\pi\frac{t}{\lambda}\right)^2$$
$$=1-4a.\sin\left(2\pi\frac{t}{\lambda}\right)^2$$

Dieß zeigt, daß die verschiedenen Maxima dem einfallenden Strahl, und die Minima diesem Strahl weniger dem Vierfachen des an der ersten

len, deren Dicke ein grades Multiplum von $\frac{\lambda}{4}$ ist, nicht erreicht (indem es in jedem Punkt des Weges aufgehoben wird), so ist einleuchtend, daß die Newtonianische Theorie etwas mehr als eine bloße Darstellung der Thatsachen mit andern Worten ist, und als eine Theorie der weitern Untersuchung offen steht.

660. Wir wollen nun sehen, wie die Undulationstheorie diese Erscheinungen erklärt. Wir machen aus einer Ursache, die sich sogleich zeigen wird, den Anfang mit den durchgelassenen Ringen. Man denke sich einen Strahl, bei welchem die Länge der Undulationen in irgend einem Mittel λ ist, der auf die Oberfläche einer Schicht dieses Mittels von der Dicke t senkrecht auffällt, und der Einfachheit wegen nehmen wir beide Oberflächen als parallel an; dann theilt er sich in zwei Theile, von denen der eine ($=$ a) zurückgeworfen, der andere (1 — a) durchgelassen wird. Es sey θ die Phase des letztern, wenn er die zweite Oberfläche erreicht. Hier wird er wieder in zwei Theile getheilt, wovon der eine ins Mittel zurückgeworfen wird, und gleich a (1 — a) oder $=$ a ist (da a sehr klein angenommen wird), und der Rest (1 — a) — a (1 — a) oder ungefähr 1 — 2a geht hindurch. Beide Theile befinden sich in der Phase θ, wenn wir annehmen, daß keine Undulation und kein Theil einer Undulation bei dem Zurückwerfen oder Durchlassen gewonnen oder verloren wird. Der zurückgeworfene Theil trifft wieder die erste Oberfläche in der Phase $\theta + 2\pi \cdot \frac{t}{\lambda}$, und wird daselbst wieder zum Theil zu-

[redacted]

$$4a.S\left\{C.\cos\left(2\pi.\frac{2t}{\lambda}\right)^2\right\}$$
$$=4a\left\{S(C)-S\left(C.\sin\left(2\pi.\frac{2t}{\lambda}\right)^2\right)\right\}$$

daß sie die Complementärfarbe zu derjenigen ist, welche durch

$$S\left(C.\sin\left(2\pi.\frac{2t}{\lambda}\right)^2\right)$$

dargestellt wird. Stellen wir uns aber eine krumme Linie vor, deren Abscisse t und deren Ordinate $C.\sin\left(2\pi.\frac{2t}{\lambda}\right)^2$ ist, so sieht man, daß dieß grade diejenige wellenförmige Curve ist, welche in Fig. 134 für jeden prismatischen Strahl dargestellt wird; und nimmt man die Summe aller so gezogenen Ordinaten für jede Farbe des Spectrum, so haben wir eine identische Construction mit der, aus welcher wir die Farben der reflectirten Ringe §. 645 ableiteten. Nehmen wir dann die auf diese Art entstandene Farbenreihe und leiten aus ihr die Complemente zum weißen Licht ab, und vermischen diese Complementärfarben mit Weiß, im Verhältniß von 4a Strahlen der Complementärfarbe zu 1—4a weißen Strahlen, so haben wir die Reihe der durchgelassenen Farben, die sich aus der Undulationstheorie ergiebt, und die auch auf diese Art beobachtet worden sind.

664. Gehen die Strahlen schief durch, so seyen AC, BD Fig. 135 die Oberflächen der Schicht, Aa ihre Dicke, und AE sey die Oberfläche einer Welle, die so eben die erste Oberfläche der Schicht in A erreicht hat; SA, SC, welche senkrecht darauf sind, mögen Strahlen vorstellen, welche einerlei Ursprung S haben; dann findet eine partiale Zurückwerfung statt, und die Intensität wird in einem gewissen Verhältniß 1 : 1—a vermindert, welches von dem Einfallswinkel abhängt. Die durchgelassene Welle wird seitwärts gelenkt, indem sie die Lage Ab annimmt, und längs dem gebrochenen Strahl AB fortgeht, so daß, wenn sie nach BF kommt, die Welle außerhalb der Schicht die entsprechende Lage FG hat. Hier findet eine andere partiale Zurückwerfung statt, die vom innern Einfallswinkel abhängt, und wir können den durch (1—a) (1—α) den durchgehenden, und durch (1—a).α den zurückgeworfenen Theil bezeichnen. Diese Theile gehen von B aus fort, der erstere mit der Geschwindigkeit V, die dem äußern Mittel zugehört, in der Linie BH parallel mit SA, wodurch eine Welle gebildet wird, die, wenn S entfernt ge=

Oberfläche zurückgeworfenen Lichts gleich sind. Der Unterschied der Phase zwischen dem einfachen und zusammengesetzten ausfahrenden Strahl, oder der Werth von B in der angeführten Formel wird durch die Gleichung

$$\sin B = \frac{a}{A}\sin\left(2\pi.\frac{2t}{\lambda}\right)$$

$$= a.\sin\left(2\pi.\frac{2t}{\lambda}\right)$$

gegeben, indem man aa vernachlässigt. Für solche Mittel, die keine starke Brechungskraft besitzen, ist also der Unterschied sehr klein, jedoch periodisch und für verschiedene Dicken verschieden.

663. Wir wollen nun annehmen, daß statt des homogenen Lichts weißes Licht auf die Schicht fällt, und wir bezeichnen einen solchen Lichtstrahl wie §. 488 durch $C + C' + C'' + \ldots$, oder durch $S(C')$, wo C, C' u. s. w. die Intensität der verschiedenen elementaren Strahlen von allen Graden der Brechbarkeit bedeutet, dann wird der durchgelassene zusammengesetzte Strahl der Farbe und Intensität nach durch

$$C\left\{1 - 4a.\sin\left(2\pi\frac{t}{\lambda}\right)^2\right\}$$

$$+ C'\left\{1 - 4a.\sin\left(2\pi\frac{t}{\lambda'}\right)^2\right\} + \ldots\ldots$$

oder auch durch den Ausdruck

$$S.C\left\{1 - 4a.\sin\left(2\pi\frac{t}{\lambda}\right)^2\right\}.$$

[redacted]

$$4\,a.S\left\{C.\cos\left(2\pi.\frac{2t}{\lambda}\right)^2\right\}$$
$$=4\,a\left\{S\,(C)-S\left(C.\sin\left(2\pi.\frac{2t}{\lambda}\right)^2\right)\right\}$$

daß sie die Complementärfarbe zu derjenigen ist, welche durch

$$S\left(C.\sin\left(2\pi.\frac{2t}{\lambda}\right)^2\right)$$

dargestellt wird. Stellen wir uns aber eine krumme Linie vor, deren Abscisse t und deren Ordinate $C.\sin\left(2\pi.\frac{2t}{\lambda}\right)^2$ ist, so sieht man, daß dieß grade diejenige wellenförmige Curve ist, welche in Fig. 134 für jeden prismatischen Strahl dargestellt wird; und nimmt man die Summe aller so gezogenen Ordinaten für jede Farbe des Spectrum, so haben wir eine identische Construction mit der, aus welcher wir die Farben der reflectirten Ringe §. 645 ableiteten. Nehmen wir dann die auf diese Art entstandene Farbenreihe und leiten aus ihr die Complemente zum weißen Licht ab, und vermischen diese Complementärfarben mit Weiß, im Verhältniß von 4 a Strahlen der Complementärfarbe zu 1—4 a weißen Strahlen, so haben wir die Reihe der durchgelassenen Farben, die sich aus der Undulationstheorie ergiebt, und die auch auf diese Art beobachtet worden sind.

664. Gehen die Strahlen schief durch, so seyen AC, BD Fig. 135 die Oberflächen der Schicht, Aa ihre Dicke, und AE sey die Oberfläche einer Welle, die so eben die erste Oberfläche der Schicht in A erreicht hat; SA, SC, welche senkrecht darauf sind, mögen Strahlen vorstellen, welche einerlei Ursprung S haben; dann findet eine partiale Zurückwerfung statt, und die Intensität wird in einem gewissen Verhältniß 1 : 1 — a vermindert, welches von dem Einfallswinkel abhängt. Die durchgelassene Welle wird seitwärts gelenkt, indem sie die Lage Ab annimmt, und längs dem gebrochenen Strahl AB fortgeht, so daß, wenn sie nach BF kommt, die Welle außerhalb der Schicht die entsprechende Lage FG hat. Hier findet eine andere partiale Zurückwerfung statt, die vom innern Einfallswinkel abhängt, und wir können den durch (1—a) (1—α) den durchgehenden, und durch (1—a).α den zurückgeworfenen Theil bezeichnen. Diese Theile gehen von B aus fort, der erstere mit der Geschwindigkeit, die dem äußern Mittel zugehört, in der Linie BH parallel mit SA, wodurch eine Welle gebildet wird, die, wenn S entfernt ge=

nug ist, als eine unbegränzte Ebene betrachtet werden kann, die gleichförmig mit dieser Geschwindigkeit nach BH fortgeht. Der letzter Theil geht dem Brechungsgesetz gemäß nach BC mit der Geschwindigkeit V' fort, die dem Mittel angehört, aus welchem die Schicht besteht, bis er C erreicht, wo er eine neue partiale Zurückwerfung erleidet, und nach der Linie CD mit der verminderten Intensität $(1-a) \cdot \alpha^2$ aber mit derselben Geschwindigkeit V' fortgeht, bis er D erreicht, so daß er mit dieser Geschwindigkeit einen Raum BC + CD = 2AB beschrieben hat. In D erleidet er eine andere partiale Zurückwerfung, und nur ein Theil $(1-a)(1-\alpha) \cdot \alpha^2$ wird durchgelassen, der von D aus auf der Linie DI parallel mit BH mit der Geschwindigkeit V fortgeht, d. h. mit derselben Geschwindigkeit, welche die nach BH fortgehende Welle hat. Auch diese Welle kann als eine Ebene von unbegränzter Ausdehnung betrachtet werden, die senkrecht auf DI steht, und daher der erstern parallel ist. Allein sie fallen nicht zusammen, denn die erstere, welche einen Vorsprung vor der letztern hat, kommt nach IHK, wenn die letztere in DLM anlangt, und beide Wellen, welche sich jetzt mit derselben Geschwindigkeit V vorwärts bewegen, werden immer dieselbe Entfernung ungeändert beibehalten. Den Raum LH können wir den Verzögerungsraum nennen. Um ihn zu bestimmen, haben wir zu bedenken, daß der Raum BH von der ersten Welle mit der Geschwindigkeit V beschrieben ist, während der letztere BC + CD mit der Geschwindigkeit V' durchläuft, und folglich ist

$$BH = (BC + CD) \cdot \frac{V}{V}$$

[redacted]

665. Es wird daher jede Welle, welche, ehe sie in das Mittel trat, einfach war, durch die zwei innern Zurückwerfungen doppelt werden, indem ihr eine andere schwächere Welle von der oben angegebenen Intensität in dem constanten Abstand $2\,\mu\,t\,.\cos\varrho$ folgt. Da dasselbe von jeder Welle des ganzen Systems gilt, aus dem der Strahl besteht, so werden diese beiden Systeme (da sie unbestimmt fortdauernd angenommen werden) den oben angegebenen Grundsätzen gemäß zusammentreffen.

666. Es sey λ die Länge einer Undulation in der Schicht, dann ist $\mu\lambda$ ihre Länge in dem umgebenden Mittel, da die Geschwindigkeit im letztern sich zu der im erstern wie $\mu : 1$ verhält, und da dieselbe Anzahl von Undulationen in einerlei Zeit durch einen gegebenen Punkt fortgepflanzt wird, so müssen sie in dem einen Mittel häufiger seyn und weniger Platz einnehmen, und zwar in dem Verhältniß der Geschwindigkeiten.

667. Die Unterschiede in den Phasen der zusammentreffenden Systeme sind daher

$$2\pi\,.\,\frac{\text{Verzögerungsraum}}{\mu\lambda}$$

$$= 2\pi\,.\,\frac{2\,t\,.\cos\varrho}{\lambda} = 2\pi\,.\,\frac{2\,t'}{\lambda}$$

indem man $t' = t\,.\cos\varrho$ setzt, also wird die zuletzt entstehende Welle durch diese Gleichung ausgedrückt:

$$X = \sqrt{(1-a)\,(1-\alpha)}\left\{\cos\theta + a\,.\cos\left(\theta + 2\pi\,.\,\frac{2\,t'}{\lambda}\right)\right\}$$

und bringt man dieß auf die Grundform $A\,.\cos(\theta + B)$ wie vorhin, so kommt

$$A^2 = (1-a)(1-\alpha)\,.\left\{1 + 2\,\alpha\,.\cos\left(2\pi\,.\,\frac{2\,t'}{\lambda}\right) + a\,a\right\}$$

$$\sin B = \frac{\alpha\,.\sin\left(2\pi\,.\,\frac{2\,t'}{\lambda}\right)}{\sqrt{1 + 2\,\alpha\,.\cos\left(2\pi\,.\,\frac{2\,t'}{\lambda}\right) + \alpha\,\alpha}}$$

668. Dieß sind die allgemeinen Ausdrücke für die Intensität und die Aenderung des Ursprungs eines zusammengesetzten durchgehenden Strahls. Es ist jedoch einleuchtend, daß wenn a und α nur klein sind, welches immer stattfindet, außer bei den größten Einfallswinkeln, dieser Werth von A A sich auf

$$(1-a+\alpha)-4\alpha.\sin\left(2\pi\frac{t'}{\lambda}\right)^2$$

reducirt, welches ganz dem Ausdruck §. 662 für senkrecht einfallendes Licht analog ist, und aus welchem man sieht, daß, einen geringen Unterschied in der Vermischung mit weißem Licht ausgenommen, dieselben Gesetze von Abwechselungen in der Helligkeit, sowohl für homogenes Licht als für weißes Licht stattfinden müssen.

669. Ein wesentlicher Unterschied findet jedoch statt. Dieselben Farben entstehen bei schief einfallendem Licht bei der Dicke t, welche bei dem senkrecht einfallenden Licht bei der Dicke t . cos ρ hervorgebracht werden, weil $t' = t.\cos\rho$ ist. Dieß ist immer geringer als t, und daher wird die Farbe, welche von einer gegebenen Dicke unter schiefen Einfallswinkeln hervorgebracht wird, in der Skale höher stehen (oder einer geringern Dicke entsprechen) als bei dem senkrechten Einfallen, und folglich müssen sich die Ringe oder Franzen, die man vermittelst des durchgehenden Lichts sieht, ausdehnen, indem man die Schicht gegen das Auge neigt. Das Gesetz der Ausdehnung trifft mit Newtons Regel bei mäßigen Winkeln zusammen; denn dieses giebt, wenn man reducirt und sin ρ^4 wegläßt,

$$\sec u = \sec\rho\left\{1-\frac{1}{2}\cdot\frac{106}{107}(\mu-1)\,\text{tang}\,\rho^2\right\}$$

welches bei mäßigen Einfallswinkeln nicht sehr von sec ρ verschieden ausfällt.

670. Bei großen Einfallswinkeln ist der Fall anders, und die nicht mit den Beobachtungen übereinstimmenden Resultate der Undu-

[redacted]

Undulation Unterschied gerechnet werden darf, sondern ein veränderlicher Bruch, der von der Natur der an einander liegenden Mittel abhängt.

675. Die Formeln §. 672 zeigen, daß bloß bei senkrecht einfallendem Licht die Farben rein sind, und daß bei allen andern Einfallswinkeln, vorzüglich wenn sie sehr groß sind, wo a und α beträchtlich verschieden ausfallen, eine Vermischung von weißem Licht stattfindet; dieß stimmt mit der Beobachtung überein. Bei senkrecht einfallendem Licht sollten jedoch die Minima jeder Farbe völlig verschwinden, so daß, wenn wir die Zurückwerfung von der obern Fläche eines auf eine Platte gelegten Objectivglases aufheben (oder ein Prisma gebrauchen, um zu verhindern, daß das Licht das Auge nicht erreiche), die Zwischenräume zwischen den Ringen von homogenem Licht völlig schwarz erscheinen müssen. Bei der Newtonianischen Hypothese ist dieß nicht der Fall, weil das von der obern Fläche der eingeschlossenen Luftschicht zurückgeworfene Licht auch noch im Minimum vorhanden bleibt. Dieß giebt daher ein Mittel an die Hand, zwischen beiden Theorien zu unterscheiden. Fresnel beschreibt einen hierzu angestellten Versuch, und findet, daß derselbe unwiderruflich für die Undulationstheorie spricht. (Diffraction de la Lumière p. II.)

---

§. V. Von den Farben dicker Platten.

676. Unter gewissen Umständen bilden sich farbige Ringe durch Platten von durchsichtigen Mitteln, die eine beträchtliche Schiefe besitzen. Die Umstände, unter welchen dieselben in einem hauptsächlichen Fall erscheinen, sind folgendermaßen von Newton beschrieben, der sie zuerst beobachtete, und seine Lehre von den Anwandlungen sehr scharfsinnig zu ihrer Erklärung angewendet hat.

Läßt man einen hellen Sonnenstrahl durch eine kleine Oeffnung von ⅓ Zoll Durchmesser in ein dunkles Zimmer gehen, fängt denselben auf einem concavconvexen Glasspiegel von einem Zoll Dicke auf, dessen beide Oberflächen zu Kugeln von sechs Fuß Halbmesser gehören, und dessen hintere Seite belegt ist, hält ein Stück weißes Papier in den Mittelpunkt, welches eine Oeffnung besitzt, damit der Sonnenstrahl durch dieselbe hindurchgehen, und nachdem er vom Spiegel zurückgeworfen ist, auch wieder durch sie zurückgehen kann, so

$$AA = (\sqrt{a} - \sqrt{\alpha})^2 + 4\sqrt{a\alpha}\,.\,\sin^2\left(2\pi\frac{t'}{\lambda}\right)^2$$

und bei senkrecht einfallendem Licht, wo $t' = t$ ist, und wo $a = \alpha$ genommen werden kann

$$AA = 4a\,.\,\sin\left(2\pi\frac{t'}{\lambda}\right)^2.$$

673. Man sieht hieraus, daß in diesem Fall die ganze Intensität der zusammengesetzten zurückgeworfenen Welle + der der durchgegangenen (§. 662) zusammen die Einheit oder die Intensität der einfallenden Welle geben, und daß daher die Annahme des Verlustes oder des Gewinnes einer halben Undulation nicht mit dem Gesetz der Erhaltung der lebendigen Kräfte im Widerspruch steht.

674. Betrachten wir die Art, auf welche Undulationen an den Gränzen zweier Mittel sich fortpflanzen, so finden wir nichts, was den dynamischen Gesetzen zuwider wäre, indem wir annehmen, daß bei dem Uebergange eine halbe oder ein anderer Theil einer Undulation verloren geht; denn man kann nicht annehmen, daß die Dichtigkeit oder die Elasticität des Aethers sich an der Oberfläche der Mittel plötzlich ändert, sondern daß daselbst eine kleine Schicht vorkommt, wo sie veränderlich ist. In dieser Schicht stimmt daher die Länge einer Undulation weder mit der im Dichtern noch im Dünnern überein, sondern hat einen veränderlichen Mittelwerth. Folglich wird die Anzahl von Undulationen, die man zu der Phase des Strahls hinzurechnen muß, indem er diese Schicht durchläuft, von derjenigen verschieden seyn, welche dann stattfindet, wenn das eine Mittel plötzlich anfing, das andere plötzlich aufhörte. Ohne Kennt-

[redacted]

eines Mittels, welches senkrecht einem homogenen Strahl, der aus C herkommt (Fig. 136) und in A auffällt, entgegengehalten wird. Der größte Theil geht grade durch A und wird von B wieder nach A zurückgeworfen. Allein in A findet eine unregelmäßige Zerstreuung statt, und der Strahl AB wird von einem divergenten schwachen Strahlenkegel Aa, Ab, Ac u. s. w. begleitet, die von A aus alle in einerlei Phase ausgehen, die dieselbe ist, welche im Ursprung des Lichts stattfindet, so daß A als ihr gemeinschaftlicher Ursprung angesehen werden kann. Es sey Q der Brennpunkt aller an der zweiten Oberfläche zurückgeworfenen Strahlen, der zu A gehört (sind die Oberflächen eben, so haben A und Q gleiche Entfernungen von B), und der Kegel der zerstreuten Strahlen, dessen Axe der regelmäßig zurückgeworfene ausmacht, wird nach der Zurückwerfung von Q herkommen. Gehen die Strahlen wieder in die Luft über, so sey q der zu Q gehörige Brennpunkt der an der Oberfläche FD gebrochenen Strahlen, und sie werden nach der Brechung von q divergiren, und vermöge der Beschaffenheit der Brennpunkte in der Undulationshypothese werden die Undulationen in der Luft so fortgepflanzt, als ob sie in q einen gemeinschaftlichen, in der Luft befindlichen Ursprung hätten, weil nach der Brechung die Wellen kugelförmig aus q ausgehen, und daher jedes Stück ihrer Oberfläche gleich weit von q entfernt ist; wären sie also wirklich als getrennte Strahlen von q ausgegangen, so hätten sie in diesem Augenblick alle dieselbe Phase gehabt. Erreicht nun der zurückgeworfene Strahl den Punkt A, so wird ein Theil desselben wieder in einen Kegel zerstreut, in dessen Axe sich der regelmäßig durchgehende Strahl AG befindet, und die Strahlen AG, AM, AN u. s. w. dieses Kegels haben alle ihren Ursprung in A und befinden sich bei ihrem Abgange von A mit AG in einerlei Phase, d. h. in derselben, welche sie besaßen, als sie von q ausgingen. Betrachten wir daher einen Punkt M außerhalb des Strahls AG, so wird derselbe zu gleicher Zeit von einer Welle erreicht, die jedem Strahlenkegel zugehört, wovon die eine nach qM aus q, die andere nach AM von A ausgeht, und der Unterschied der Wege ist $qA + AM - qM$. Fällt daher M beinahe mit G zusammen, so ist dieser Unterschied sehr klein, und verschwindet in G, oder die Wellen sind in genauer Uebereinstimmung. So wie M von G abweicht, wächst der Unterschied, und beträgt er eine halbe Undulation, so sind die Wellen in vollkommener Entgegensetzung und heben einan-

ergiebt sich, daß die Oeffnung von vier oder fünf gefärbten concentrischen Ringen oder Regenbogen umgeben ist, grade so, wie die zwischen Objectivgläsern gesehenen Ringe den mittlern Fleck umgeben, aber größer und die Farben verwaschener. Betrug der Abstand des Papiers vom Spiegel viel mehr oder viel weniger als sechs Fuß, so wurden die Ringe immer verwaschener und verschwanden völlig. Die Farben hatten hierbei dieselbe Ordnung als bei den durchgelassenen Ringen zwischen zwei Objectivgläsern, nämlich Weiß, schmutzig Weiß, Schwarz, Violett, Blau, Grüngelb, Gelb, Roth, Purpur u. s. w. Die Durchmesser der Ringe hatten dasselbe Verhältniß, als die bei den Gläsern, indem die Quadrate der Durchmesser der abwechselnd hellen und dunkeln Ringe eine arithmetische Reihe bildeten, die mit Null anfing. In dem hier beschriebenen Fall waren die Durchmesser der hellen Ringe 0, $1\frac{11}{16}$, $2\frac{3}{8}$, $2\frac{11}{12}$, $3\frac{3}{8}$ u. s. w. Bei Spiegeln von verschiedener Dicke verhalten sich die Durchmesser derselben umgekehrt, wie die Quadratwurzeln der Dicke. Bei einem belegten Spiegel wurden die Ringe bloß lebhafter.

677. Diese verschiedenen Erscheinungen, so wie eine Menge anderer ähnlicher, die mehr oder weniger verwickelt ausfallen, je nachdem die Entfernung oder die Schiefe des Spiegels, oder die Krümmung der Oberflächen geändert wird, hat Newton sehr glücklich aus den Anwandlungen der geringen Lichtmenge erklärt, die unregelmäßig an der ersten Oberfläche des Spiegels zerstreut wird und die sie sichtbar macht. Allein wir müssen hierüber auf seine Optik verweisen, da wir hierbei mehr beabsichtigen zu zeigen, welche Erklärung die

[redacted]

eines Mittels, welches senkrecht einem homogenen Strahl, der aus C herkommt (Fig. 136) und in A auffällt, entgegengehalten wird. Der größte Theil geht grade durch A und wird von B wieder nach A zurückgeworfen. Allein in A findet eine unregelmäßige Zerstreuung statt, und der Strahl AB wird von einem divergenten schwachen Strahlenkegel Aa, Ab, Ac u. s. w. begleitet, die von A aus alle in einerlei Phase ausgehen, die dieselbe ist, welche im Ursprung des Lichts stattfindet, so daß A als ihr gemeinschaftlicher Ursprung angesehen werden kann. Es sey Q der Brennpunkt aller an der zweiten Oberfläche zurückgeworfenen Strahlen, der zu A gehört (sind die Oberflächen eben, so haben A und Q gleiche Entfernungen von B), und der Kegel der zerstreuten Strahlen, dessen Axe der regelmäßig zurückgeworfene ausmacht, wird nach der Zurückwerfung von Q herkommen. Gehen die Strahlen wieder in die Luft über, so sey q der zu Q gehörige Brennpunkt der an der Oberfläche FD gebrochenen Strahlen, und sie werden nach der Brechung von q divergiren, und vermöge der Beschaffenheit der Brennpunkte in der Undulationshypothese werden die Undulationen in der Luft so fortgepflanzt, als ob sie in q einen gemeinschaftlichen, in der Luft befindlichen Ursprung hätten, weil nach der Brechung die Wellen kugelförmig aus q ausgehen, und daher jedes Stück ihrer Oberfläche gleich weit von q entfernt ist; wären sie also wirklich als getrennte Strahlen von q ausgegangen, so hätten sie in diesem Augenblick alle dieselbe Phase gehabt. Erreicht nun der zurückgeworfene Strahl den Punkt A, so wird ein Theil desselben wieder in einen Kegel zerstreut, in dessen Axe sich der regelmäßig durchgehende Strahl AG befindet, und die Strahlen AG, AM, AN u. s. w. dieses Kegels haben alle ihren Ursprung in A und befinden sich bei ihrem Abgange von A mit AG in einerlei Phase, d. h. in derselben, welche sie besaßen, als sie von q ausgingen. Betrachten wir daher einen Punkt M außerhalb des Strahls AG, so wird derselbe zu gleicher Zeit von einer Welle erreicht, die jedem Strahlenkegel zugehört, wovon die eine nach qM aus q, die andere nach AM von A ausgeht, und der Unterschied der Wege ist $qA + AM - qM$. Fällt daher M beinahe mit G zusammen, so ist dieser Unterschied sehr klein, und verschwindet in G, oder die Wellen sind in genauer Uebereinstimmung. So wie M von G abweicht, wächst der Unterschied, und beträgt er eine halbe Undulation, so sind die Wellen in vollkommener Entgegensetzung und heben einan-

einer Undulation des gelben Lichts ungefähr $= \frac{2}{90000}$ nehmen, so finden wir für den Durchmesser des zweiten hellen Ringes im gelben Licht (welches dem hellsten Theil desselben Ringes in Weiß entspricht),

$$2y = 72\sqrt{4 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{90000} \cdot 4} = 2{,}35$$

welches fast genau mit Newtons Messung $2^3/_8 = 2{,}375$ übereinstimmt.

686. Ist der Spiegel gegen den einfallenden Strahl geneigt, so werden die Erscheinungen verwickelter, und sie sind von Newton sehr schön beschrieben worden (Optics, Buch II. IV Theil. X Beob.). In diesem Fall liegen die Axen der beiden zusammentreffenden Strahlenkegel nicht mehr auf einander, da diese Axen immer die einfallenden und zurückgeworfenen Strahlen sind; allein dieselben Grundsätze lassen sich in jeder Hinsicht auf diesen Fall anwenden, und der Leser kann sich darin üben, die Schlüsse selbst hierbei zu ziehen.

687. Der Herzog de Chaulnes fand ähnliche Ringe, wenn die Oberfläche des Spiegels mit einer dünnen Schicht vertrockneter Milch belegt war, wodurch sich ein feiner halbdurchsichtiger Ueberzug bildete, und auch dann, wenn feine Gaze oder Musselin über denselben gebreitet wurde; man sehe die Nachrichten über seine Versuche in den Mémoires de l'academie, Paris 1705. Herschel beschreibt einen interessanten Versuch (Philosophical transactions), wo die Ringe dadurch hervorgebracht wurden, daß man Puder in die Luft vor einem Metallspiegel streute, auf welchen ein Lichtstrahl fiel, und das zurückgeworfene Licht auf einer Tafel auffing. Die Erklärung dieser Erscheinungen scheint jedoch von einer andern Anwendung der allgemeinen Grundsätze abzuhängen, und man wird dieselbe besser dann verstehen können, wenn wir von den Farben reden werden, die durch die Beugung hervorgebracht werden.

688. Dr. Brewster hat in den Transactions of the Royal Society of Edinburgh eine Reihe von gefärbten Streifen beschrieben, die durch dicke parallele Glasplatten hervorgebracht wurden, und die eine ausgezeichnete Erläuterung des Gesetzes der periodischen Wiederkehr darbieten, welche die Lichtstrahlen beobachten, man mag sie nun als Anwandlungen wie in der Newtonianischen Hypothese, oder als Phasen von vorwärts und rückwärts gehenden Bewegungen der Aethertheilchen, wie in der Undulationshypothese

an=

ansehen. Wir können hier ein für allemal bemerken, daß die Erklärungen, welche die Undulationstheorie bei Erscheinungen von dieser Art giebt, meistens in die Sprache der andern Theorie mit einigen zufälligen Abänderungen übersetzt werden können, so daß man ein mit den Beobachtungen übereinstimmendes Resultat erhält, und wir dürfen daher in den Erscheinungen dieser Art nicht diejenigen Mittel aufsuchen, durch deren Hülfe zwischen beiden Theorien entschieden werden kann. Wir werden daher in der Folge das Undulationssystem annehmen, nicht als ob dasselbe wirklich in der Natur stattfände, sondern weil es unter allen das einfachste Mittel ist, Classen von Erscheinungen zu ordnen, und nicht bloß alle nach der Newtonianischen Theorie erklärbaren Erscheinungen darzustellen, sondern auch noch eine große Mannichfaltigkeit anderer zu umfassen, die sich nur gewaltsam und mit der Beihülfe mancher Annahmen von sehr willkürlicher Art aus der erstern erklären lassen.

689. Die besagten Streifen erscheinen, wenn zwei Glasplatten mit parallelen Seiten und genau gleicher Dicke etwas gegen einander geneigt werden, und durch beide unter fast senkrechten Einfallswinkeln ein kreisrunder leuchtender Körper von 1° bis 2° Durchmesser (z. B. ein Stück des Himmels) betrachtet wird. Man sieht dann außer dem directen Bilde noch eine Reihe von Seitenbildern, die zwischen den Gläsern reflectirt, und nach und nach schwächer werden, je nachdem sie durch 2, 4, 6, oder mehr innere Zurückwerfungen entstehen; sie sind alle, die erste ausgenommen, so schwach, daß sie kaum sichtbar sind, außer wenn man sehr starkes Licht anwendet. Das directe Bild ist farblos, allein das zurückgeworfene wird von funfzehn oder sechszehn schön gefärbten Streifen durchkreuzt, die mit dem gemeinschaftlichen Durchschnitt der Oberfläche der Glasplatten parallel laufen. Ihre Breite nimmt schnell ab, so wie die Neigung der Platten wächst. Hatten die gebrauchten Platten 0,121 Zoll Dicke, und betrug der Neigungswinkel 1° 11′, so betrug die Breite des Streifen 26′ 50″, und bei allen andern Neigungen verhielt sich die Breite umgekehrt wie die Neigung. Bei schiefen Einfallswinkeln sieht man die Streifen, wenn die Einfallsebene mit der Hauptdurchschnittsebene der Glasplatten einen rechten Winkel macht, allein sie sind am deutlichsten, wenn beide Ebenen parallel laufen.

690. Um ihre Entstehung zu begreifen, wollen wir die Oberflächen der Platten der Reihe nach durch A, a, B, b bezeichnen,

indem wir bei derjenigen anfangen, auf welche das einfallende Licht zuerst kommt, und einen Strahl oder ein System von Wellen betrachten, das von einem gemeinschaftlichen Ursprung in unendlicher Entfernung ausgeht. Fällt dann dieser Strahl auf die Platten, so erleidet er an jeder Oberfläche eine partiale Zurückwerfung, und der übrige Theil geht durch; jeder der verschiedenen Theile wird wieder in Unterabtheilungen zerlegt, sobald er irgend eine Oberfläche antrifft. Jedes Bild besteht daher aus verschiedenen Strahlen, deren letzte Richtungen parallel sind, die aber das Glas auf verschiedenen Wegen durchlaufen haben. So besteht das directe oder Hauptbild aus

1) dem ganzen Theil des einfallenden Lichts, welches in A, a, B, b gebrochen wird, und dem einfallenden Strahl parallel heraustritt; dieß bezeichnen wir durch A a B b.

2) Einem in A gebrochenen, in a zurückgeworfenen, wieder in A zurückgeworfenen, und in a, B, b gebrochenen Theil, den wir durch A a′ A′ a B b bezeichnen, wo die Buchstaben die Oberflächen, die Accente Zurückwerfung, und die nicht accentuirten Brechung bedeuten.

3) Einem Theil, der zwei ähnliche Zurückwerfungen im Innern der zweiten Platte erlitten hat, und der auf ähnliche Art durch A a B b′ B′ b bezeichnet werden kann.

4) Andern Theilen, die vier, sechs und mehr Zurückwerfungen in jeder Platte erlitten haben, und die durch solche Combinationen wie A a′ A′ a′ A′ a B b, A a B b′ B′ b′ B′ b oder der Kürze

[redacted]

gen, und die Theile Aa′A′a des innerhalb des ersten Glases reflectirten Lichts des einfallenden Strahls gebildet werden; diese sind aber alle zu schwach, um auf das Bild zu wirken, welches wir daher bloß aus den vier angegebenen Strahlen bestehend ansehen können. Wenden wir nun unsern Blick auf die Figur (138), so sehen wir den Weg, den jeder dieser Theile 1, 2, 3, 4 beschreibt, und es ist einleuchtend, daß der erste Theil die Dicke zweimal, den Zwischenraum zwischen den Gläsern dreimal durchlaufen hat, oder beinahe $2t+3i$ (indem wir jetzt alle Rücksicht auf die Neigung der Platten bei Seite setzen). Der zweite Theil hat $4t+3i$, der dritte $4t+3i$, der vierte $6t+3i$ durchlaufen. Hieraus sieht man, daß die Theile 1 und 4 in ihren Wegen beinahe um viermal die Dicke des Glases verschieden sind, und sie können daher keine Farben hervorbringen; allein die beiden andern Theile haben bei senkrechtem Einfallen gar keinen Unterschied und werden bei kleinen Neigungen der Glasplatten und der Strahlen nur wegen der kleinen Unterschiede der Neigungen, unter denen sie die Dicke des Glases und den Zwischenraum durchlaufen, von einander verschieden seyn. Sie werden also zusammentreffen und Farben hervorbringen, welches bloß aus dem Verzögerungsraum beider Strahlen hinter einander, vermöge der veränderlichen Schiefe der Strahlen, die das Auge treffen, entsteht.

692. Betrachten wir nun einen leuchtenden Körper von merklicher Größe, so fallen die Strahlen, durch welche wir seine verschiedenen Punkte sehen, unter allen möglichen Ebenen und Neigungen ein; folglich erscheint das Bild in seinen verschiedenen Punkten auch verschieden gefärbt, und die Anordnung dieser Farben befolgt dasselbe Gesetz, welches die Verzögerungsräume bestimmt. Die Farben sind daher in Streifen, Kreisen oder andern Formen geordnet, der Gestalt der krummen Linien zufolge, welche geometrisch aus der Betrachtung der in jedem Punkte ihres Weges stattfindenden gleich großen Verzögerungsräumen entstehen. Solche Curven wollen wir *isochromatische* Linien, oder Linien von gleicher Farbe nennen, und in allen Fällen die Farbe numerisch durch die Anzahl der Undulationen oder in Theilen derselben des gelben Lichts ausdrücken, denen der Verzögerungsraum gleich ist.

693. Wir wollen zuerst den Fall betrachten, wo der Strahl in einer Ebene einfällt, die senkrecht auf dem gemeinschaftlichen

Durchschnitt steht. In diesem Fall (Fig. 139) sey KLMN ei Strahl, der durch die Vereinigung der beiden Strahlen SAaBbIKl und SCEFGHKL entstanden ist, deren Weg durch das Systen dem von 2 und 3 Fig. 138 ähnlich ist. Man ziehe AD senk recht auf DC, so ist der Verzögerungsraum gleich

$$\{DC+CE+EF+FG+GH+HK\}$$
$$-\{Aa+aB+Bb+bI+IK\}$$
$$= DC+(EF-aB)+(FG-IK)$$
$$+2(KH-Bb).$$

Die drei ersten Theile liegen in Luft, der letztere in Glas. Ohne nun erst eine trigonometrische Rechnung anzustellen, ist es einleuch- tend, daß dieß bei senkrechtem Einfall sehr klein ist und schnell wächst, so wie der Einfallswinkel sich ändert, und daß diese Größe fast um gleiche Incremente wächst, so wie sich der Einfallswinkel von Null an auf beiden Seiten gleich viel ändert (während die ge- genseitige Neigung der Platten constant bleibt). In einer Rich- tung, die senkrecht auf dem Durchschnitt der Flächen steht, wer- den sich daher die Farben schnell ändern, und bei mäßiger Schiefe wird der Verzögerungsraum zu groß seyn, als daß er Farben her- vorbringen könnte. Nehmen wir im Gegentheil an, daß die Strah- len SA, SC in einer Ebene einfallen, die dem Hauptdurchschnitt beinahe parallel liegt, so liegen die Punkte K und G nicht wie in der Figur in verschiedenen Abständen von P, sondern fast in glei- chem Abstande, so daß (der Einfallswinkel mag seyn, welcher e will) KI beinahe gleich GF ist, und aus derselben Ursache ist FE [redacted]

wickelt, als daß er hier angegeben werden könnte, obgleich er aus dem Gesagten sehr leicht gefunden wird.

694. Dr. Brewster machte dadurch, daß er den im directen Bilde durchgelassenen Hauptstrahl auffing, und im Auge bloß die Strahlen erhielt, welche die farbigen Streifen bilden, wie die Stücke Aa′A′aBb, AaBb′B′b, eine Reihe Streifen sichtbar, die sonst von dem zu starken Licht des directen Strahls verborgen werden. Sie entstehen aus der Interferenz der beiden Strahlen, deren Weg durch $4t+i$ ausgedrückt wird, und diese würden daher genau gleich seyn, wenn die Platten ganz parallel wären. Ihre Theorie, so wie auch die aller übrigen Systeme von Streifen, die Dr. Brewster in der angeführten Abhandlung angegeben hat, wird aus der Ansicht der Figur deutlich.

695. Talbot hat bei der Betrachtung dünner Glashäutchen in homogenem gelbem Licht und sogar im bloßen Tageslicht bemerkt, daß wenn zwei solcher dünnen Blättchen auf einander gelegt werden, sich helle und dunkle Streifen, oder gefärbte Franzen von unregelmäßiger Form zeigen, obgleich man sie bei ihnen einzeln genommen nicht sieht. Diese lassen sich nach demselben Princip erklären, indem die Interferenz hier bei denjenigen Strahlen stattfindet, die zweimal innerhalb des obern Blättchens, und einmal an der obern Fläche des untern Blättchens zurückgeworfen werden, oder sonst zwischen dreimal zurückgeworfenen Strahlen, die durch AaB′a′B′aA und AaB′aA′a′A vorgestellt werden, indem man annimmt, daß der Zwischenraum zwischen dem Blättchen genau der Dicke des obern gleich sey, eine Bedingung, welcher immer Genüge geleistet werden kann, wenn die Blättchen krumm sind. Dasselbe kann von den Farben gesagt werden, welche Nicholson bei den Verbindungen von Glasplatten von ungleicher Dicke bemerkt hat. Gesetzt z. B. die Dicken derselben t, t' seyen um eine sehr geringe Größe von einander verschieden, so ist der Weg der Strahlen Aa′A′aBb, AaBb′B′b, bei senkrechtem Einfallen $3t+i+t'$, $t+i+3t'$ (wenn die Platten genau parallel sind), und der Unterschied ihrer Wege $=2t-2t'$; ist dieß sehr klein, so entstehen Farben, oder wenn dieses nicht der Fall ist, so kann man dieselben durch eine kleine Neigung der Platten gegen einander hervorbringen. Etwas Aehnliches findet in unendlich vielen andern Fällen statt.

§. VI. Von den Farben der vermischten Blättchen.

696. Die bisher beschriebenen Farben sind auf die Interferenzen der Strahlen bezogen worden, die in ihrem ganzen Lauf von dem Punkt an, wo sie anfangen zusammenzutreffen, genau zusammenfallen. Werden solche zusammentreffende Strahlen oder Systeme von Wellen in einem Punkt der Netzhaut vereinigt, so wird dieser Punkt durch die Summe oder den Unterschied ihrer Wirkungen bewegt, und die hervorgebrachte Wirkung verhält sich hiernach. Ist aber dieses Zusammenfallen nur ein genähertes, wenn z. B. zwei Systeme von Wellen von solchen Punkten ausgehen, die einander scheinbar so nahe liegen, daß die auf der Netzhaut entstandenen Bilder einander zu nahe kommen, als daß sie von dem Bilde eines einzelnen Punktes unterschieden werden könnten, so vermischen sich die hervorgebrachten Eindrücke, oder, wie man sich eigentlich ausdrücken müßte, die mechanische Wirkung auf einen Punkt wird durch die Substanz der Netzhaut zum andern fortgepflanzt, und eine mittlere Empfindung geht daraus hervor. Sind dann die Strahlen, welche in anliegenden Punkten der Netzhaut concentrirt werden, in genauer Entgegensetzung und von gleicher Intensität, so findet eine gegenseitige Aufhebung eben so statt, als ob sie auf einem mathematischen Punkt zusammenfielen; sind sie in genauer Uebereinstimmung, so vergrößern sie ihre gegenseitigen Wirkungen; ein Gleiches findet auch für die mittlern Zustände derselben statt.

697. Um dieß besser einzusehen, müssen wir bedenken, daß der Eindruck auf die Netzhaut sich auf eine sehr kleine Entfernung um den mathematischen Brennpunkt, der durch die Bestandtheile des Auges gebildet wird, verbreitet. So erscheint das Bild eines Sterns nie als ein Punkt, sondern als eine Scheibe von merklicher Größe, und zwar um so größer, je stärker das Licht ist. So sieht man auch den hellen Theil des Neumonds größer als den übrigen schwach erleuchteten Theil, indem ersterer sich über den letztern wie die Schale einer Eichel um die Frucht selbst erstreckt. Diese Erscheinung nennt man die Irradiation, und sie ist ganz deutlich die Folge einer organischen Wirkung.

698. Es folgt hieraus, daß wenn Wellen von Punkten ausgehen, die so nahe an einander liegen, daß ihre Entfernung nicht unterschieden werden kann, so kann man dieselben rücksichtlich ihrer

Wirkung auf das Auge so ansehen, als ob sie von Punkten ausgingen, die genau in derselben graden Linie liegen, die die Richtung des verbundenen Strahls angiebt, und die Gesetze ihrer Interferenzen werden rücksichtlich ihrer Wirkung auf das Gesicht dieselben seyn, als ob die brechenden Bestandtheile des Auges entfernt wären, und die Netzhaut eine bloße weiße Tafel darstellte, auf deren einen physischen Punkt die aus beiden Punkten zugleich fortgepflanzten zusammentreffenden Undulationen fallen, und denselben mit einer Kraft bewegten, die ihrer Resultante gleichkommt.

699. Nachdem dieses vorausgeschickt ist, sind wir im Stande die Erklärung der Erscheinungen der vermischten Blättchen aufzustellen, die uns die Undulationstheorie giebt. Dieselben wurden zuerst von Dr. Young bemerkt, indem er ein Licht durch zwei Stücke Glas mit etwas Feuchtigkeit zwischen denselben betrachtete. Er beobachtete auf diese Art eine Erscheinung von Franzen, die den gewöhnlichen Farben dünner Blättchen ähnlich waren, und indem er die durch Zurückwerfung entstandenen Franzen untersuchte, fand er, daß sie mit den erstern immer gleiche Richtung hatten, aber viel größer waren. Als er die Glasplatten mit einem Vergrößerungsglas betrachtete, fand er, daß wo die Franzen sich zeigten, die Feuchtigkeit mit Luft vermischt war, wodurch eine dem Thau ähnliche Erscheinung hervorgebracht wurde. Man konnte leicht zwei Theile Licht auffinden, welche diese Franzen hervorzubringen im Stande waren; denn da das Licht im Wasser sich mit einer andern Geschwindigkeit bewegt, als in den mit Luft angefüllten Zwischenräumen, so konnten beide Theile zusammentreffen und nach dem gewöhnlichen Gesetz Farben hervorbringen. Das Verhältniß der Geschwindigkeiten in Wasser und Luft ist wie das von drei zu vier, folglich sollen die Franzen an den Stellen erscheinen, wo die Dicke sechsmal so groß ist als die, welche derselben Farbe in dem gewöhnlichen Fall der dünnen Blättchen entsprechen, und als der Versuch mit einem ebenen und einem sehr wenig convexen Glase angestellt wurde, fand er den sechsten dunkeln Kreis genau von demselben Durchmesser, als den ersten der neuen Franzen. Die Farben werden auch leicht dann hervorgebracht, wenn man Butter oder Talg an die Stelle des Wassers bringt, und die Ringe werden dann wegen der größern Brechungskraft der Oele kleiner; allein wenn Wasser hinzugefügt wird, um die Zwischen-

räume zwischen dem Oel anzufüllen, so werden die Ringe sehr vergrößert; denn man muß hierbei den Unterschied der Geschwindigkeiten des Lichts in Oel und Wasser berücksichtigen, der viel geringer ist als der Unterschied in Wasser und Luft. Alle diese Umstände sind hinreichend, um uns von der Richtigkeit dieser Erklärung zu überzeugen, und sie wird noch mehr von der Wirkung bestätigt, welche entsteht, indem man die Platten gegen die Richtung des Lichts neigt, denn dann verengern sich diese Ringe, statt sich, wie bei dünnen Blättchen geschieht, zu erweitern, und dieses ist die nothwendige Folge einer Verlängerung des Weges des Lichts, das jetzt beide Mittel schief durchläuft, und die Wirkung ist überall dieselbe, als die eines dickern Blättchens. Man muß jedoch bemerken, daß die Farben nicht bei dem ganzen Licht, welches durch die Mittel hindurchgeht, hervorgebracht werden; ein kleiner Theil jedes Strahls, der durch das an das Theilchen anstoßende Wasser hindurchgeht, fällt hinreichend mit dem durch die benachbarten Lufttheilchen gehenden Licht zusammen, um die Interferenzen hervorzubringen; und es läßt sich leicht zeigen, daß ein beträchtlicher Theil desjenigen Lichts, welches durch das Wasser hindurchzugehen anfängt, seitwärts durch Zurückwerfung zerstreut wird, da jede an den beiden Oberflächen hängende Flüssigkeit von Natur eine concave Oberfläche bildet, und daß viel von dem durch die Luft gehenden Lichte durch die Brechung an der zweiten Oberfläche zerstreut wird. Aus diesen Ursachen werden die Franzen sichtbar, wenn die Blättchen nicht direct zwischen dem Auge und dem leuchtenden Körper liegen. (Young, Philosophical Transactions 1802, Account of some Cases of the Production of Colours.) Um diese Erscheinungen vortheilhaft zu sehen, braucht man nur etwas Seifenschaum zwischen zwei ebenen Glasplatten fast trocken zu reiben, und sie in einiger Entfernung zwischen das Auge und ein Licht, oder irgend einen andern von der Sonne erleuchteten polirten Gegenstand zu halten. Gebraucht man zwei wenig convexe Gläser, oder ein ebenes und ein convexes, so erscheinen die Farben in Ringen geordnet.

---

§. VII. Von den Farben feiner Fasern und gestreifter Flächen.

700. Wenn zwei Punkte, welche Licht nach allen Richtungen reflectiren können, einander so nahe liegen, daß sie dem Auge als ein einziger Punkt erscheinen, und erreichen solche Strahlen die einerlei Ursprung haben, und von diesen Punkten zurückgeworfen werden, das Auge, so treffen dieselben zusammen; ist das Licht homogen, so ändert sich die Intensität periodisch, mit einem Verzögerungsraum, der dem Unterschied der Wege gleich ist; ist dasselbe weiß, so ist die Farbe des vermischten zurückgeworfenen Strahls dieselbe, als ob er durch eine Luftschicht von der Dicke dieses Unterschiedes hindurchgegangen wäre; sie besitzt aber die Vermischung mit Weiß nicht. Nimmt man an, daß zwei sehr freie cylindrische polirte Fasern rechtwinklich gegen die Gesichtslinie, und unter einander selbst parallel gestellt seyen, wie in Fig. 141, ABC, abc, und ist S ein leuchtender Punkt, der im Verhältniß zum gegenseitigen Abstande der Fasern sehr entfernt ist, und das Auge so in E gestellt, daß es die beinahe zusammentreffenden Strahlen BE, bE erhält, so ist die Differenz der Phasen in den Strahlen, so wie sie die Netzhaut treffen, gleich

$$2\pi \cdot \frac{(Sb + bE) - (SB + BE)}{\lambda}$$

$$= 2\pi \cdot \frac{bx + by}{\lambda}$$

indem man Bx und By senkrecht auf SB und bE annimmt. Sind dann I und i die Einfallswinkel der Strahlen SB, EB auf die Ebene, in welcher die Axen der beiden Cylinder AC und ac liegen, und nennt man ihre Entfernung Bb = a, so hat man für den Unterschied der Phasen

$$2\pi \cdot \frac{a}{\lambda} \cdot (\sin I + \sin i) \, .$$

Bleibt a constant, so ändert sich dieser Ausdruck zugleich mit der Schiefe des einfallenden und zurückgeworfenen Strahls gegen die Ebene der Axe der Fasern, und wird daher diese Ebene um eine Axe gedreht, die den Fasern parallel liegt, so erscheint eine Reihe von Farben, die denen der durch dünne Blättchen gehenden Strahlen analog, aber viel lebhafter sind, und die gleichsam von den Fasern zurückgeworfen werden.

701. Jeder feine Ritz auf einer gut polirten Fläche kann so angesehen werden, als ob er eine concave, cylindrische oder andere krumme Oberfläche besäße, die im Stande ist, das Licht nach allen Richtungen zu reflectiren; dieß ist einleuchtend, denn der Ritz ist nach allen Richtungen sichtbar. Zwei solcher parallelen Ritze, die man im Sonnenlicht dreht, sollten daher dem Auge eine Reihe von Farben zeigen, die denen der dünnen Blättchen analog sind. Dieß ist wirklich der Fall. Dr. Young fand, indem er die von Coventry auf Glas gezeichneten mikrometrischen Maßstäbe untersuchte, daß jede der Linien aus zwei und mehr feiner genau parallelen Linien bestand, und in der Entfernung von $\frac{1}{10000}$ Zoll von einander lagen. Legte er den Maßstab so, daß derselbe das Sonnenlicht unter einem constanten Winkel reflectirte, und änderte er die Neigung des Auges, so fand sich, daß das hellste Roth unter Winkeln hervorgebracht wurde, deren Sinus in der arithmetischen Progression 1, 2, 3, 4 standen.

702. Bei den schönen Theilungen auf Glas und Diamant, welche Wollaston, Barton und Fraunhofer verfertigt haben, sind einzelne Linien einander genau parallel mit Diamant gezogen, die in vielen Fällen nicht mehr als $\frac{1}{10000}$ Zoll von einander entfernt sind, und deren Abstände ganz gleich ausfallen. Bringt man das Auge sehr nahe an eine solche zurückwerfende oder brechende gestreifte Oberfläche, so daß man von irgend einem kleinen glänzenden [redacted]

genug zu nähern, um dieselben mit einem Vergrößerungsglase zu untersuchen. Er fand aber hierbei, daß sie sich noch besser zeigten, wenn er die Glasplatte völlig wegnahm, und diese glückliche Bemerkung setzte ihn in den Stand, daß er alle Beobachtungen über dieselben vermittelst eines Mikrometers mit der größten Genauigkeit ausführen konnte, eine Genauigkeit, die sich auf keinem andern Weg erhalten ließ, und die doch der Kleinheit der Gegenstände ganz angemessen war. Es ist nämlich leicht einzusehen, daß man die in dem Brennpunkt einer Linse vereinigten Franzen, wie jedes andere optische Bild, das im Brennpunkt eines Fernrohrs entsteht, mit einem Vergrößerungsglase betrachten kann.

710. Was man nun auch für eine Beobachtungsmethode anwenden mag, so ergeben sich immer folgende Thatsachen.

Erste Erscheinung. Unter übrigens gleichen Umständen nimmt die Entfernung der Franzen unter einander und vom Rande des Schattens ab, so wie die Tafel, auf welcher sie aufgefangen werden, oder die Ebene im Brennpunkt der Linse, in der sie gebildet werden, sich dem dunkeln Körper nähert, und sie fallen zuletzt mit dem Rande zusammen, so daß sie ihren Ursprung ganz nahe am Rande desselben zu haben scheinen.

711. Zweite Erscheinung. Sie werden von diesem Rande aus nicht in graden Linien, sondern in hyperbolischen Curven, die ihre Scheitel im Rande haben; es ist also nicht dasselbe Licht, welches eine und dieselbe Franze in allen Entfernungen vom Körper bildet. Um dieses zu erklären, nehme man an, daß die Abstände der Franzen unter einander und vom Schatten des Körpers in einer großen Menge von Abständen vom Körper genau gemessen sind; würden sie dann in graden Linien vom Rand des Körpers fortgepflanzt und wäre jede Franze wirklich die Axe eines von einem Punkt dieser Kante fortgehenden Strahlenkegels, so würden ihre Abstände vom Schatten und unter einander den Entfernungen vom Körper proportional seyn; allein dieses findet nicht statt, indem anfangs bei kleinerer Nähe die Abstände stärker und dann schwächer zunehmen, als nach dem Gesetz der Proportionalität. Verzeichnet man nach diesen Messungen die Curven, so findet man, daß sie hyperbolischer Art sind und ihre Convexität vom Schatten abgewendet ist. Stellt z. B. Fig. 142 O den leuchtenden Punkt vor, A die Kante eines Körpers, und GH eine auf der Linie OA

doch in der Wirklichkeit sehr irrige Begriffe über die Analogie des Lichts und des Schalles erregen kann.

704. Ein einzelner Riß auf einer Oberfläche kann, wie dieser ausgezeichnete Physiker selbst bemerkt hat, Farben durch die Interferenz der Strahlen hervorbringen, die von den entgegengesetzten Seiten derselben zurückgeworfen werden. Ein Spinnengewebe glänzt im Sonnenschein oft mit den lebhaftesten Farben. Diese können entweder aus einer ähnlichen Ursache entstehen, oder vom Faden des Gewebes selbst, der von der Spinne so verfertigt wird, daß er aus mehreren zusammengeklebten Fäden besteht, und so keine cylindrische, sondern eine gefurchte Oberfläche darbietet.

705. Die Erscheinungen, welche das an der polirten Oberfläche von Perlenmutter zurückgeworfene oder gebrochene Licht zeigt, lassen sich größtentheils auf dasselbe Princip zurückführen, in so fern sie von der Structur der Oberfläche abhängen. Dr. Brewster hat dieselben in einer sehr interessanten Abhandlung beschrieben (Philosophical Transactions 1814. p. 397), und ein Anderer hat im Edinburgh Philosophical Journal vol II. p. 117 einige erläuternde Bemerkungen über den künstlichen Bau dieses sonderbaren Körpers hinzugefügt. Man weiß, daß die Perlenmutter der innere Ueberzug einer Art von Austerschale ist. Sie besteht aus sehr dünnen Schichten einer zähen und elastischen Substanz, die zu gleicher Zeit hart und schalig ist; diese Schichten liegen der innern unregelmäßigen Höhlung der Schale parallel. Wird daher irgend ein Stück derselben auf einer ebenen Drehscheibe geschliffen und polirt, so durchschneidet die auf diese Art hervorgebrachte künstliche Oberfläche die natürlichen



und welche unter Winkeln abgelenkt werden, die schnell abnehmen, während die Entfernungen zunehmen, so daß sie die Richtungen DG, EH, FI u. s. w. befolgen. Es ist einleuchtend, daß die krumme Linie WYZ, an welcher alle diese abgelenkten Strahlen Berührungslinien sind, und innerhalb welcher keiner hineintreten kann, außen convex ist; ihre Krümmung ist am stärksten im Scheitel W, und nimmt fortwährend ab, so wie sie sich von X entfernt, und sie bildet die Brennlinie aller abgelenkten Strahlen.

714. Dieß würde die Gränze des sichtbaren Schattens seyn. Um die Franzen zu erklären, nimmt er an (Optics, Buch III. Aufgabe III), daß jeder Strahl, während er bei dem Körper vorbeigeht, mehrere Biegungen erleidet, wie in Fig. 144 in a, b, c, und daß die Lichttheilchen, aus welchen der Strahl besteht, in einem oder dem andern Wendungspunkte, oder in andern bestimmten Punkten der schlangenförmigen Curve, die sie vermöge der verschiedenen Anwandlungen oder anderer Umstände, in denen sie sich befinden, beschreiben, fortgeworfen werden, einige nach Außen, wie aA, bB, cC, dD, andere nach Innen, wie aα, bβ, cγ u. s. w. Die letztern haben wir hier nicht zu berücksichtigen. Die erstern geben so viel solcher erwähnten Brennlinien, als abgelenkte Strahlen vorhanden sind, und jede Brennlinie, wenn sie auf einer Tafel aufgefangen wird, giebt das Maximum einer Franze. Die Zwischenräume zwischen diesen Brennlinien, oder die Minima der Franzen, sind jedoch nicht völlig schwarz, weil die Strahlen von den andern Brennlinien, nachdem sie sich an den Gränzen des Schattens oder der innern Franzen durchkreuzt haben, ihren Lauf fortsetzen, und den ganzen jenseits liegenden Raum erleuchten. Die Franzen sind daher weniger zahlreich, und die Abnahme der Farbe schneller als bei den farbigen Ringen.

715. Diese Theorie erklärt also vollkommen, warum die Franzen in krummen Linien fortgehen, warum sie so schnell abnehmen, warum sie vom Rande des Körpers auszugehen scheinen, und warum die Franzen so glänzend sind, vorzüglich die erste, die wirklich alles Licht enthält, welches in der Gegend BC zwischen dem sichtbaren und geometrischen Schatten hindurchgegangen wäre. Es scheint daher, daß Fresnel in den Einwürfen, die er gegen diese Gegenstände der Newtonianischen Theorie aufgestellt hat (Sur la Diffraction de la Lumière §. 1. p. 15, 17, 19), selbst keinen

deutlichen Begriff von der Lehre, deren Gegner er ist, gehabt habe, da dieselbe, wenn man sie in dem Licht betrachtet, in welchem sie daselbst aufgestellt ist, wirklich kindisch genannt, und ganz ihres berühmten Urhebers unwürdig seyn würde; und wären diese die einzigen Schwierigkeiten, so würde es höchst ungerecht seyn, ein so schnelles Urtheil über selbige zu fällen. Es sind jedoch noch andere Einwürfe von demselben Physiker aufgestellt worden, die mehr Gewicht haben, und welche sich auf eine Erscheinung beziehen, von der die Theorie der abstoßenden Kräfte keine Erklärung geben kann, die aber Newton wahrscheinlich nicht beobachtet hat, da er sonst gewiß ihre Wichtigkeit bemerkt hätte.

716. Dritte Erscheinung. Bleibt Alles wie vorher, und bringt man den dunkeln Körper A näher an den leuchtenden Punkt O (Fig. 142), so nimmt die Breite der Franzen, in derselben Entfernung als vorher hinter A, beträchtlich zu, während sie jedoch unter einander und vom Schatten selbst einerlei Abstand beibehalten. Diese Erscheinung ist mit der Annahme unvereinbar, daß dieselben durch eine im Körper befindliche abstoßende Kraft hervorgebracht werden, da man nicht einsieht, wie die Stärke der Kraft von der Entfernung abhängen kann, die das Licht von einem andern Punkt aus, der mit dem Körper in keinem Zusammenhang steht, durchlaufen hat.

717. Um diese Franzen in der Undulationstheorie zu erklären, nimmt Young an, daß die an der Kante des dunkeln Körpers vorbeigehenden Strahlen mit denjenigen, die sehr schief an seiner Kante zurückgeworfen werden, zusammentreffen, wovon die letztern, wie bei den zurückgeworfenen Ringen eine halbe Undulation verloren haben. Diese Annahme würde uns wirklich auf das Daseyn einer Reihe von hyperbolisch fortgepflanzten Franzen führen, die denen in der Natur vorhandenen völlig ähnlich sind. Fresnel hat jedoch gezeigt, daß zwischen beiden ein kleiner, jedoch entschiedener Unterschied stattfindet, indem er ihre Lage durch die Theorie und durch directe Messung bestimmte, und er hat außerdem bemerkt, daß wenn dieses die wahre Erklärung wäre, so könnten dieselben nicht ganz unabhängig von der Gestalt der Kante des Körpers seyn, wie es doch die Erfahrung ausweist, und daß in denjenigen Fällen, wo diese Kante sehr scharf ist, die kleine von derselben zurückgeworfene Lichtmenge nicht im Stande seyn würde die Interferen-

zen, die zur Bildung der Franzen nothwendig sind, hervorzubr
Diese Schlüsse scheinen entscheidend zu seyn, vorzüglich da di
nahme einer Zurückwerfung an den Kanten nicht nothwendig i
dem die gehörige Anwendung der Undulationstheorie mit B
des Grundsatzes der Interferenzen eine genaue und vollst
Erklärung aller Erscheinungen giebt, wenn man den dunkeln K
als ein Hinderniß betrachtet, das sich den vom leuchtenden Punk
gepflanzten Wellen auf der einen Seite in den Weg stellt.

718. Um dieß zu zeigen, wollen wir eine Welle betr
die von O ausgeht, und deren rechts von A liegender Theil
145) vom dunkeln Körper AG aufgefangen wird; wir sehe
auf der Tafel in der Entfernung AB hinter A liegenden Pu
als von denjenigen Undulationen erleuchtet an, die zu gleicher
von jedem Punkt des Stückes AMF, nach der §. 628 f
gegebenen Theorie ausgehen. Der Einfachheit wegen wolle
bloß die in einer Ebene liegenden Undulationen betrachten.
setze $AO = a$, $AB = b$, und die Länge einer Undulation
zieht man dann die Linie PN von P aus nach einem nahe
liegenden Punkte, setzt $PF = f$, $NM = s$, $PB = x$, nim
sehr nahe bei P, beschreibt dann aus P mit dem Halbmesser
den Kreis QM, so hat man $f = PQ + QN = \sqrt{(a+b)^2} - a + QN = b + \frac{xx}{2(a+b)} + QN$. Nun ist QN die S
der Sinusversus des Bogens s für die Halbmesser OM und
und daher

$$= \frac{ss}{2OM} + \frac{ss}{2PM}$$

$$= \frac{ss}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = \frac{a+b}{2ab} \cdot ss,$$

so daß wir endlich die Gleichung erhalten:

$$f = b + \frac{xx}{2(a+b)} + \frac{(a+b)\,ss}{2ab}.$$

Gehen wir nun zu dem allgemeinen Ausdruck §. 632
der für die Bewegung eines von P aus fortgepflanzten begränzten
der Welle gilt, so haben wir in diesem Fall $a \cdot \varphi(\theta) = 1$,
die Neigung der Undulationen gegen den ganzen wirkenden
der Oberfläche AMN als sehr gering betrachten können, w
von A im Verhältniß der Länge einer Undulation sehr entfern

25 *

Da wir jetzt bloß die in einer Ebene fortgepflanzten Undulationen betrachten, so wird dieser Ausdruck

$$V = \int ds \,.\, \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{f}{\lambda}\right),$$

und der entsprechende Ausdruck für die Ausweichungen eines in P schwingenden Theilchens wird

$$X = \int ds \,.\, \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{f}{\lambda}\right).$$

Setzen wir dann für f seinen Werth, und nehmen

$$2\pi \left\{\frac{t}{T} - \frac{b}{\lambda} - \frac{xx}{2\lambda(a+b)}\right\} = \theta;$$

$$s \,.\, \sqrt{\frac{2(a+b)}{ab\lambda}} = \nu,$$

und bedenken, daß in diesen Formeln t und x constant bleiben, während s allein sich ändert, so nimmt der letzte Ausdruck die Form an:

$$X = \sqrt{\frac{ab\lambda}{2(a+b)}} \,.\, \left\{ \begin{array}{l} \cos\theta \,.\, \int d\nu \,.\, \cos\left(\frac{\pi}{2} \,.\, \nu^2\right) \\ + \sin\theta \,.\, \int d\nu \,.\, \sin\left(\frac{\pi}{2} \,.\, \nu^2\right) \end{array} \right\}$$

Hieraus sieht man, daß die ganze in P ankommende Welle als die Resultante zweier Wellen $X' . \cos\theta$, $X'' . \sin\theta$ angesehen werden kann, deren Ursprung um den vierten Theil einer Undulation verschieden ist, und deren Amplituden X′ und X″ durch die Ausdrücke

$$X' = \sqrt{\frac{ab\lambda}{2(a+b)}} \,.\, \int d\nu \,.\, \cos\left(\frac{\pi}{2} \,.\, \nu^2\right)$$

$$X'' = \sqrt{\frac{ab\lambda}{2(a+b)}} \,.\, \int d\nu \,.\, \sin\left(\frac{\pi}{2} \,.\, \nu^2\right)$$

gegeben sind, wo die Integrale zwischen den Gränzen von ν genommen werden müssen, die den Werthen $s = -AM$ und $s = +\infty$ entsprechen. Da nun

$$s = AM = PB = \frac{a}{a+b} = \frac{ax}{a+b}$$

$$\nu = s \,.\, \sqrt{\frac{2(a+b)}{ab\lambda}},$$

so müssen die Gränzen von ν folgende seyn:

$$\nu = -x\sqrt{\frac{2a}{(a+b)b\lambda}}$$

$$\nu = +\infty.$$

719. Um daher die Intensität des Lichts in irgend einem Punkt der Tafel zu bestimmen, müssen wir zuerst den Werth dieser Integrale berechnen, und nachdem auf diese Art X′ und X″ bestimmt sind, so giebt die Wurzel aus der Summe ihrer Quadrate $\sqrt{X'^2 + X''^2}$ die Amplitude einer einzelnen Schwingung, und die Summe der Quadrate selbst $(X'^2 + X''^2)$ giebt die Intensität des Lichts, oder die im Auge hervorgebrachte Empfindung.

720. Fresnel hat in dem erwähnten Werke eine Tabelle der Werthe dieser Integrale zwischen Gränzen gegeben, die nach und nach von Null bis Unendlich wachsen (an welcher letztern Gränze jedes gleich $\frac{1}{2}$ ist, wie sich leicht beweisen läßt), und indem er nach diesen rechnet, findet er, daß die Intensität des Lichts außerhalb des geometrischen Schattens durch eine Reihe von Maxima und Minima hindurchgeht, wie folgende Tafel zeigt.

Tafel der Maxima und Minima für die äußern Franzen und den zugehörigen Intensitäten des Lichts.

	Werth von ν	Intensität.
Erstes Maximum	1,2172	3,7413
Erstes Minimum	1,8726	1,5570
Zweites Maximum	2,3449	2,3990
Zweites Minimum	2,7392	1,6867
Drittes Maximum	3,0820	2,3022
Drittes Minimum	3,3913	1,7440
Viertes Maximum	3,6742	2,2523
Viertes Minimum	3,9372	1,7783
Fünftes Maximum	4,1832	2,2206
Fünftes Minimum	4,4160	1,8014
Sechstes Maximum	4,6069	2,1985
Sechstes Minimum	4,8479	1,8185
Siebentes Maximum	5,0500	2,1818
Siebentes Minimum	5,2442	1,8317

Es ist zu bemerken, daß kein Minimum Null ist, und daß der Unterschied zwischen den auf einander folgenden Maxima und Minima schnell abnimmt, während ν wächst, woraus sich die schnelle Abnahme der Farben erklärt.

721. Läge der Punkt P auf dem Rande des geometrischen

Schattens, so würde nach dieser Theorie seine Erleuchtung $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$ seyn. Um dieß mit der Erleuchtung desselben Punktes zu vergleichen, wenn der dunkle Körper weggenommen wäre, brauchen wir nur zu bedenken, daß in einer großen Entfernung vom Schatten die Erleuchtung dieselbe seyn muß, der Körper mag vorhanden seyn oder nicht. Die Gränze, welcher sich die Maxima und Minima nähern, ist 2, die daher die gleichförmige Beleuchtung jenseits der Gränzen darstellt, so daß das Licht am Rande des geometrischen Schattens ein Viertel der vollen Beleuchtung beträgt.

722. Innerhalb des Schattens brauchen wir nur s oder ν negativ zu nehmen. Dieß ändert die Werthe der Integrale nicht, allein ihre Gränzen, die in diesem Fall nicht von

$$\nu = -x\sqrt{\frac{2a}{(a+b)b\lambda}} \text{ bis } \infty$$

sondern von

$$\nu = +x\sqrt{\frac{2a}{(a+b)b\lambda}} \text{ bis } \infty$$

genommen werden müssen. Die Rechnungen sind von Fresnel ausgeführt worden, und er findet, daß hier keine periodische Zunahme und Abnahme stattfindet, sondern daß das Licht immerwährend schnell bis zu der vollständigen Dunkelheit im Schatten abnimmt.

723. Der wirkliche sichtbare Schatten ist daher durch keinen plötzlichen Lichtabfall bezeichnet, und es hängt vom Urtheil des Au-

[redacted]

indem man sich dem leuchtenden Punkt nähert. Denn betrachten wir zuerst die Relation zwischen b und x, oder den geometrischen Ort einer Franze als Curve betrachtet, deren Abscisse AB und die Ordinate BP ist, so haben wir

$$xx = \nu\nu \cdot \frac{\lambda}{2}\left(b + \frac{bb}{a}\right);$$

welches die Gleichung einer Hyperbel ist, deren Convexität nach Außen zu gewendet ist, und welche durch A geht. Sehen wir im Gegentheil a als veränderlich und b als constant an, so wird für eine und dieselbe Entfernung von der Tafel die Breite der Franzen wachsen, so wie a abnimmt. Drittens ist für gleiche Werthe von λ, a, b die Größe x der Größe ν proportional, so daß die Breiten der verschiedenen Franzen immer zu einander dasselbe Verhältniß haben, und eine Progression bilden, die mit der der Werthe von ν in voriger Tafel gleich ist. Endlich verhalten sich die Breiten der Franzen für verschiedene Farben wie die Quadratwurzeln aus den Längen ihrer Undulationen.

725. Die Uebereinstimmung dieser Theorie mit den Versuchen, in so fern sie die Entfernungen der Franzen vom Schatten und unter einander betrifft, ist von Fresnel auf eine strenge Art untersucht worden, und für vollkommen gefunden. Es wäre jedoch zu wünschen gewesen, daß er etwas genauer die Methode angegeben hätte, durch welche er den Rand des geometrischen Schattens bestimmt hat, von welchem aus alle seine Messungen genommen sind, und welcher, da er durch keine Erscheinung eines Maximum oder Minimum bestimmt wird, einiger Ungewißheit unterworfen seyn muß, wenn man dem Urtheil des bloßen Auges folgt. Dieß schwächt jedoch nicht die Genauigkeit der Entschlüsse, da die Zwischenräume zwischen den Franzen deutlich bezeichnet und einer genauen Messung fähig sind. Die Ausbreitung der Franzen, indem man sich dem leuchtenden Punkte nähert, ist vielleicht einer der stärksten Beweisgründe für die Undulationstheorie. Man kann es nicht mit unsern Begriffen von Kräften zusammenreimen, daß die Kraft der Beugung, welche der Rand eines Körpers auf den vorbeigehenden Strahl ausübt, von der Entfernung abhängen sollte, welche der Strahl durchlaufen hat, ehe er an diesen Rand gelangte. Fresnel hat diesen Beweisgrund in seinem schon angeführten Werke in ein helles Licht gesetzt.

726. Außer den oben beschriebenen äußern Franzen bilden sich

unter gewissen Umständen auch noch einige innerhalb des Schattens, die eine besonders passende Anwendung des Princips der Interferenzen gewähren. Die erste Classe dieser Erscheinungen wurde zuerst von Grimaldi bemerkt, welcher fand, daß wenn ein dünner langer Körper in einem schmalen Lichtstrahl gehalten wird, so wird der in einiger Entfernung auf einer Tafel aufgefangene Schatten in der Richtung seiner Länge mit abwechselnd hellen und dunkeln Streifen durchschnitten. Diese sind mehr oder weniger zahlreich, je nachdem die Entfernung des Schattens vom Körper im Verhältniß gegen seine Größe kleiner oder größer ist. Um diese Erscheinungen mehr im Einzelnen zu untersuchen, ließ Dr. Young einen Sonnenstrahl durch eine kleine Oeffnung gehen, die er mit einer dünnen Nadel in dickes Papier gemacht hatte, und brachte in den divergenten Lichtstrahl einen Kartenstreifen von $\frac{1}{30}$ Zoll Dicke, indem er seinen Schatten auf einer weißen Tafel in verschiedenen Abständen beobachtete. Dieser Schatten war durch parallele Streifen getheilt, in der Mitte befand sich aber immer eine weiße Linie. Daß die Strahlen aus der Interferenz der Lichtstrahlen entstehen, die auf beiden Seiten der Karte vorbeigehen, zeigte Young, indem er bloß das Licht auf der einen Seite dadurch auffing, daß er zwischen das Kartenblatt und den Schatten eine Tafel stellte, welche die Strahlen auf der einen Seite frei vorbeigehen ließ, wie Fig. 146 vorgestellt ist, wo O die Oeffnung, AB die Karte, EF ihr Schatten und CD der das Licht aufhaltende Körper ist, der an seinem Rande den Rand des Schattens der Kante B des Körpers auffängt. Bei dieser Anordnung verschwinden alle Franzen, die vorher in dem Schatten EF vorhanden wa-

[redacted]

der That, wenn wir AX, BX ziehen, so ist der Unterschied der Wege der Wellen, die in X durch die Bahnen OAX, OBX ankommen, gleich BX — AX. Derselbe wird also in der Mitte des Schattens Null, die daher von dem doppelten Licht, welches in den Schatten von beiden Seiten eingebeugt wird, erleuchtet wird (§. 722), und dieses Licht wird um so weniger betragen, je größer das Object und je breiter der Schatten ist. Allein auf beiden Seiten wächst BX — AX, und wenn dieser Unterschied einen Werth erhält, der der Länge einer halben Undulation gleich ist, so sind die Wellen im vollkommenen Gegensatze, und daher werden dem mittlern hellen Streifen auf beiden Seiten abwechselnd ein dunkler folgen, diesem wieder ein heller u. s. w. fort.

728. Eine schöne Veränderung dieses von Dr. Young angestellten Versuchs ergiebt sich aus einem von Grimaldi beschriebenen Phänomen. Wird ein Schatten von einem Gegenstand gebildet, der eine rechtwinkliche Begränzung hat, so giebt es außer den gewöhnlichen äußern Franzen zwei oder drei Abwechselungen von Farben, die von der den Winkel halbirenden Linie anfangen, und innerhalb auf jeder Seite in Curven liegen, die gegen die Halbirungslinie convex sind, und welche gegen dieselbe convergiren, so wie sie sich vom Winkelpunkt entfernen. Diese Franzen entstehen aus der vereinigten Wirkung alles Lichts, welche sich von jeder Gränzlinie aus in den Schatten verbreiten und daselbst zusammentreffen; daß dieß wirklich der Fall ist, läßt sich dadurch beweisen, daß man eine Tafel in der Entfernung einiger Zolle vom Object aufstellt, so daß man nur eine Kante des Schattens erhält, wo dann alle Franzen verschwinden. Steht hingegen die Tafel so, daß man den Winkel des Schattens auffängt, so bleiben die Franzen unverändert. (Young, Experiments and Calculations relating to physical Optics. Philosophical Transactions 1803.)

729. Dieß sind einige der merkwürdigsten Erscheinungen, die innerhalb und außerhalb des Schattens schmaler Körper hervorgebracht werden. Wir wollen nun die Wirkung eines durch eine enge Oeffnung gehenden Strahls betrachten. Setzen wir z. B. eine Bleitafel, in welcher sich eine kleine mit einer Nadel gemachte Oeffnung befindet, in den vom Sonnenbilde, das durch eine Linse mit kurzer Brennweite hervorgebracht wird, ausgehenden Strahlenkegel, und in die Verlängerung der Linie, welche die Mittelpunkte der Oeffnung

und des Brennpunkts verbindet, ein Ocularglas, hinter welchem sich das Auge befindet, so sieht man das Bild der Oeffnung als einen glänzenden Fleck, der von sehr lebhaften farbigen Ringen umgeben wird, die sich zusammenziehen und ausdehnen, und schöne Abwechselungen der Farben geben, wenn die Entfernung der Oeffnung vom leuchtenden Punkt, oder vom Ocularglas geändert wird. Ist die letztere Entfernung beträchtlich, so ist der im Mittelpunkt sich befindende Fleck weiß, und die Ringe folgen einander beinahe in der Ordnung der Farben dünner Blättchen. Betrug z. B. der Durchmesser der Oeffnung ungefähr 1/30 Zoll, ihre Entfernung vom leuchtenden Punkte 6 Fuß 6 Zoll, und ihre Entfernung vom Ocularglase 24 Zoll, so war die beobachtete Farbenreihe folgende:

Erste Ordnung. Weiß, Blaßgelb, Gelb, Orange, mattes Roth.

Zweite Ordnung. Violett, Blau (breit und rein), weißlich, grünliches Gelb, schönes Gelb, Orangeroth, sehr voll und glänzend.

Dritte Ordnung. Purpurroth, Dunkelblau, grünliches Blau, reines und glänzendes Grün, Gelbgrün, Roth.

Vierte Ordnung. Schönes Grün, aber etwas dunkel und bläulich, bläuliches Weiß. Roth.

Fünfte Ordnung. Mattes Grün, schwaches Blauweiß, Roth.

Sechste Ordnung. Sehr schwaches Grün, sehr schwaches Roth.

[redacted]

b =	Centraler Fleck.	Umgebende Ringe.
24,00	Weiß	Die Ringe wie im vorhergehenden Paragraph.
18,00	Weiß	Die beiden ersten Ringe verwirrt, das Roth der dritten und das Grün der vierten Ordnung glänzend.
13,50	Gelb	Die innern Ringe, sehr verwaschen, das vierte und fünfte Grün, das dritte, vierte und fünfte Roth die reinsten Farben.
10,00	Sehr starkes Orange	Alle Ringe sehr verwaschen.
9,25	Dunkel Orangeroth	Dasselbe.
9,10	Glänzendes Blutroth	Dasselbe.
8,75	Dunkles Carmoisin	Dasselbe.
8,36	Dunkles Purpurroth	Dasselbe.
8,00	Dunkles Violett	Ein breiter gelber Ring.
7,75	Starkes Dunkelblau	Ein blaßgelber Ring.
7,00	Reines Dunkelblau	Ein schönes Gelb.
6,63	Himmelblau	Ein oranger Ring, der vom Centrum durch einen schmalen dunkeln Raum getrennt ist.
6,00	Bläulich weiß	Orangeroth, dann ein breiter Raum Blaßgelb, nach welchem die Ringe kaum sichtbar sind.
5,85	Sehr blasses Blau	Ein carmoisinrother Ring.
5,50	Grünliches Weiß	Purpurroth, jenseits dessen sich Gelb befindet, das in Orange übergeht.
5,00	Gelb	Blau, Orange.
4,75	Orange Gelb	Glänzendes Blau, Orangeroth, Blaßgelb, Weiß.
4,50	Scharlach	Blaßgelb, Violett, Blaßgelb, Weiß.
4,00	Roth	Weiß, Dunkelblau, mattes Orange, Weiß.
3,85	Blau	Weiß, Gelb, Blau, mattes Roth.
3,50	Dunkles Blau	Orange, Hellblau, Violett, mattes Orange.

731. Die Reihe der Farben, welche der centrale Fleck zeigt, ist deutlich, so weit sie geht, die der zurückgeworfenen Ringe in den Farben dünner Blättchen. Die Farben der umgebenden Ringe sind sehr wunderlich, und scheinen keinem Gesetz unterworfen zu seyn. Sie hängen jedoch von sehr verwickelten analytischen Ausdrücken ab, mit denen wir aber den Leser verschonen, und uns damit begnügen wollen, die Erklärung auseinanderzusetzen, welche Fresnel von den Veränderungen der Farben des centralen Flecks in weißem Licht, so wie von der abwechselnden Helligkeit und totalen Dunkelheit im homogenen Licht gegeben hat. Es seyen a und b die Entfernungen einer kleinen Oeffnung vom Halbmesser r vom leuchtenden Punkte, und einer Tafel, die hinter der Oeffnung senkrecht auf dem durch sie hindurchgehenden Strahl steht. Betrachten wir dann einen unendlich schmalen Ring der Oeffnung, dessen Radius z und die Breite dz ist, so schickt dieser Ring in den Mittelpunkt der Tafel Wellen, deren Intensität der Fläche des Ringes $2\pi z\,dz$ proportional ist, deren Phasen der Undulationen aber wegen des Unterschieds der Wege von dem des centralen Strahls verschieden sind. Nennt man nun f die Entfernung jedes Punktes im Ringe vom Mittelpunkte der Tafel, so ist

$$ff = bb + zz,$$

und nennt man f′ die Entfernung desselben Punktes vom leuchtenden Punkte, so hat man ebenfalls

$$f'f' = aa + zz,$$

so daß der Unterschied der Wege $(f + f') - (a + b)$ oder der Ver-

[redacted]

Dehnt man das Integral von z = o bis z = r aus, so erhält man

$$X = \frac{a b \lambda}{a+b} \left\{ \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{(a+b) r r}{2 a b \lambda} \right) - \cos 2\pi \frac{t}{T} \right\}$$

$$= \frac{a b \lambda}{a+b} \cdot \left\{ \sin \frac{\pi (a+b) r r}{a b \lambda} \cdot \sin 2\pi \frac{t}{T} + \left(\cos \frac{\pi (a+b) r r}{a b \lambda} - 1 \right) \cos 2\pi \frac{t}{T} \right\}$$

Dieß drückt, wie wir schon früher in einem ähnlichen Falle bemerkt haben (§. 718), zwei partiale Wellen aus, die um den vierten Theil einer Undulation verschieden sind, und drückt man dieselben wie in jenem Fall durch

$$X = X'.\cos \theta + X''.\sin \theta$$

aus, wo $\theta = \frac{t}{T}$ ist, so finden wir für die Intensität A A der ganzen Welle

$$A A = X'X' + X''X''$$

$$= 4 \cdot \left(\frac{a b \lambda}{a+b} \right)^2 \left(\sin . \frac{\pi (a+b) r r}{2 a b \lambda} \right)^2.$$

732. Um diesen Ausdruck aber gebrauchen zu können, müssen wir ihn mit der directen Erleuchtung des Mittelpunktes vergleichen, welche dann stattfinden würde, wenn die Oeffnung unendlich groß wäre. Auf diesen Fall läßt sich jedoch weder unsere Formel noch unsere Schlußfolge anwenden; denn setzen wir r unendlich, so hat dieser Ausdruck keinen Sinn, und in unsern Schlüssen haben wir die Abnahme der Intensität der schiefen Wellen vernachlässigt, oder φ (θ) in §. 632 als unveränderlich angesehen, welches sich in diesem Fall sehr weit von der Wahrheit entfernt. Wir müssen daher zu einer andern Methode unsere Zuflucht nehmen. Nun hat Fresnel bewiesen (des beschränkten Raums wegen müssen wir diesen Beweis als zugegeben annehmen), daß diese vollständige Erleuchtung ein Viertel von derjenigen beträgt, welche der Mittelpunkt der Tafel durch eine Oeffnung von einem solchen Halbmesser erhalten würde; daß der Unterschied der Wege eines Strahls, der durch das Centrum geht, und eines andern, der am Rande gebeugt wird, genau einer halben Undulation gleich ist, d. h. in welcher

gebracht, wenn wir statt zweier Spiegel ein Glas nehmen, das auf der einen Seite eben und auf der andern aus zwei unter einem sehr stumpfen Winkel gegen einander geneigten Flächen besteht, wie Fig. 149. Bringt man dieses Glas zwischen das Ocular E und den leuchtenden Punkt S, so entstehen zwei Bilder desselben, und die Interferenz der Strahlen ES, ES′ aus diesen Bildern bringt diese Franzen hervor.

737. Da die Erzeugung der Franzen und ihrer Lage rücksichtlich der Bilder des leuchtenden Punkts von dem Unterschiede der Wege der zusammentreffenden Strahlen entsteht, so ist einleuchtend, daß wenn wir ohne Veränderung ihrer Wege die Geschwindigkeit des einen ändern, dieselbe Wirkung sich äußern muß. Die Geschwindigkeit des Strahls ändert sich durch die Aenderung des Mittels, in welchem er sich bewegt. Bei dem Undulationssystem ist die Geschwindigkeit des Strahls in einem dünnern Mittel größer als in einem dichtern. Bringen wir daher in den Weg des einen Strahls ein durchsichtiges Mittel, das dichter als Luft ist (rechtwinklich gegen den Weg des Strahls), so vergrößern wir seinen Verzögerungsraum, oder bringen dieselbe Wirkung hervor, als ob wir seinen Weg verlängert hätten. Bringt man daher eine dicke Platte eines dichten Mittels, z. B. Glas, in den Weg eines Strahls, welcher sichtbare Strahlen bildet, so verschwinden dieselben, weil der Verzögerungsraum auf diese Art plötzlich einer großen Menge von Undulationen gleich wird, während die Erzeugung der Franzen verlangt, daß der Unterschied der Wege nur klein sey. Wird jedoch [redacted]

sehr kleinen kreisförmigen dunkeln Scheibe, welche dem von einem Punkt ausgehenden Licht ausgesetzt wird, genau so stark von den gebeugten Wellen, als vom directen Licht erleuchtet wird. Wir haben hier keinen Platz für den Beweis dieses sonderbaren Lehrsatzes. Der Versuch ist von Arago mit dem größten Erfolg vermittelst einer kleinen auf reines Glas gekitteten Metallscheibe angestellt worden.

735. Geht das Licht durch zwei gleiche Oeffnungen, die einander sehr nahe liegen, so bilden sich die Ringe wie bei einer einzigen; allein außerdem entsteht eine Reihe schmaler grader paralleler Franzen, die den Raum zwischen ihren Mittelpunkten halbirt, und senkrecht auf der ihre Mittelpunkte verbindenden Linie steht. Sind die Oeffnungen ungleich, so nehmen diese Franzen die Gestalt von Hyperbeln an, in deren gemeinschaftlichem Brennpunkt sich die Oeffnung befindet. Außer diesen finden sich noch zwei Reihen paralleler gradliniger Franzen, die in Form eines Andreaskreuzes aus dem Mittelpunkte unter gleichen Winkeln mit den ersten ausgehen. Man sehe Fig. 147 und 148. Sind die Oeffnungen zahlreich, und ändert man ihre Gestalt, so findet eine außerordentliche Mannichfaltigkeit und Schönheit in den Erscheinungen statt; hierüber wird sogleich mehr gesagt werden.

736. Fresnel hat gezeigt, daß wenn das Licht von einem einzelnen leuchtenden Punkte auf zwei ebenen Spiegeln, die sehr wenig gegen einander geneigt sind, aufgefangen wird, so daß sie zwei fast auf einander fallende Bilder hervorbringen, so sieht man, indem dieselben mit einem Vergrößerungsglase betrachtet werden, eine Reihe von Franzen, die auf der Linie, welche sie verbindet, senkrecht stehen. Diese sind, wie man leicht sieht, denjenigen analog, die durch die beiden Oeffnungen in dem vorigen Versuch hervorgebracht werden. Der Versuch muß äußerst fein angestellt werden; denn wenn die Oberflächen der Spiegel an dem Punkte, wo sie sich treffen, nur wenig von einander abweichen, so daß die Differenz zwischen den beiden Wegen der Lichtstrahlen nur einige Undulationen übertrifft, so sieht man keine Franzen. Der Versuch hat aber an sich viel Werth, da er deutlich beweist, daß die Ränder der Oeffnungen in dem vorhergehenden Versuch nichts mit der Erzeugung der Franzen zu thun haben, da die Strahlen in diesem Fall, nachdem sie den leuchtenden Punkt verlassen haben, bloß ihrer eignen Wirkungskraft unterworfen sind. Eine ähnliche Reihe von Franzen wird hervor-

größten Genauigkeit gemessen werden kann. Kennt man die Größe der Verrückung rücksichtlich der Breite der Franzen, so kennt man zugleich die von dem einen Strahl gewonnene oder verlorene Anzahl von Undulationen, und da man die innere Länge der Röhre weiß, so haben wir das Verhältniß der Brechungskraft des in derselben enthaltenen Mittels zu der der Luft. Diese Bestimmungsart ist deßwegen merkwürdig, weil sie der Genauigkeit der Beobachtungen gar keine Gränzen setzt, da Röhren von beliebiger Länge, und Mikrometer von der größten Feinheit dabei angewendet werden können.

740. Die Erscheinungen der Beugung des Lichts, so wie diejenigen, die von der gegenseitigen Interferenz verschiedener sehr dünner Strahlen entstehen, welche von einerlei Ursprung ausgehen, sind von Fraunhofer mit großer Sorgfalt und außerordentlicher Genauigkeit vermittelst eines von ihm selbst erfundenen und verfertigten Apparats gemessen worden.

Dieser Apparat besteht in einem zwölfzölligen Repetitionskreise, dessen Ablesung 4″ giebt, und welcher an seinem Horizontalkreise eine ebene kreisförmige Scheibe von sechs Zoll Durchmesser trägt, deren Axe genau mit der des Theodoliten zusammenfällt, und ihre eigene besondere Theilung, unabhängig von der des Theodoliten besitzt. Im Mittelpunkt dieser Scheibe steht eine Metalltafel vertical, in welcher sich eine oder mehrere schmale rechtwinkliche vertical stehende Oeffnungen befinden, und die so befestigt ist, daß die Mitte der Oeffnung oder des Systems von Oeffnungen genau mit der Axe des Instruments zusammenfällt. Am großen Kreise des Theodoliten befindet sich

[redacted]

so daß in C eine dunkle Franze entsteht, und so fort. Mit andern Worten, das ganze System erzeugt sich wie vorher, ist aber von seinem Orte fortgerückt, so daß seine Mitte in E statt in C liegt, d. h. es hat sich von der Seite weg bewegt, auf welcher das dichtere Mittel eingesetzt wurde. Es ist einleuchtend, daß wenn das Blättchen dicker ist, dasselbe in größerm Maße stattfinden muß.

738. Um den Versuch anzustellen, muß man jedoch bedenken, daß die Brechungskraft des Glases, oder überhaupt jedes andern Mittels, die Gasarten ausgenommen, so groß ist, daß jedes Blättchen desselben im Stande seyn würde, die Franzen so zu verrücken, daß wir sie ganz aus dem Gesicht verlieren. Allein die Sache wird thunlich, wenn wir statt eines Blättchens, das über eine Oeffnung gedeckt wird, zwei G und g nehmen, die fast gleiche Dicke besitzen (indem wir zwei Bruchstücke eines und desselben polirten Glases anwenden), und über jede Oeffnung eins legen; oder man kann auch die Länge des Weges des Strahls in dem einen Blättchen so lange durch eine kleine Neigung desselben ändern, bis man die verlangten Gränzen erhält. Hat man dieß gethan, so ist die Wirkung völlig die beschriebene, die Franzen ändern ihren Ort von den dickern Blättchen weg, ohne sonst eine andere Veränderung zu erleiden. Dieser schöne Versuch giebt einen kräftigen indirecten Beweis zu Gunsten des Undulationssystems und gegen das Emanationssystem, weil derselbe beweist, daß die Lichtstrahlen bei ihrem Durchgange durch dichtere Mittel verzögert werden, wie es das Undulationssystem verlangt. Dieß ist aber den aus der Emanationstheorie abgeleiteten Folgerungen zuwider.

739. Arago und Fresnel haben diese Eigenschaft benutzt, um die relativen Brechungskräfte verschiedener Gasarten, oder einer und derselben Gasart, bei verschiedenen Zuständen der Temperatur, des Drucks, der Feuchtigkeit u. s. w. zu messen. Es ist bekannt, daß wenn irgend ein beträchtlicher Theil des Weges des einen der zusammentreffenden Strahlen durch eine an beiden Enden mit Glasplatten verschlossene Röhre, und der des andern bloß durch zwei Glasplatten von derselben Dicke geführt ist, so bilden sich die Franzen wie gewöhnlich. Wird aber die Röhre ausgeleert, oder erwärmt oder abgekühlt, oder mit Gas von verschiedener Brechungskraft gefüllt, so findet eine Verrückung der Franzen statt, welche (wenn die Franzen im Brennpunkt eines Mikrometers aufgefangen werden) mit der

742. Dieß stimmt genau mit dem Resultat eines Versuchs überein, den Newton im dritten Buch seiner Optik beschreibt. Er schliff die Schneiden zweier Messer ganz grade, und stellte sie einander so gegen über, daß sie an dem einen Ende in Berührung, an dem andern aber etwas Weniges von einander abstanden, indem der von ihnen eingeschlossene Winkel 1° 54′ betrug. Sie bildeten hierdurch eine Oeffnung, deren Breite am Durchschnittspunkte Null war, und in vier Zoll Entfernung von demselben ungefähr 1/8 Zoll betrug. Indem er diese Vorrichtung in einen Sonnenstrahl stellte, der aus einer sehr kleinen funfzehn Fuß entfernten Oeffnung ausfloß, fing er den Schatten auf einer weißen Tafel auf, und fand, daß wenn man denselben sehr nahe an den Messern auffing (in der Entfernung von einem halben Zoll), so waren die äußersten Franzen dem Schatten ohne merkliche Ausdehnung parallel, bis sie einander, ohne sich zu durchkreuzen, unter einem Winkel trafen, der dem der Messerklingen gleich war. Wurden aber die Schatten in großer Entfernung von den Messern aufgefangen, so hatten sie die Gestalt von Hyperbeln, deren eine Asymptote die Messerklinge ausmachte, und die andere durch eine Linie gebildet wurde, die auf der den Winkel der Messerklingen halbirenden senkrecht stand. Jede Franze wurde deutlicher und vom angränzenden Schatten mehr unterschieden, so wie sie sich dem Winkel näherte. Diese Hyperbeln durchkreuzten einander, ohne sich aufzuheben, wie Fig. 151. Newton fand jedoch, daß ihre Durchschnittspunkte sich nicht in einer constanten Entfernung von dem zwischen den Projectionen der Messer enthaltenen Winkel befanden, sondern ihre Lage mit der Entfernung des Schattens

[redacted]

Solcher unverdienten Behandlungen stellt uns leider die Geschichte der Wissenschaften nur zu viele auf.

743. Die oben von Fraunhofer angegebenen Resultate fanden dann statt, wenn die Ränder der Oeffnung beide in einer Ebene senkrecht auf den einfallenden Strahlen lagen; allein wenn eine breitere Oeffnung dadurch verkleinert wurde, daß man ihre Ebene gegen den einfallenden Strahl neigte, oder wenn man den einfallenden Strahl durch zwei dunkle Ränder in verschiedenen Entfernungen vom Fernrohr begränzte, so fanden sehr verschiedene Erscheinungen statt. Um diesen Versuch anzustellen, wurden zwei Metallplatten aufrecht auf der Horizontalplatte des Theodoliten befestigt, so daß ihre Kanten genau aufrecht standen. Indem man nun die Platte um ihre Axe drehte, konnte man den Durchgang für das Licht nach Belieben vergrößern und verkleinern. Die Erscheinungen waren dann folgende. War die Oeffnung beträchtlich, z. B. 0,02, oder 0,04 Zoll, so waren die Franzen denjenigen genau ähnlich, welche dann entstanden, wenn die Kanten vom Objectivglas gleichen Abstand hatten; allein so wie sich die Oeffnung verminderte, so hörten sie auf an beiden Seiten der Mittellinie symmetrisch zu seyn, indem sie an der Seite, welche dem Fernrohr am nächsten lag, breiter wurden, während die andern keine merkliche Veränderung erlitten. So wie sich die Oeffnung zusammenzieht, wird die Ungleichheit größer, bis endlich die ausgedehnten Franzen zu verschwinden anfangen, die äußerste zuerst, welches dadurch geschieht, daß sie plötzlich eine außerordentliche Größe erhalten, so daß sie das ganze Feld des Fernrohrs ausfüllen, und sich gleichsam verlieren. Während diese so verschwinden, bleiben die Franzen auf der andern Seite ganz ungeändert, bis die letzte verschwunden ist, worauf sie plötzlich alle unsichtbar werden. Dieß geschieht in dem Augenblick, in welchem die Oeffnung sich schließt, indem die beiden Kanten sich gegenseitig bedecken.

744. Bestanden die Oeffnungen vor dem Objectivglas, so wie die des Heliostaten, statt aus einer graden Linie, aus kleinen Kreisen, so wurden die Erscheinungen der Ringe beobachtet, und ihre Durchmesser konnten genau mit dem Mikrometer gemessen werden. Die Resultate dieser Messungen leiteten Fraunhofer zu folgenden Gesetzen. Erstens, daß für Oeffnungen von verschiedenen Durchmessern die Durchmesser der Ringe denen der Oeffnungen umgekehrt proportional sind; zweitens, daß die Entfernungen der äußersten rothen

742. Dieß stimmt genau mit dem Resultat eines Versuch überein, den Newton im dritten Buch seiner Optik beschreibt. Er schliff die Schneiden zweier Messer ganz grade, und stellte sie einander so gegen über, daß sie an dem einen Ende in Berührung, an dem andern aber etwas Weniges von einander abstanden, indem der von ihnen eingeschlossene Winkel 1° 54′ betrug. Sie bildeten hierdurch eine Oeffnung, deren Breite am Durchschnittspunkte Nul war, und in vier Zoll Entfernung von demselben ungefähr ⅛ Zol betrug. Indem er diese Vorrichtung in einen Sonnenstrahl stellte, der aus einer sehr kleinen funfzehn Fuß entfernten Oeffnung ausfloß, fing er den Schatten auf einer weißen Tafel auf, und fand, daß wenn man denselben sehr nahe an den Messern auffing (in der Entfernung von einem halben Zoll), so waren die äußersten Franzen dem Schatten ohne merkliche Ausdehnung parallel, bis sie einander, ohne sich zu durchkreuzen, unter einem Winkel trafen, der dem der Messerklingen gleich war. Wurden aber die Schatten in großer Entfernung von den Messern aufgefangen, so hatten sie die Gestalt von Hyperbeln, deren eine Asymptote die Messerklinge ausmachte, und die andere durch eine Linie gebildet wurde, die auf der den Winkel der Messerklingen halbirenden senkrecht stand. Jede Franze wurde deutlicher und vom angränzenden Schatten mehr unterschieden, so wie sie sich dem Winkel näherte. Diese Hyperbeln durchkreuzten einander, ohne sich aufzuheben, wie Fig. 151. Newton fand jedoch daß ihre Durchschnittspunkte sich nicht in einer constanten Entfernung von dem zwischen den Projectionen der Messer enthaltenen Winkel befanden, sondern ihre Lage mit der Entfernung des Schattens vom Messer änderten, und er sagt: „Ich schließe hieraus, daß das Licht, welches die Franzen auf dem Papier bildet, nicht dasselbe in allen Entfernungen von dem Messer ist, sondern wenn das Papier sehr nahe an die Messer gehalten wird, so entstehen die Franzen aus dem Licht, welches in einer geringern Entfernung an ihren Schneiden vorübergeht, und es wird stärker gebeugt, als wenn das Papier in einer größern Entfernung von den Messern gehalten wird.“ Newton ließ jedoch diese schönen Untersuchungen unbeendigt liegen, indem er sagt daß er bei denselben unterbrochen worden wäre, und keine Lust hätte sie wieder aufzunehmen, wahrscheinlich des Verdrusses wegen, den ihm mehrere Gegner seiner optischen Entdeckungen verursachten

prismatischer Farbenbilder folgte, die er Farbenbilder der zweiten Classe nannte, und die nicht aus in einander übergehenden Farben bestanden, wie bei den farbigen Ringen, sondern aus völlig homogenen Farben, so daß man die gewöhnlichen schwarzen Linien die bei jedem von der Sonne hervorgebrachten Farbenbilde vorkommen, darin bemerkte. Bei dieser Anordnung ist das erste oder nächste Farbenbild vollkommen isolirt, indem der Raum zwischen demselben und dem centralen Bilde, so wie zwischen demselben und dem zweiten Farbenbilde völlig dunkel ist. Das violette Ende liegt nach Innen, das rothe nach Außen, aber das violette Ende des dritten Farbenbildes liegt auf dem rothen Ende des zweiten, so daß statt eines dunkeln Zwischenraumes ein purpurrother entsteht; so wie wir uns weiter von der Mitte entfernen, vermischen sich die Farbenbilder immer mehr, allein man kann durch Hülfe eines Prisma, welches die auf einander fallenden wieder trennt, leicht auf jeder Seite dreizehn derselben zählen.

747. Die Messung der Entfernungen der ähnlichen Punkte in verschiedenen Farbenbildern läßt sich vermittelst der dunkeln Linien in denselben mit der größten Genauigkeit ausführen. Eine merkwürdige Eigenheit dieser Farbenbilder muß jedoch hier bemerkt werden, nämlich, daß obgleich die dunkeln Linien genau dieselbe Stelle in der Ordnung der Farben haben, oder mit andern Worten, genau demselben Grad der Brechbarkeit entsprechen, wie bei den prismatischen Farbenbildern, so ist doch das Verhältniß ihrer Zwischenräume, oder die Breite der farbigen Räume in beiden Fällen ganz verschieden. So ist z. B. in dem durch Beugung entstandenen Farbenbilde der Raum zwischen C und D (Fig. 94) beinahe doppelt so groß, als der zwischen G und H enthaltene ist, während in einem Prisma von Flintglas, dessen brechender Winkel 27° beträgt, das Verhältniß umgekehrt ist, und bei einem Wasserprisma von demselben Winkel sich $CD : GH = 2:3$ verhält.

748. Bei den durch eine einzelne Oeffnung entstandenen Franzen hängt die Entfernung derselben von der Axe, wie wir gesehen haben, bloß von der Breite der Oeffnung ab, indem sie der Breite umgekehrt proportional ist. Bei den Farbenbildern hingegen, die durch eine große Menge von Oeffnungen entstehen, hängt die Ent[illegible]m centralen Bilde weder von der Breite der Oeffnungen [illegible]schenräumen derselben, sondern von der Summe

derselben ab, d. h. von der Entfernung der Mittelpunkte der auf einander folgenden Oeffnungen, oder in dem vor uns liegenden Fall, von den Entfernungen zwischen den Axen der Dräthe. Vermittelst einer Reihe von Beobachtungen, die Fraunhofer mit der größten Genauigkeit bei verschiedenen Gittern anstellte, fand derselbe folgende Gesetze und numerische Werthe:

749. 1) Nennen wir die Breite jedes Zwischenraums, wodurch das Licht geht, γ, und die Breite des dunkeln Zwischenraums δ, so verhält sich die Größe der Farbenbilder von derselben Ordnung und die Entfernung ähnlicher Punkte derselben von der Axe umgekehrt wie die Summe $\gamma + \delta$.

750. 2) Die Entfernungen der ähnlichen Punkte (d. h. der ähnlichen Farben, oder ähnlicher fester Linien) in den verschiedenen von einem und demselben Gitter gebildeten Farbenbildern von der Axe bilden eine arithmetische Progression, deren Differenz ihrem ersten Gliede gleich ist.

751. 3) Für die verschiedenen Brechbarkeiten die den festen Linien B, C, D, E u. s. w. entsprechen, wird das erste Glied dieser Progression numerisch durch folgende Brüche ausgedrückt, welche das Verhältniß der Länge des Bogens, oder seines Sinus zu dem als Einheit angenommenen Halbmesser angeben:

$$B = \frac{0{,}00002541}{\gamma + \delta}$$

$$C = \frac{0{,}00002422}{\gamma + \delta}$$

[redacted]

portional annehmen konnten; allein wendet man sehr feine Gitter an, so werden die Farbenbilder in großer Entfernung von der Axe hervorgebracht, und man muß dann, wie sowohl die Analogie bei ähnlichen Fällen, so wie auch die Theorie zeigt, statt der Bogen ihre Sinus nehmen, so daß statt B, C, D u. s. w. sin B, sin C, sin D u. s. w. angewendet werden müssen. Fraunhofer fand durch Versuche, daß dieß wirklich stattfindet. Die Verfertigung der Gitter zu diesem Zweck war jedoch keine leichte Sache. Die von ihm angewandten gitterartigen Vorrichtungen bestanden in nichts Anderm als in einem System von parallelen äquidistanten Linien, die auf einer mit einem Goldblättchen oder einem dünnen Ueberzug von Talg bedeckten Glasplatte gezogen waren. Bei der ersten Methode fand er, daß man tausend solcher Linien auf einen Zoll bringen konnte, allein bei einer größern Menge wurde der ganze Goldüberzug abgekratzt. Wurde die Oberfläche mit einem so dünnen Ueberzug von Talg bedeckt, daß derselbe dem bloßen Auge fast unsichtbar war (obgleich die Zwischenräume in diesem Fall durchsichtig waren), so entstand bei den optischen Erscheinungen keine Veränderung, in so fern man bloß die Farbenbilder berücksichtigt, allein die Helligkeit des mittlern Bilds wurde größer. Er erhielt hierdurch ein System von Linien, deren gegenseitige Entfernung nur halb so groß war als die bei dem mit Gold bedeckten Glase, allein weiter konnte er hierbei die Annäherung nicht treiben. Da dieß aber noch lange nicht seinen Wünschen entsprach, so zog er auf die Oberfläche des Glases selbst mit einer Diamantspitze die Linien, und auf diese Art konnte er die Linien ziehen, die selbst durch das stärkste Mikroskop nicht sichtbar waren, und von denen 30000 auf einen Zoll gingen. Wenn jedoch die Linien einander so außerordentlich nahe liegen, so ist die Genauigkeit der Instrumente nicht groß genug, daß wir von ihrer vollkommenen Aequidistanz versichert seyn können, die doch eine wesentliche Bedingung ist, die Farbenbilder hervorzubringen, und er fand es unmöglich, sie mit der gehörigen Genauigkeit näher als 0,0001223 zu bringen (ungefähr 8200 auf einen Zoll), und bedenkt man, daß eine oft vorkommende Abweichung, die hiervon nur den hundertsten Theil ausmacht, im Stande ist die Farbenbilder aufzuheben, und daß um dieselben mit der gehörigen Helligkeit hervorzubringen, einige Hundert, ja sogar Tausende gezogen werden müssen, so kann man sich leicht einen Begriff von den Schwierigkeiten

machen, mit denen er bei Untersuchungen von dieser Art zu kämpfen hatte. Rücksichtlich des Details hierüber und der Methoden die er anwandte, um sie zu zählen und ihre Entfernung zu messen, müssen wir auf das Original verweisen. (Denkschriften der Münchner Akademie der Wissenschaften, vorgelesen am 14 Junius 1823.)

753. Bei diesen Untersuchungen bemerkte Fraunhofer eine sonderbare und belehrende Eigenheit bei einem der gegrabenen Glasgitter, welches ihm die Farbenbilder auf der einen Seite viel heller als auf der andern gab, obgleich beide gleichweit von der Axe entfernt waren. Indem er dieß der Gestalt der Vertiefungen zuschrieb, die auf der einen Seite etwas schärfer seyn konnten als auf der andern, versuchte er eine ähnliche Structur bei einem Talgüberzuge hervorzubringen, indem er absichtlich den Grabstichel schief anlegte, und der Erfolg entsprach seiner Erwartung.

754. Fällt der Strahl von der Oeffnung im Heliostat schief auf das Gitter, so könnte man glauben, daß die Erscheinung dieselbe seyn würde, als ob man ein engeres Gitter anwendete, dessen Zwischenräume im Verhältniß des Cosinus des Einfallswinkels zum Halbmesser kleiner sind. Allein die Analogie mit den nicht symmetrischen Franzen, die durch eine einzige Oeffnung hervorgebracht werden, deren Seiten in einer gegen den einfallenden Strahl geneigten Ebene liegen, kann uns verleiten, ein verschiedenes Resultat zu erwarten, und der Versuch bestätigt dieß. So fand Fraunhofer, daß wenn er das Gitter, dessen Zwischenräume $\gamma + \delta = 0{,}0001223$ Zoll betrugen, so neigte, daß der Einfallswinkel $= 55°$ war, so [redacted]

abgenommen für eine gewisse Reihe von Werthen, die in geometrischer Progression stehen, d. h. er muß eine discontinuirliche Function seyn, so daß die krumme Linie, welche diesen Werth vorstellt, wo die Abscisse den Abstand von der Axe bedeutet, bloß eine Reihe von Punkten seyn wird, oder wenigstens eine solche Curve seyn muß, wie Fig. 151 dargestellt ist, wo einige sehr kleine Theile, die gleichweit von einander abstehen, eine beträchtliche Entfernung von der Axe haben, während alle übrigen Theile so nahe an der Axe liegen, daß sie als mit derselben zusammenfallend betrachtet werden können. Die Art, auf welche man eine solche Function aus einer Reihe von Werthen der Integrale (§. 718)

$$\int d\nu . \sin \frac{\pi}{2} \nu^2 \; ; \int d\nu . \cos \frac{\pi}{2} \nu^2$$

gebildet ansehen kann, wo die Integrale zwischen den Gränzen genommen werden müssen, die den verschiedenen Zwischenräumen entspricht, ist zu verwickelt, als daß sie hier ihre Stelle finden konnte. Fraunhofer giebt folgenden allgemeinen Ausdruck als das Resultat seiner eigenen Untersuchungen, gegründet auf das Princip der Interferenzen. Es sey n die Ordnung irgend eines Farbenbildes von der Axe aus gerechnet; ε die Entfernung der Mitte eines Zwischenraumes von der des nächsten $= y + \delta$, λ die Länge einer Undulation eines homogenen Strahls, σ der Einfallswinkel des Strahls vom leuchtenden Punkt gegen das Gitter, und y die Länge eines Perpendikels, das vom Mikrometerfaden des Fernrohrs (oder von dem Punkt im Brennpunkt des Objectivglases, wo sich dieser besondere homogene Strahl des Spectrum befindet) auf die Ebene des Gitters herabgefällt wird. Nennt man dann die scheinbare Entfernung dieses Strahls von der Axe $\theta^{(n)}$, so haben wir im Allgemeinen

$$\cot . \theta^{(n)} = \frac{\sqrt{\left\{ \begin{array}{l} \{\varepsilon^2 - (\varepsilon . \sin \sigma + n\lambda)^2\} \\ \times \{4y^2 + \varepsilon^2 - (\varepsilon . \sin \sigma + n\lambda)^2\} \end{array} \right\}}}{2y : (\varepsilon . \sin \sigma + n\lambda)}$$

In dieser Gleichung muß n als positiv für diejenigen Farbenbilder betrachtet werden, welche auf der Seite der Axe liegen, auf welcher der einfallende Strahl einen stumpfen Winkel mit dem Gitter macht, und negativ für die auf der andern Seite liegenden Farbenbilder. Diese Formel ist völlig genau und von jeder Näherung unabhän-

gig. Ist y gegen ε und λ sehr groß (was immer stattfindet), so reducirt sich der Ausdruck auf

$$\cot \theta^{(n)} = \frac{\sqrt{\varepsilon^2 - (\varepsilon \cdot \sin \sigma + n \lambda)^2}}{\varepsilon \cdot \sin \sigma + n \lambda}$$

$$\sin \theta^{(n)} = \frac{\varepsilon \cdot \sin \sigma + n \lambda}{\varepsilon}.$$

756. Wendet man diese Formel auf Fraunhofer's Messungen für die Entfernungen derselben festen Linien in den auf einander folgenden Farbenbildern auf jeder Seite der Axe bei geneigten Gittern an, so werden dieselben mit der größten Genauigkeit dargestellt. Ist das Gitter auf den Strahlen senkrecht, so wird $\sigma = 0$, und die Gleichung wird $\sin \theta^{(n)} = \frac{n \lambda}{\varepsilon}$, welches das vorhin angegebene Gesetz für symmetrische Farbenbilder ist. Hieraus ist auch einleuchtend, daß die Werthe von λ, oder die Länge der Undulationen für die durch C, D, E bezeichneten Strahlen nichts Andres als die Nenner der Brüche §. 751 sind, wenn sie in Theilen eines Pariser Zolles ausgedrückt werden, und die hierdurch in der Theorie des Lichts sehr großen Werth erhalten, da sie mit so großer Sorgfalt und Genauigkeit bestimmt worden sind, und es möglich ist sie zu jeder Zeit von Neuem zu untersuchen, um sich von der Richtigkeit zu überzeugen.

757. Wird diejenige Seite des Glases, auf der keine Linien gezogen sind, mit schwarzem Firniß überlegt, und das von der mit Linien bedeckten Oberfläche zurückgeworfene Licht mit einem Fern-

[redacted]

angenommen für eine gewisse Reihe von Werthen, die in geometrischer Progression stehen, d. h. er muß eine discontinuirliche Function seyn, so daß die krumme Linie, welche diesen Werth vorstellt, wo die Abscisse den Abstand von der Axe bedeutet, bloß eine Reihe von Punkten seyn wird, oder wenigstens eine solche Curve seyn muß, wie Fig. 151 dargestellt ist, wo einige sehr kleine Theile, die gleichweit von einander abstehen, eine beträchtliche Entfernung von der Axe haben, während alle übrigen Theile so nahe an der Axe liegen, daß sie als mit derselben zusammenfallend betrachtet werden können. Die Art, auf welche man eine solche Function aus einer Reihe von Werthen der Integrale (§. 718)

$$\int d\nu . \sin \frac{\pi}{2} \nu^2 \; ; \int d\nu . \cos \frac{\pi}{2} \nu^2$$

gebildet ansehen kann, wo die Integrale zwischen den Gränzen genommen werden müssen, die den verschiedenen Zwischenräumen entspricht, ist zu verwickelt, als daß sie hier ihre Stelle finden konnte. Fraunhofer giebt folgenden allgemeinen Ausdruck als das Resultat seiner eigenen Untersuchungen, gegründet auf das Princip der Interferenzen. Es sey n die Ordnung irgend eines Farbenbildes von der Axe aus gerechnet; ε die Entfernung der Mitte eines Zwischenraumes von der des nächsten $= \gamma + \delta$, λ die Länge einer Undulation eines homogenen Strahls, σ der Einfallswinkel des Strahls vom leuchtenden Punkt gegen das Gitter, und y die Länge eines Perpendikels, das vom Mikrometerfaden des Fernrohrs (oder von dem Punkt im Brennpunkt des Objectivglases, wo sich dieser besondere homogene Strahl des Spectrum befindet) auf die Ebene des Gitters herabgefällt wird. Nennt man dann die scheinbare Entfernung dieses Strahls von der Axe $\theta^{(n)}$, so haben wir im Allgemeinen

$$\cot . \theta^{(n)} = \frac{\sqrt{\left\{ \begin{array}{l} \{\varepsilon^2 - (\varepsilon . \sin \sigma + n\lambda)^2\} \\ \times \{4y^2 + \varepsilon^2 - (\varepsilon . \sin \sigma + n\lambda)^2\} \end{array} \right\}}}{2y : (\varepsilon . \sin \sigma + n\lambda)}$$

In dieser Gleichung muß n als positiv für diejenigen Farbenbilder betrachtet werden, welche auf der Seite der Axe liegen, auf welcher der einfallende Strahl einen stumpfen Winkel mit dem Gitter macht, und negativ für die auf der andern Seite liegenden Farbenbilder. Diese Formel ist völlig genau und von jeder Näherung unabhän-

man sogar im 24sten Farbenbilde noch sehen, und ihre Entfernung von der Axe messen.

760. Dieß sind die äußersten Fälle der Erscheinungen, die durch eine einzelne Oeffnung und durch eine unendlich große oder wenigstens bedeutende Anzahl derselben hervorgebracht werden; allein wir müssen noch die mittlern Abstufungen, durch welche eine Reihe von Erscheinungen in die andere übergeht, aufstellen. Wird in einem Gitter eine einzige Oeffnung gelassen, so entstehen die Farbenbilder wie §. 741 beschrieben worden ist. Diese nennt Fraunhofer Farbenbilder der ersten Classe, und ihre Farben sind nicht homogen, sondern sie verlaufen sich in einander.

761. Werden zwei an einander liegende Zwischenräume offen gelassen, so erscheinen die Farbenbilder der ersten Classe wie vorher, allein zwischen der Axe und dem ersten Spectrum an jeder Seite erscheinen andere Farbenbilder, die Fraunhofer unvollkommene Farbenbilder der zweiten Classe nennt. Ihre Farben sind denen der ersten Classe ähnlich, und es erscheinen keine festen Linien in denselben. Läßt man drei an einander liegende Zwischenräume offen, so bildet sich eine dritte Reihe von Farbenbildern, oder Farbenbilder der dritten Classe, zwischen der Axe und den nächsten Farbenbildern der zweiten Classe. Außer diesen entstehen keine neuen Classen von Farbenbildern, wenn man auch die Zahl der Oeffnungen vermehrt; allein diese erleiden eine Reihe von Veränderungen, so wie die Anzahl der Oeffnungen größer wird, von denen die hauptsächlichsten folgende sind:

[redacted]

ein Gegenstand, dessen Größe kleiner als λ ist, nie durch ein Mikroskop als aus Theilen bestehend unterschieden werden kann; durch welchen Schluß der Vergrößerungskraft eines Mikroskops eine natürliche Gränze gesetzt werden würde, der uns aber nicht aus den Prämissen geradezu zu folgen scheint.

759. Sind die Zwischenräume zwischen den parallelen Linien ungleich und ohne Regelmäßigkeit angeordnet, so vermischt sich das Licht der gebeugten Farbenbilder, und es entsteht ein weißer nebeliger Streifen senkrecht auf den Linien; sind dieselben aber regelmäßig ungleich oder kehren dieselben Zwischenräume nach bestimmten Perioden wieder, und nennen wir $E = \varepsilon' + \varepsilon'' + \varepsilon''' + \ldots$ den Zwischenraum zwischen denjenigen, die um eine ganze Periode von einander entfernt sind, so haben wir für das Gesetz der Farbenbilder die Gleichung

$$\sin \theta^{(n)} = \frac{n\lambda}{E}.$$

Die auf diese Art erzeugten Farbenbilder bestehen immer noch aus homogenem Licht, und zeigen die festen Linien mit großer Deutlichkeit. Eine merkwürdige und für die praktische Messung der Erscheinungen sehr nützliche Bemerkung hat Fraunhofer bei den Farbenbildern gemacht, die durch zusammengesetzte Gitter hervorgebracht werden. Obgleich dieselben nämlich dasselbe Gesetz rücksichtlich ihrer Entfernung von der Axe befolgen, so sind die auf einander folgenden Farbenbilder doch sehr an Intensität verschieden, indem einige so schwach ausfallen, daß sie kaum bemerkbar werden, während die unmittelbar angränzenden oft sehr hell sind. Aus dieser Ursache werden die Farbenbilder von höhern Ordnungen, die in einem einfachen Gitter mit gleichen Zwischenräumen durch ihr gegenseitiges Decken verschwinden, in zusammengesetzten Gittern sehr deutlich gesehen. So war Fraunhofer nie im Stande durch ein einfaches Gitter die festen Linien C und F in dem zwölften Farbenbilde zu sehen (von der Axe aus gerechnet), während bei einem zusammengesetzten Gitter, welches aus drei immer wiederholten Systemen von Linien bestand, deren Zwischenräume ε', ε'', ε''' das Verhältniß 25:33:42 hatten, diese festen Linien sowohl als die Linien D und E im zwölften Farbenbilde deutlich erschienen, da das zehnte und eilfte beinahe völlig verschwand. Die Linie E konnte

man sogar im 24sten Farbenbilde noch sehen, und ihre Entfern von der Axe messen.

760. Dieß sind die äußersten Fälle der Erscheinungen, durch eine einzelne Oeffnung und durch eine unendlich große wenigstens bedeutende Anzahl derselben hervorgebracht werden; lein wir müssen noch die mittlern Abstufungen, durch welche Reihe von Erscheinungen in die andere übergeht, aufstellen. in einem Gitter eine einzige Oeffnung gelassen, so entstehen Farbenbilder wie §. 741 beschrieben worden ist. Diese nennt Fra hofer **Farbenbilder der ersten Classe**, und ihre Farben nicht homogen, sondern sie verlaufen sich in einander.

761. Werden zwei an einander liegende Zwischenräume gelassen, so erscheinen die Farbenbilder der ersten Classe wie her, allein zwischen der Axe und dem ersten Spectrum an j Seite erscheinen andere Farbenbilder, die Fraunhofer unvollkomm Farbenbilder der zweiten Classe nennt. Ihre Farben sind de der ersten Classe ähnlich, und es erscheinen keine festen Linien denselben. Läßt man drei an einander liegende Zwischenräume o so bildet sich eine dritte Reihe von Farbenbildern, oder **Farb bilder der dritten Classe**, zwischen der Axe und den näch Farbenbildern der zweiten Classe. Außer diesen entstehen keine ne Classen von Farbenbildern, wenn man auch die Zahl der Oeffn gen vermehrt; allein diese erleiden eine Reihe von Veränderun so wie die Anzahl der Oeffnungen größer wird, von denen hauptsächlichsten folgende sind:

762. Die Farbenbilder der ersten Classe werden schmäler nähern sich der Axe, bis sie zuletzt zusammenlaufen, und durch Vereinigung das farbenlose gut begränzte Bild der Oeffnung Heliostaten in der Axe des ganzen Phänomens bilden. Durch naue Messungen fand Fraunhofer, daß ihre Breite umgek wie die Anzahl der Zwischenräume und umgekehrt wie die B dieser Zwischenräume sich verhalte, so daß wenn $\gamma + \delta = \varepsilon$ di Zwischenraum, m die Anzahl der gebrauchten Zwischenräume, die Ordnung des Farbenbildes, $\theta^{(n)}$ die Entfernung der äußer rothen Strahlen in diesem Farbenbilde darstellt, so hat man

$$\theta^{(n)} = \frac{n}{m} \cdot \frac{0{,}0000208}{\varepsilon}.$$

[illegible] Doppelstern, so daß sie mit einander direct verglichen werden können, so ist die Ungleichheit ihrer falschen Durchmesser auffallend; doch kann es kein reeller Unterschied zwischen den Sternen seyn, da durch das Zwischentreten einer Wolke, die ihren Glanz vermindert, die scheinbaren Scheiben auf bloße Punkte reducirt werden. Auch kann es keiner Irradiation oder der Fortpflanzung des Lichts auf der Netzhaut zugeschrieben werden, weil in diesem Fall das Licht der centralen Scheibe sich zu den Ringen verbreiten und sie aufheben würde, wenn wir nicht etwa annehmen wollen, daß die Vibrationen in der Netzhaut nach denselben Gesetzen als die des Aethers geschehen, in welchem Fall die Scheibe sowohl als die Ringe aus der Interferenz beider Arten von Undulationen hervorgehen würden.

768. Ohne jedoch weiter auf diese schwierige Aufgabe einzugehen, wollen wir uns begnügen einige Phänomene, die wir durch Diaphragmen, oder verschieden geformte Oeffnungen, die an Spiegel oder Objectivgläser angebracht werden, beobachtet haben, anzugeben, da sie ein passendes Supplement zu den sonderbaren Beobachtungen von Fraunhofer über die Wirkungen sehr kleiner Oeffnungen geben, von denen sie in gewisser Hinsicht das Umgekehrte ausmachen.

769. Ist die ganze Oeffnung eines Fernrohrs mit einem kreisförmigen Diaphragma begränzt, es mag sich ganz nahe an dem Objectivglas oder dem Spiegel, oder auch von demselben etwas entfernt befinden, so vergrößern sich die Ringe im umgekehrten Verhältniß des Durchmessers der Oeffnung. Wurde die Oeffnung sehr verkleinert (z. B. bis auf einen Zoll für ein Rohr von sieben Fuß Brennweite), so vergrößerte sich die falsche Scheibe bis zu einem planetarischen Ansehen, war gut begränzt und nur mit einem Ringe umgeben, der hell genug war, um deutlich gesehen zu werden, und mit schwachen Farben gefärbt war, die einander vom Mittelpunkt der Scheibe aus gerechnet in folgender Ordnung folgen. Weiß, sehr schwaches Roth, Schwarz, sehr schwaches Blau, Weiß, außerordentlich schwaches Roth, Schwarz. Wurde die Oeffnung noch mehr verringert (auf einen halben Zoll), so waren die Ringe zu schwach, um gesehen zu werden, und die Scheibe wurde sehr vergrößert, so daß die Abnahme des Lichts vom Mittelpunkte nach der Peripherie zu sehr sichtbar wurde, wodurch dieselbe ein nebeliges und kometenartiges Ansehen erhielt, wie Fig. 152.

770. Wurden ringförmige Oeffnungen angewendet, so waren die Erscheinungen höchst auffallend und von großer Regelmäßigkeit. Betrug der äußere Durchmesser des Ringes drei Zoll, der des innern einen und drei Viertel Zoll, so war das Ansehen der Capella wie Fig. 153, und das des Doppelsternes Castro wie Fig. 154. So wie die Breite des Ringes vermindert wurde, nahm auch die Größe der Scheibe und die Breite der Ringe ab (dem entgegen, was bei Fraunhofers Versuchen mit äußerst schmalen Ringen stattfand, weßwegen auch diese Erscheinungen andern Principien zugehören müssen), zugleich nahm die Anzahl der sichtbaren Ringe zu. Die Figuren 155, 156, 157 zeigen die Erscheinung der Capella bei ringförmigen Oeffnungen von 5,5 bis 5 Zoll, von 0,7 bis 0,5, von 2,2 bis 2,0 Zoll. Im letztern Fall reducirte sich die Scheibe auf einen kaum bemerkbaren runden Punkt, und die Ringe waren so nahe an einander und zahlreich, daß sie kaum gezählt werden konnten, und für einen unaufmerksamen Beobachter das Ansehen eines bloßen kreisförmigen Lichtflecks hatten. Wurde die Breite der ringförmigen Oeffnung auf die Hälfte dieser Größe reducirt, so konnten die Zwischenräume der Ringe nicht mehr unterschieden werden. Die Dimensionen der Scheiben und der Ringe scheinen im Allgemeinen genommen, der Größe $\frac{r' - r}{r}$ proportional zu seyn.

771. Außer denjenigen Ringen, welche unmittelbar an der centralen Scheibe sich befinden, werden durch ringförmige Oeffnungen noch viele andere gesehen, die einen größern Durchmesser und [redacted]

einem Doppelstern, so daß sie mit einander direct verglichen werden können, so ist die Ungleichheit ihrer falschen Durchmesser auffallend; auch kann es kein reeller Unterschied zwischen den Sternen seyn, da durch das Zwischentreten einer Wolke, die ihren Glanz vermindert, ihre scheinbaren Scheiben auf bloße Punkte reducirt werden. Auch kann es keiner Irradiation oder der Fortpflanzung des Lichts auf der Netzhaut zugeschrieben werden, weil in diesem Fall das Licht der centralen Scheibe sich zu den Ringen verbreiten und sie aufheben würde, wenn wir nicht etwa annehmen wollen; daß die Vibrationen der Netzhaut nach denselben Gesetzen als die des Aethers geschehen, in welchem Fall die Scheibe sowohl als die Ringe aus der Interferenz beider Arten von Undulationen hervorgehen würden.

768. Ohne jedoch weiter auf diese schwierige Aufgabe einzugehen, wollen wir uns begnügen einige Phänomene, die wir durch Diaphragmen, oder verschieden geformte Oeffnungen, die an Spiegel oder Objectivgläser angebracht werden, beobachtet haben, anzugeben, da sie ein passendes Supplement zu den sonderbaren Beobachtungen von Fraunhofer über die Wirkungen sehr kleiner Oeffnungen geben, von denen sie in gewisser Hinsicht das Umgekehrte ausmachen.

769. Ist die ganze Oeffnung eines Fernrohrs mit einem kreisförmigen Diaphragma begränzt, es mag sich ganz nahe an dem Objectivglas oder dem Spiegel, oder auch von demselben etwas entfernt befinden, so vergrößern sich die Ringe im umgekehrten Verhältniß des Durchmessers der Oeffnung. Wurde die Oeffnung sehr verkleinert (z. B. bis auf einen Zoll für ein Rohr von sieben Fuß Brennweite), so vergrößerte sich die falsche Scheibe bis zu einem planetarischen Ansehen, war gut begränzt und nur mit einem Ringe umgeben, der hell genug war, um deutlich gesehen zu werden, und mit schwachen Farben gefärbt war, die einander vom Mittelpunkt der Scheibe aus gerechnet in folgender Ordnung folgten. Weiß, sehr schwaches Roth, Schwarz, sehr schwaches Blau, Weiß, außerordentlich schwaches Roth, Schwarz. Wurde die Oeffnung noch mehr verringert (auf einen halben Zoll), so waren die Ringe zu schwach, um gesehen zu werden, und die Scheibe wurde sehr vergrößert, so daß die Abnahme des Lichts vom Mittelpunkte nach der Peripherie zu sehr sichtbar wurde, wodurch dieselbe ein nebeliges und kometenartiges Ansehen erhielt, wie Fig. 152.

aller Muße untersucht werden kann. Wird dann die Lage des Diaphragma auf einer gehörig eingerichteten Theilung abgelesen, so erfährt man die gegenseitige Lage der beiden Sterne. Wir haben durch Versuche gefunden, daß dieses Verfahren ausführbar ist, und durch gehörige Einrichtungen kann dieses Princip in solchen Fällen angewendet werden, die anfangs sehr schwierig zu seyn scheinen.

775. Wurden drei kreisförmige Oeffnungen, deren Mittelpunkte in den Winkelpunkten eines gleichseitigen Dreiecks sich befanden, angewendet, so bestand das Bild aus einer hellen centralen Scheibe. Sechs schwächere waren damit in Berührung, und das Ganze wurde von einem System von Ringen wie Fig. 162 umgeben. Wurden jedoch drei gleiche und ringförmige Oeffnungen auf die erwähnte Art geordnet, so war die Erscheinung wie Fig. 153, wenn sich das Fernrohr im Brennpunkt befand, genau so, als ob zwei dieser Oeffnungen verschlossen waren. Wurde das Fernrohr aber etwas aus dem Brennpunkt verrückt, so bemerkte man den Unterschied. Fig. 163 stellt die Erscheinung in diesem Fall dar, wo jede Oeffnung ihre eigene centrale Scheibe und ein System von Ringen bildet, deren Durchschnitte die sich durchkreuzenden Franzen hervorbringen. So wie das Fernrohr wieder besser in den Brennpunkt gestellt wird, verschwinden diese, und die Erscheinung ist wie Fig. 164, indem die Mittelpunkte sich nach und nach gegenseitig nähern, und die Ringe sich in einander verlaufen bis der Punkt des vollständigen Zusammentreffens erlangt ist.

776. Eine Oeffnung in der Form von zwei concentrischen [redacted]

sind nicht mit der Scheibe vereinigt, sondern von derselben durch einen schwarzen Ring getrennt. Sie sind sehr schmal und vollkommen grade, und erscheinen deßwegen so vorzüglich deutlich, weil alles zerstreute Licht, welches ohne den Gebrauch des Diaphragma das Gesichtsfeld anfüllt, aufgehoben wird. Fig. 160 ist eine Darstellung dieser schönen Erscheinung. Dasselbe findet statt, wenn an die Stelle eines gleichseitigen Dreiecks die Oeffnung aus dem Unterschiede zweier concentrischer gleichseitiger Dreiecke, die ähnliche Lage haben, besteht.

773. Da ein Dreieck nur drei Seiten und drei Winkel besitzt, so scheint es sonderbar, daß durch dasselbe ein sechsstrahliger Stern hervorgebracht wird. Nehmen wir an, daß drei durch die Winkel und drei durch die Seiten entstehen, so könnte man erwarten, daß einiger merklicher Unterschied in den abwechselnden Strahlen stattfinden müsse, der ihren verschiedenen Ursprung nachwiese. Ist das Fernrohr genau in den Brennpunkt gestellt, so sind alle Strahlen völlig gleich; wird es aber aus dem Brennpunkt verrückt, so ist der Unterschied ihres Ursprungs merklich. Figur 161 zeigt die dann stattfindende Erscheinung, in welcher die ausgehenden Aeste der einen Art aus lauter parallelen Franzen, und die der andern Art aus kleinen Bogen, die an den Scheiteln von Hyperbeln liegen, bestehen, und die daher die Strahlen senkrecht durchschneiden. Wird das Fernrohr besser in seinen Brennpunkt gebracht, so nähern sich die Hyperbeln ihren Asymptoten, und nähern sich so, daß sie kaum zu unterscheiden sind; auf diese Art entstehen drei Strahlen aus an einander hängenden Lichtlinien, und die drei dazwischen liegenden aus einer unendlichen Menge nicht zusammenhängender Punkte, die einander unendlich nahe liegen. Der analytische Ausdruck der Intensität des Lichts in einem dieser discontinuirlichen Strahlen würde die Anwendung sehr sonderbarer Functionen erfordern.

774. Das so eben beschriebene Phänomen bietet in vielen Fällen ein einfaches Positionsmikrometer für den astronomischen Gebrauch dar. Wird das Diaphragma gedreht, so drehen sich die Strahlen zugleich mit, und hat ein heller Stern (α Aquilae) einen kleinen nahe bei sich, so kann man das Diaphragma so stellen, daß der eine Strahl durch den kleinen Stern geht, der auf diese Art wie eine kleine Perle an einem Faden erscheint, und mit

aller Muße untersucht werden kann. Wird dann die Lage des phragma auf einer gehörig eingerichteten Theilung abgelesen, fährt man die gegenseitige Lage der beiden Sterne. Wir h durch Versuche gefunden, daß dieses Verfahren ausführbar ist, durch gehörige Einrichtungen kann dieses Princip in solchen F angewendet werden, die anfangs sehr schwierig zu seyn scheinen

775. Wurden drei kreisförmige Oeffnungen, deren M punkte in den Winkelpunkten eines gleichseitigen Dreiecks sic fanden, angewendet, so bestand das Bild aus einer hellen ce len Scheibe. Sechs schwächere waren damit in Berührung, das Ganze wurde von einem System von Ringen wie Fig. umgeben. Wurden jedoch drei gleiche und ringförmige Oeffnu auf die erwähnte Art geordnet, so war die Erscheinung wie 153, wenn sich das Fernrohr im Brennpunkt befand, genau als ob zwei dieser Oeffnungen verschlossen waren. Wurde das rohr aber etwas aus dem Brennpunkt verrückt, so bemerkte den Unterschied. Fig. 163 stellt die Erscheinung in diesem dar, wo jede Oeffnung ihre eigene centrale Scheibe und ein stem von Ringen bildet, deren Durchschnitte die sich durchkreuze Franzen hervorbringen. So wie das Fernrohr wieder besser in Brennpunkt gestellt wird, verschwinden diese, und die Erschei ist wie Fig. 164, indem die Mittelpunkte sich nach und nach g seitig nähern, und die Ringe sich in einander verlaufen bis Punkt des vollständigen Zusammentreffens erlangt ist.

776. Eine Oeffnung in der Form von zwei concentri Quadraten brachte nicht einen achtstrahligen, sondern bloß vierstrahligen Stern hervor. Die Strahlen waren jedoch nich bei der dreieckigen Oeffnung ununterbrochene feine Linien, die und nach vom Mittelpunkte nach den Enden zu abnahmen, so sie bestanden aus abwechselnd dunkeln und hellen Theilen, wie 165. Die Theile, welche der kreisförmigen centralen Scheibe nächsten lagen, bestanden aus Streifen, die die Richtung der S len quer durchschnitten, und prismatische Farben besaßen. liche Streifen waren ohne Zweifel in den entferntern Theilen vorhanden, die sich bis auf eine große Entfernung ausdehnten

777. Eine Oeffnung die aus funfzig Quadraten bestand ren Seiten ungefähr einen halben Zoll betrugen, und die r mäßig so gestellt waren, daß ihre Zwischenräume der Länge der

gleich waren, brachten ein Bild hervor, das von dem, welches Fraunhofer beschrieben hat, und durch zwei sich kreuzende Gitter entstand, völlig verschieden war, obgleich die Vertheilung und die Gestalt der Oeffnungen in beiden Fällen dieselbe war. Die Erscheinung war wie in Fig. 166, und bestand aus einer weißen runden centralen Scheibe, die von acht lebhaften Farbenbildern umgeben war, welche in dem Umkreise eines Quadrates lagen, jenseits dessen dreifache sehr schwach gefärbte Linien in Form eines Kreuzes befindlich waren, die sich in sehr große Entfernung ausdehnten.

778. Bestand die Oeffnung aus regelmäßig geordneten gleichseitigen Dreiecken, wie Fig. 167, so zeigte das Bild die sehr schöne, Fig. 168 dargestellte Erscheinung, die aus einer Reihe kreisförmiger Scheiben bestand, die in sechs vom Mittelpunkt ausgehenden Strahlen geordnet waren, und von denen jede mit einem Ring umgeben war. Die centrale Scheibe war farblos und glänzend, die übrigen stärker gefärbt und in Farbenbilder verlängert, je entfernter sie vom Mittelpunkt waren. Dieß sind nur einige wenige der sonderbaren und schönen Erscheinungen, welche die verschiedenen Oeffnungen der Fernröhre darstellen, und ein weites Feld für tiefere Untersuchungen darbieten, die dem Künstler sowohl als dem Naturforscher gleich interessant seyn müssen.

Vierter Abschnitt.

Von den Eigenschaften des polarisirten Licht

§. 1. Von der doppelten Brechung.

779. Fällt ein Strahl auf die Oberfläche eines durchs Mittels, so wird ein Theil desselben zurückgeworfen, so daß d rückwerfungswinkel dem Einfallswinkel gleich ist, ein anderer Theil (der jedoch so klein ist, daß wir ihn nicht berücksichtigen) nach allen Richtungen zerstreut, indem er die Oberfläche macht, und der Rest dringt in das Mittel ein und wird geb Das Gesetz der Brechung, nach welchem dieser Theil innerha Mittels fortgeht, ist im Vorigen auseinandergesetzt worden wir haben keine Ausnahmen von demselben angegeben. Dies setz ist jedoch nicht allgemein, und findet in der That nur dann wenn das brechende Mittel zu einer oder der andern der fol Classen gehört.

Erste Classe. Gasarten und Dämpfe.

Zweite Classe. Flüssigkeiten.

Dritte Classe. Körper die aus dem flüssigen Zusta schnell in den festen übergegangen sind, als daß sie in kleinsten Theilchen eine regelmäßige krystallische Form ten konnten, z. B. Glas, Gallerte u. s. w., Gummi, u. s. w., welches lauter solche Körper sind, welche be Abkühlen durch den zähen Zustand hindurchgehen.

Vierte Classe. Krystallisirte Körper, deren primitive der Würfel, das regelmäßige Oktaëder, oder das rhombo Dodekaëder ist, oder diejenigen, welche zu dem Tessular von Mohs gehören. Nur sehr wenige Ausnahmen wahrscheinlich nur scheinbar sind, und von unserer

tung, als gegen andere feste Ebenen und Linien in der primitiven Form der Krystalle. Man hat nun gefunden, daß in jedem Krystall wenigstens eine feste Axe vorhanden ist, und geht der eine Strahlenbündel längs derselben fort, so thut das andere dasselbe, so daß in diesem Fall beide Strahlenbündel zusammenfallen und ihre [illegible]. Außerdem hat man bis jetzt noch keinen Krystall entdeckt, in welchem mehr als zwei solcher Linien vorhanden wären. Diese Linien heißen die optischen Axen. Alle doppelt brechende Krystalle können daher für jetzt in zwei Classen getheilt werden; in solche, die eine Axe, und in solche, die zwei optische Axen besitzen. [illegible] Wenn ein Strahl die Oberfläche des Krystalls so durchdringt, daß er ungetheilt längs der optischen Axe fortgeht, oder wenn er bei seiner Bewegung innerhalb des Krystalls längs dieser Linie fortgehend, die Oberfläche des Krystalls trifft und aus demselben heraustritt, so geschieht die Brechung nach dem gewöhnlichen Gesetz im Verhältniß der Sinus. In diesem besondern Fall wirkt also der Krystall eben so, wie ein nicht krystallisirtes Mittel. (Einige wenige seltene Beispiele ausgenommen, wovon wir späterhin reden.) In allen übrigen Fällen ist jedoch das Gesetz wesentlich verschieden, und [illegible] den einen Theil des Strahls [illegible] sehr schwierige und verwickelte Untersuchungen. Wir wollen dasselbe zuerst in dem einfachern Falle der Krystalle mit einer optischen Axe erklären. Allein vorher müssen wir uns erst etwas deutlicher darüber aussprechen, was unter Axen und festen Linien eines Krystalls zu verstehen ist. Wir wollen uns eine Masse von Mauerwerk aus Mauersteinen vorstellen, die einander alle parallel liegen. Ihre äußere Form mag seyn, welche sie will; ein Würfel, eine Pyramide, oder irgend eine andere Gestalt. Wir können dieselbe in jede beliebige Form zerschneiden, in eine Kugel, Kegel, Cylinder u. s. w.; allein die Seiten der Steine liegen einander immer noch parallel, und ihre Richtungen sowohl als die ihrer Diagonalen, können als eben so viel Axen oder feste Linien von bestimmter Lage betrachtet werden (so lange die Masse in Ruhe bleibt), die auf keine Art mit den äußern Gränzen der Masse, die in beliebiger Richtung gegen die Seiten der Mauersteine durchschnitten werden können, in Beziehung stehen. Sprechen wir daher von festen Linien oder Axen eines Krystalls oder innerhalb desselben, so verstehen wir darunter immer gewisse Richtungen im Innern

Strahlen von Newton. Wir verdanken Huygens die Entdecku Gesetzes der doppelten Brechung in dieser Gattung von Mitteln. ton, der durch einige falsche Messungen verleitet worden war, ein anderes Gesetz auf; allein Huygens Schlüsse, die man seh unverzeihlicherweise aus dem Gesicht verloren hatte, wurden durch unzweideutige Versuche von Dr. Wollaston festgestellt, se cher Zeit dieser Abtheilung der Optik ein neuer Impuls gegeben und die nachfolgenden Arbeiten von Laplace, Malus, Bre Biot, Arago und Fresnel geben eine Reihe von eifrigen und reichen Untersuchungen, die seit der Entwickelung des wahren systems den Annalen der physischen Wissenschaften zur größten gereichen. Es liegt jedoch nicht in unserm Plan, in die Ge dieser Entdeckungen einzugehen, und jedem berühmten Arbeit diesem weiten Felde seinen Antheil von Ehre anzuweisen. Be glänzenden Gestirn der so eben genannten berühmten Namen b dern wir die Lebenden und ehren die Todten zu sehr, als da ein Urtheil über die Priorität ihrer Entdeckungen aufstellen kö So lange als ein Stern vom andern an Glanz verschieden lange Verschiedenheiten, ja sogar mit einander unverträgliche rungen eines glänzenden Geistes vorhanden seyn werden, so wird auch die Bewunderung des Menschengeschlechts für diej welche sie wirklich verdienen, hinreichend seyn. Wir werden dem Leser eine so viel als möglich systematische Darstellun jetzigen Zustandes unserer Kenntniß der Gesetze und der Theo doppelten Strahlenbrechung geben. Da vom Huygenianischen bewiesen worden ist, daß es genau für den Fall, für welc aufgestellt wurde, so wie für eine große Anzahl anderer Körpe so wollen wir mit dieser Classe den Anfang machen, und da Betrachtung der verwickeltern Fälle übergehen.

781. Man hat gefunden, daß bei allen Körpern, wel doppelte Brechungskraft besitzen, derjenige Theil eines Strah gewöhnlichem Licht, welcher auf eine durch Kunst oder Natur Fläche fällt, und in das Mittel eindringt, in zwei gleiche St bündel zerlegt wird, die in grader Linie fortgehen, aber keine kel von constanter Größe mit einander bilden, sondern dersel dert sich mit der Lage des einfallenden Strahls gegen die Ob und gegen gewisse feste Linien oder Axen innerhalb des Kr Diese Linien haben eine bestimmte Lage gegen die Ebene der

786. In allen Krystallen dieser Classe befolgt der eine der beiden gleichen Strahlenbündel, in welche der gebrochene Strahl getheilt wird, das gewöhnliche Gesetz von Snellius und Cartesius; indem er ein constantes Brechungsverhältniß (μ), oder ein unveränderliches Verhältniß des Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels beibehält, wie auch seine Neigung gegen die Oberfläche beschaffen seyn mag, so daß seine Geschwindigkeit im Mittel, wenn er einmal eingedrungen ist, dieselbe bleibt, in welcher Richtung er auch die Molleculen durchschneidet, und rücksichtlich dieses Strahls verhält sich der Krystall wie ein nicht krystallisirtes Mittel. Derselbe wird der gewöhnliche Strahl genannt.

787. Um das Gesetz zu verstehen, welchem der ungewöhnliche Theil des getheilten Strahls gehorcht, wollen wir denselben im Mittel selbst betrachten, und seinen Lauf zwischen den Molleculen verfolgen. Seine Geschwindigkeit ist dann nicht, wie bei dem gewöhnlichen Strahl, in jeder Richtung dieselbe, sondern sie hängt von dem Winkel ab, den er mit der Axe bildet; indem sie ein Minimum ist, wenn der Weg innerhalb des Mittels der Axe parallel liegt, und ein Maximum wird, wenn er senkrecht darauf steht, oder umgekehrt. In allen mittlern Neigungen befolgt er dieses Gesetz. Man denke sich ein Revolutionsellipsoid, entweder abgeplattet oder verlängert, je nachdem es der Fall verlangt, dessen Umdrehungsaxe der Richtung der Axe des Krystalls parallel geht, und dessen Polarhalbmesser zum Aequatorialhalbmesser in dem oben angegebenen Verhältniß der kleinsten und größten Geschwindigkeit steht, d. h. im Verhältniß der Geschwindigkeiten parallel und senkrecht auf die Axe. Dann giebt in allen dazwischen befindlichen Lagen der Halbmesser dieses Sphäroids, welcher dem Strahl parallel ist, die Geschwindigkeit desselben nach demselben Maßstabe, nach welchem die Polar- und Aequatorialhalbmesser die Geschwindigkeiten darstellen.

788. Dieß ist das Huygenianische Gesetz der Geschwindigkeiten in seiner einfachsten und allgemeinsten Form. Man sieht freilich auf den ersten Anblick nicht, was dieß mit dem Gesetz der ungewöhnlichen Brechung für Zusammenhang hat; allein der Leser, welcher mit der gehörigen Aufmerksamkeit das in §§. 539, 540 mit Hinweisung auf diesen Fall Gesagte betrachtet hat, wird leicht bemerken, daß wenn das Gesetz der Geschwindigkeiten des Strahls

die einem innerhalb der elementaren Theilchen des Krystalls
gewissen geometrischen Gesetzen rücksichtlich ihrer Seiten und
sel gezogenen System von Linien parallel sind. Wir dürfen
her die Axe einer krystallisirten Masse nicht als eine einzelne
ansehen, die eine gegebene Stelle einnimmt, sondern als
eine Linie von bestimmter Richtung im Raume, die der Axe
Molecüls parallel läuft, welche letztere eine bestimmte Stelle
Lage innerhalb desselben hat.

784. Sprechen wir in der Folge im Allgemeinen von
Axe oder den Axen einer krystallisirten Masse oder Oberfläche, so
nen wir damit die Richtung der optischen Axe oder der Axen
Theilchen, oder der eines Krystalls, der mit diesen Molecülen
ähnliche Lage hat.

Von dem Gesetz der doppelten Brechung in Krysta
mit einer optischen Axe.

785. Diese Classe von Krystallen umfaßt alle diejenigen
zu dem rhomboëdrischen System von Mohs gehören, oder di
gen, welche für ihre primitive Form das spitze oder stumpfe R
boid, oder das regelmäßige sechsseitige Prisma haben, so wie
alle diejenigen, die zu seinem pyramidalischen System gerechnet
den; oder deren primitive Form das Oktaëder mit quadrat
Grundfläche, oder das grade Prisma mit quadratischer Grund
oder das doppelt pyramidalische Dodekaëder ist. Alle solche
stalle haben, wie Dr. Brewster gezeigt hat, nur Eine Axe,
diejenige ist, gegen die die primitive Form symmetrisch ist.
im Rhomboid, die Axe der Figur, oder die Linie, welche die
perlichen Winkel verbindet, die durch drei gleiche ebene Wink
bildet werden; im sechsseitigen Prisma, die geometrische Ax
Figur; bei dem Oktaëder oder dem Prisma mit quadratischer G
fläche eine durch den Mittelpunkt der Grundfläche senkrecht gez
Linie. Die mit der Regel in Uebereinstimmung stehenden Fälle
so zahlreich, und die früher bemerkten Ausnahmen sind so oft
schwunden, nachdem man eine genauere Kenntniß der Formen
in den Ausnahmen begriffenen Mineralien erhalten hatte, daß
bei irgend einer noch vorkommenden Ausnahme berechtigt sind,
selbe eher unserer unrichtigen Bestimmung, als dem Mange
der Allgemeinheit der Regel zuzuschreiben.

766. In allen Krystallen dieser Classe befolgt der eine der beiden gleichen Strahlenbündel, in welche der gebrochene Strahl getheilt wird, das gewöhnliche Gesetz von Snellius und Cartesius, indem er ein constantes Brechungsverhältniß (μ), oder ein unveränderliches Verhältniß des Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels beibehält, wie auch seine Neigung gegen die Oberfläche beschaffen seyn mag, so daß seine Geschwindigkeit im Mittel, wenn er einmal eingedrungen ist, dieselbe bleibt, in welcher Richtung er auch die Molecülen durchschneidet, und rücksichtlich dieses Strahls verhält sich der Krystall wie ein nicht krystallisirtes Mittel. Derselbe wird der gewöhnliche Strahl genannt.

767. Um das Gesetz zu verstehen, welchem der ungewöhnliche Theil des getheilten Strahls gehorcht, wollen wir denselben im Mittel selbst betrachten, und seinen Lauf zwischen den Molecülen verfolgen. Seine Geschwindigkeit ist dann nicht, wie bei dem gewöhnlichen Strahl, in jeder Richtung dieselbe, sondern sie hängt von dem Winkel ab, den er mit der Axe bildet, indem sie ein Minimum ist, wenn der Weg innerhalb des Mittels der Axe parallel liegt, und ein Maximum wird, wenn er senkrecht darauf steht, oder umgekehrt. In allen mittlern Neigungen befolgt er dieses Gesetz. Man denke sich ein Revolutionsellipsoid, entweder abgeplattet oder verlängert, je nachdem es der Fall verlangt, dessen Umdrehungsaxe der Richtung der Axe des Krystalls parallel geht, und dessen Polarhalbmesser zum Aequatorialhalbmesser in dem oben angegebenen Verhältniß der kleinsten und größten Geschwindigkeit steht, d. h. im Verhältniß der Geschwindigkeit parallel und senkrecht auf die Axe. Dann giebt in allen dazwischen befindlichen Lagen der Halbmesser dieses Sphäroids, welcher dem Strahl parallel ist, die Geschwindigkeit desselben nach demselben Maßstabe, nach welchem die Polar- und Aequatorialhalbmesser die Geschwindigkeiten darstellen.

768. Dieß ist das Huygenianische Gesetz der Geschwindigkeiten in seiner einfachsten und allgemeinsten Form. Man sieht freilich auf den ersten Anblick nicht, was dieß mit dem Gesetz der ungewöhnlichen Brechung für Zusammenhang hat; allein der Leser, welcher mit der gehörigen Aufmerksamkeit das in §§. 539, 540 mit Hinweisung auf diesen Fall Gesagte betrachtet hat, wird leicht bemerken, daß wenn das Gesetz der Geschwindigkeiten des Strahls

$$\left.\begin{array}{l} \alpha - x = \gamma . \tang \theta . \cos \varpi \\ \beta - y = \gamma . \tang \theta . \sin \varpi \\ S = \frac{\gamma}{\cos \theta .} \\ \alpha' - x = \gamma' . \tang \theta' . \cos \varpi' \\ \beta' - y = \gamma' . \tang \theta' . \sin \varpi' \\ S' = \frac{\gamma'}{\cos \theta'} \end{array}\right\} \quad (3)$$

Differentiirt man diese Gleichungen, und bedenkt, daß

$$d.(\alpha - x) = d.(\alpha' - x) ,$$
$$d.(\beta - y) = d.(\beta' - y) ,$$

seyn muß, so kommt

$$d(\tang \theta . \cos \varpi) = \frac{\gamma'}{\gamma} . d. (\tang \theta' . \cos \varpi') \quad ;$$

$$d.(\tang \theta . \sin \varpi) = \frac{\gamma'}{\gamma} . d. (\tang \theta' . \sin \varpi') \quad ;$$

welche Gleichungen, wenn sie entwickelt werden, folgende hervorbringen:

$$\frac{d\theta}{d\theta'} = \frac{\gamma'}{\gamma} . \left(\frac{\cos \theta}{\cos \theta'}\right)^2 . \cos(\varpi - \varpi') \quad ;$$

$$\frac{d\theta}{d\varpi'} = \frac{\gamma'}{\gamma} . \cos \theta^2 . \tang \theta' . \sin(\varpi - \varpi') \quad ;$$

$$\frac{d\varpi}{d\theta'} = \frac{\gamma'}{\gamma} . \frac{\sin(\varpi' - \varpi)}{\tang \theta . \cos \theta'^2} \quad ;$$

$$\frac{d\varpi}{d\varpi'} = \frac{\gamma'}{\gamma} . \frac{\tang \theta'}{\tang \theta} . \cos(\varpi' - \varpi) \quad ; \quad (4)$$

[redacted]

so daß, wenn wir ihre Werthe in die Gleichung (2) substituiren:

$$o = \left\{ V \cdot \frac{\gamma . \sin\theta}{\cos\theta^2} \cdot \frac{d\theta}{d\theta'} + V' \cdot \frac{\gamma' . \sin\theta'}{\cos\theta'^2} + \frac{\gamma'}{\cos\theta'} \cdot \frac{dV'}{d\theta'} \right\} . d\theta'$$
$$+ \left\{ V \cdot \frac{\gamma . \sin\theta .}{\cos\theta^2} \cdot \frac{d\theta}{d\varpi'} + \frac{\gamma'}{\cos\theta'} \cdot \frac{dV'}{d\varpi'} \right\} d\varpi'; \quad (5)$$

und setzt man den Coefficienten jedes der unabhängigen Differentiale besonders Null, so wird

$$\frac{dV'}{d\theta'} = -V \cdot \frac{\gamma}{\gamma'} \cdot \frac{\sin\theta . \cos\theta'}{\cos\theta^2} \cdot \frac{d\theta}{d\theta'} - V' . \operatorname{tang}\theta' \ ;$$
$$\frac{dV'}{d\varpi'} = -V \frac{\gamma}{\gamma'} \cdot \frac{\sin\theta . \cos\theta'}{\cos\theta^2} \cdot \frac{d\theta}{d\varpi'} \ ; \quad (6)$$

Substituirt man hierin die in den Gleichungen (4) angegebenen Werthe von $\frac{d\theta}{d\theta'}$, $\frac{d\theta}{d\varpi'}$, so erhält man:

$$\frac{dV'}{d\theta'} = -V . \frac{\sin\theta}{\cos\theta'} . \cos(\varpi - \varpi') - V' . \operatorname{tang}\theta' \ ;$$
$$\frac{dV'}{d\varpi'} = -V . \sin\theta . \sin\theta' . \sin(\varpi - \varpi') \ ; \quad (7).$$

Dieß sind dieselben Gleichungen, welche Laplace und Malus durch eine verwickeltere Rechnung aus den ersten dynamischen Relationen der Aufgabe abgeleitet haben; aus denselben läßt sich leicht das Brechungsgesetz, welches irgend einem gegebenen Gesetz der Geschwindigkeiten entspricht, ableiten; denn wir haben nur nöthig dieselben unter folgende Form zu bringen:

$$V . \sin\theta . \cos\varpi . \cos\varpi' + V \sin\theta . \sin\varpi . \sin\varpi'$$
$$= -V' . \sin\theta' - \cos\theta' . \frac{dV'}{d\theta'} \ ;$$
$$V . \sin\theta . \cos\varpi . \sin\varpi' - V . \sin\theta . \sin\varpi . \cos\varpi'$$
$$= \frac{1}{\sin\theta'} \cdot \frac{dV'}{d\varpi'} \ ;$$

Multiplicirt man die erste durch $\cos\varpi'$, die zweite durch $\sin\varpi'$, und addirt, so kommt:

$$\left. \begin{aligned} V \sin\theta . \cos\varpi = \frac{\sin\varpi'}{\sin\theta'} \cdot \frac{dV'}{d\varpi'} \\ - \cos\theta' . \cos\varpi' . \frac{dV'}{d\theta'} - \sin\theta' . \cos\varpi' . V' . \end{aligned} \right\} (8)$$

Multiplicirt man wieder die erste durch $\sin \varpi'$, die zweite durch $-\cos \varpi'$ und addirt, so erhält man:

$$\left.\begin{array}{l} V.\sin\theta.\sin\varpi = -\dfrac{\cos\varpi'}{\sin\theta'}.\dfrac{dV'}{d\varpi'} \\ -\cos\theta'.\sin\varpi'.\dfrac{dV'}{d\theta'} - \sin\theta'.\sin\varpi'.V'; \end{array}\right\} \quad (9)$$

Die zweiten Glieder dieser beiden Gleichungen sind nun immer durch θ' und ϖ' gegeben (wenn die Geschwindigkeit des ungewöhnlichen Strahls V' irgend eine Function des Winkels φ, den er mit der Axe bildet, ist), so daß wenn wir die Werthe derselben durch P und Q bezeichnen,

$$\tang\varpi = \frac{Q}{P},\ \cos\varpi = \frac{P}{PP+QQ};$$

$$\sin\theta = \sqrt{PP+QQ}$$

werden wird. Die Größen θ und ϖ sind daher direct durch θ' und ϖ' ausgedrückt, und daher ist auch die Richtung gefunden, in welcher ein sich im Mittel bewegender Strahl aus demselben heraustritt, und eben so umgekehrt.

793. Wir müssen nun diese Operation im vorliegenden Fall ausführen. Hierzu setzen wir der Einfachheit wegen $V = 1$, und nehmen (da die halben Axen des Sphäroids a und b willkürlich sind) $b = \frac{1}{\mu}$, $\mu = \frac{1}{b}$, setzen dann

$$\sqrt{aa\cos\varphi^2 + bb\sin\varphi^2} = W$$

[redacted]

so daß, wenn wir ihre Werthe in die Gleichung (2) substituiren:

$$o = \left\{ V \cdot \frac{\gamma . \sin\theta}{\cos\theta^2} \cdot \frac{d\theta}{d\theta'} + V' \cdot \frac{\gamma' . \sin\theta'}{\cos\theta'^2} + \frac{\gamma'}{\cos\theta'} \cdot \frac{dV'}{d\theta'} \right\} . d\theta'$$
$$+ \left\{ V \cdot \frac{\gamma . \sin\theta .}{\cos\theta^2} \cdot \frac{d\theta}{d\varpi'} + \frac{\gamma'}{\cos\theta'} \cdot \frac{dV'}{d\varpi'} \right\} d\varpi'; \quad (5)$$

und setzt man den Coefficienten jedes der unabhängigen Differentiale besonders Null, so wird

$$\frac{dV'}{d\theta'} = -V . \frac{\gamma}{\gamma'} . \frac{\sin\theta . \cos\theta'}{\cos\theta^2} . \frac{d\theta}{d\theta'} - V' . \tang\theta' ;$$
$$\frac{dV'}{d\varpi'} = -V \frac{\gamma}{\gamma'} . \frac{\sin\theta . \cos\theta'}{\cos\theta^2} . \frac{d\theta}{d\varpi'} ; \quad (6)$$

Substituirt man hierin die in den Gleichungen (4) angegebenen Werthe von $\frac{d\theta}{d\theta'}$, $\frac{d\theta}{d\varpi'}$, so erhält man:

$$\frac{dV'}{d\theta'} = -V . \frac{\sin\theta}{\cos\theta'} . \cos(\varpi - \varpi') - V' . \tang\theta' ;$$
$$\frac{dV'}{d\varpi'} = -V . \sin\theta . \sin\theta' . \sin(\varpi - \varpi') ; \quad (7).$$

Dieß sind dieselben Gleichungen, welche Laplace und Malus durch eine verwickeltere Rechnung aus den ersten dynamischen Relationen der Aufgabe abgeleitet haben; aus denselben läßt sich leicht das Brechungsgesetz, welches irgend einem gegebenen Gesetz der Geschwindigkeiten entspricht, ableiten; denn wir haben nur nöthig dieselben unter folgende Form zu bringen:

$$V . \sin\theta . \cos\varpi . \cos\varpi' + V \sin\theta . \sin\varpi . \sin\varpi'$$
$$= -V' . \sin\theta' - \cos\theta' . \frac{dV'}{d\theta'} ;$$
$$V . \sin\theta . \cos\varpi . \sin\varpi' - V . \sin\theta . \sin\varpi . \cos\varpi'$$
$$= \frac{1}{\sin\theta'} . \frac{dV'}{d\varpi'} ;$$

Multiplicirt man die erste durch $\cos\varpi'$, die zweite durch $\sin\varpi'$, und addirt, so kommt:

$$\left. \begin{aligned} V \sin\theta . \cos\varpi = {} & \frac{\sin\varpi'}{\sin\theta'} . \frac{dV'}{d\varpi'} \\ & -\cos\theta' . \cos\varpi' . \frac{dV'}{d\theta'} - \sin\theta' . \cos\varpi' . V' . \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

und dividirt man die erste der Gleichungen (11) durch die zweite, so kommt

$$\text{tang}\,\varpi = \frac{\text{bb}\,.\,\text{tang}\,\theta'\,.\,\sin\varpi'}{\text{A}\,.\,\text{tang}\,\theta'\,.\cos\varpi' + \text{C}} \qquad (13)$$

Dieß giebt sogleich die Neigung der Ausfallsebene gegen die Ebene des Hauptdurchschnitts, oder wie man sich auch zuweilen ausdrückt, das Azimuth des ausfahrenden Strahls.

795. Ist umgekehrt der Einfallswinkel und das Azimuth eines außen auf den Krystall fallenden Strahls gegeben, so würden wir den Brechungswinkel und das Azimuth des gebrochenen Strahls erhalten, indem wir θ', ϖ' als Functionen von θ, ϖ vermittelst der obigen Gleichungen ausdrücken. Dieß kann folgendermaßen geschehen. Man setze

$$\text{x} = \text{tang}\,\theta'\,.\cos\varpi'$$

$$\text{y} = \text{tang}\,\theta'\,.\sin\varpi'$$

$$\text{xx} + \text{yy} = \text{tang}\,\theta'^2$$

$$\cos\theta'^2 = \frac{1}{1 + \text{xx} + \text{yy}}$$

$$\text{tang}\,\varpi' = \frac{\text{bby}}{\text{Ax} + \text{C}}.$$

Da nun außerdem

$$\text{VV} = \text{bb} + (\text{aa} - \text{bb})\,.\cos\varphi^2.$$

$$= \cos\theta'^2 \left\{\frac{\text{bb}}{\cos\theta'^2} + (\text{aa}-\text{bb})(\cos\lambda + \sin\lambda\,.\,\text{tang}\,\theta'.\cos\varpi')^2\right\}$$

so wird die zweite der Gleichungen (11), indem man quadrirt

[redacted]

Substituirt man dann diese Werthe in die partiellen Differentiale von V' in die Gleichungen (8) und (9), so werden dieselben folgende Gestalt annehmen

$$\sin\theta . \cos\varpi = -\frac{W^2 . \sin\theta' \cos\varpi'}{a\,b\,W}$$
$$-\frac{(a^2 - b^2)\cos\varphi \sin\lambda\,(1 - \cos\varpi'^2 \sin\theta'^2)}{a\,b\,W}$$
$$+\frac{(a^2 - b^2)\cos\varphi \cos\lambda \sin\theta' . \cos\theta' . \cos\varpi'}{a\,b\,W}$$

$$\sin\theta . \sin\varpi = -\frac{W^2 . \sin\theta' . \sin\varpi'}{a\,b\,W}$$
$$+\frac{(a^2 - b^2)\cos\varphi \sin\lambda . \sin\varpi' \cos\varpi' \sin\theta'^2}{a\,b\,W}$$
$$+\frac{(a^2 - b^2)\cos\varphi . \cos\lambda . \sin\theta' . \cos\theta' \sin\varpi'}{a\,b\,W.}$$

Man setze hierin für $W\,W$, $b\,b + (a\,a - b\,b)\cos\varphi^2$, und bedenkt man, daß der Werth von $\cos\varphi$ aus der Gleichung (10) gegeben ist, so sehen wir, daß vorige beide Gleichungen sich auf

$$\sin\theta \cos\varpi = \frac{-b\,b \sin\theta' . \cos\varpi' - (a\,a - b\,b)\sin\lambda . \cos\varphi}{a\,b\,W}$$

reduciren, d. h. mit Anwendung der Gleichung (10) auf:

$$\left.\begin{aligned} -\sin\theta \cos\varpi &= \frac{a^2 - b^2) . \cos\lambda . \sin\lambda . \cos\theta'}{a\,b\,W} \\ &\quad + \frac{(a^2 \sin\lambda^2 + b^2 \cos\lambda^2)\cos\varpi' \sin\theta'}{a\,b\,W} \\ -\sin\theta . \sin\varpi &= \frac{b^2 . \sin\theta' . \sin\varpi'}{a\,b\,W} \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

794. Diese Gleichungen mit denjenigen verbunden, welche den Werth von W durch $\cos\varphi$, und den von $\cos\varphi$ durch θ', ϖ' ausdrücken, geben eine vollständige Auflösung der Aufgabe in dem Fall, wenn ein Lichtstrahl aus dem Krystall in die Luft tritt, und sind hinreichend, sowohl die Neigung des gebrochenen Strahls gegen die Oberfläche, als die Neigung der Ebene, in welcher der Hauptdurchschnitt liegt, zu bestimmen. Der Kürze wegen wollen wir setzen

$$a\,a . \sin\lambda^2 + b\,b . \cos\lambda^2 = A$$
$$a\,a . \cos\lambda^2 + b\,b . \sin\lambda^2 = B$$
$$(a\,a - b\,b) . \sin\lambda . \cos\lambda = C \qquad (12)$$

Diese Gleichungen, so wie auch die Gleichung (13) geben $\varpi' = \varpi$, so daß in diesem Fall die Brechungsebene mit der Einfalls-ebene dieselbe ist, und der ungewöhnliche Strahl nicht aus der Verticalebene heraustritt. Hierdurch erhalten wir

$$\operatorname{tang} \theta' = \frac{aa}{b} \cdot \frac{\sin \theta}{\sqrt{1 - aa \cdot \sin \theta^2}}, \quad (16)$$

welches das Gesetz der ungewöhnlichen Brechung in diesem Fall angiebt. Ist $\theta = o$, so wird $\theta' = o$, oder der senkrecht einfallende Strahl geht ungebrochen längs der Axe fort. Ist $\theta = 90°$, so wird

$$\operatorname{tang} \theta' = \frac{aa}{b\sqrt{1 - aa}}.$$

Setzen wir nun $b = \frac{1}{\mu}$, $a = \frac{1}{\mu}$, so wird dieses

$$\operatorname{tang} \theta' = \frac{\mu}{\mu' \sqrt{\mu'\mu' - 1}}; \quad (17)$$

Dieß giebt immer einen reellen Werth, da μ, μ' größer als die Einheit sind, so daß der Strahl in den Krystall eindringen kann, wie groß auch seine Schiefe seyn mag.

798. **Zweiter Fall.** Liegt die Axe in der Oberfläche, oder ist $\lambda = 90°$, so hat man $A = aa$, $B = bb$, $C = o$, und die Gleichungen werden

$$\operatorname{tang} \theta' \cdot \sin \varpi' = \frac{a \sin \theta \cdot \sin \varpi}{\sqrt{1 - \sin \theta^2 (a^2 \sin \varpi^2 + b^2 \cos \varpi^2)}} \quad (18)$$

$$\operatorname{tang} \theta' \cdot \cos \varpi' = \frac{bb}{a} \cdot \frac{\sin \theta \cdot \cos \varpi}{\sqrt{1 - \sin \theta^2 (aa \sin \varpi^2 + b^2 \cos \varpi^2)}} \quad (19)$$

[redacted]

Nun haben wir aber

$$Ax + C = \frac{bby}{\tang \varpi},$$

$$x = \frac{bby}{A . \tang \varpi} - \frac{C}{A}.$$

Substituirt man, so nimmt vorige Gleichung die Form $pyy + q = o$ an, und wird sie aufgelöst, so kommt

$$y = \tang \theta' . \sin \varpi'$$

$$= \frac{aa . \sin \theta . \sin \varpi}{\sqrt{A - a^2 . \sin \theta^2 (A . \sin \varpi^2 + b^2 \cos \varpi^2)}} \quad (14)$$

und substituirt man diesen Ausdruck im Werthe von x, so erhält man

$$x = \tang \theta' . \cos \varpi' \quad (15)$$

$$= \frac{a^2 b^2}{A} . \frac{\sin \theta . \cos \varpi}{\sqrt{A - a^2 \sin \theta^2 (A \sin \varpi^2 + bb \cos \varpi^2)}} - \frac{C}{A}$$

Diese Gleichungen sind mit denjenigen identisch, welche Malus in seiner Théorie de la double réfraction bewiesen hat, einige leichte Unterschiede der Bezeichnung ausgenommen, die daher rühren, daß wir ϖ, ϖ' von den entgegengesetzten Punkten des Kreises aus gerechnet haben.

796. Die Werthe von A, B, C hängen bloß von a, b, λ, d. h. von der besondern Natur des Krystalls, die das Verhältniß der Axen des Sphäroids der doppelten Brechung bestimmt, und von der Neigung der Axe gegen die Oberfläche, auf welche der Strahl einfällt, ab. Die erstere ist für einen und denselben Krystall constant, welche Lage auch die Oberfläche haben mag; die letztere ist für jede gegebene Oberfläche constant. Hieraus sieht man, daß das allgemeine Gesetz der doppelten Brechung, wenn wir uns auf die Betrachtung einer der Lage nach gegen die Axe gegebenen Fläche beschränken, sich in eine unendliche Menge besonderer Fälle auflöst, von denen wir einige jetzt betrachten wollen.

797. Erster Fall. Ist die Oberfläche senkrecht auf der Axe, so wird $\lambda = o$, $A = bb$, $B = aa$, $C = o$ und die Gleichungen (14) und (15) geben

$$\tang \theta' . \sin \varpi' = \frac{aa}{b} . \frac{\sin \theta . \sin \varpi}{\sqrt{1 - a^2 \sin \theta^2}},$$

$$\tang \theta' . \cos \varpi' = \frac{aa}{b} . \frac{\sin \theta . \cos \varpi}{\sqrt{1 - a^2 \sin \theta^2}}.$$

Diese Gleichungen, so wie auch die Gleichung (13)
$\varpi' = \varpi$, so daß in diesem Fall die Brechungsebene mit der Ein
ebene dieselbe ist, und der ungewöhnliche Strahl nicht aus der
ticalebene heraustritt. Hierdurch erhalten wir

$$\tang \theta' = \frac{aa}{b} \cdot \frac{\sin \theta}{\sqrt{1 - aa \cdot \sin \theta^2}}, \quad (16)$$

welches das Gesetz der ungewöhnlichen Brechung in diesem Fal
giebt. Ist $\theta = o$, so wird $\theta' = o$, oder der senkrecht einfa
Strahl geht ungebrochen längs der Axe fort. Ist $\theta = 90°$, so

$$\tang \theta' = \frac{aa}{b\sqrt{1 - aa}}.$$

Setzen wir nun $b = \frac{1}{\mu}$, $a = \frac{1}{\mu}$, so wird dieses

$$\tang \theta' = \frac{\mu}{\mu' \sqrt{\mu'\mu' - 1}}; \quad (17)$$

Dieß giebt immer einen reellen Werth, da μ, μ' größe
die Einheit sind, so daß der Strahl in den Krystall eindringen
wie groß auch seine Schiefe seyn mag.

798. Zweiter Fall. Liegt die Axe in der Oberfläche,
ist $\lambda = 90°$, so hat man $A = aa$, $B = bb$, $C = o$, un
Gleichungen werden

$$\tang \theta' . \sin \varpi' = \frac{a \sin \theta . \sin \varpi}{\sqrt{1 - \sin \theta^2 (a^2 \sin \varpi^2 + b^2 \cos \varpi^2)}}$$

$$\tang \theta' . \cos \varpi' = \frac{bb}{a} \cdot \frac{\sin \theta . \cos \varpi}{\sqrt{1 - \sin \theta^2 (aa \sin \varpi^2 + b^2 \cos \varpi^2)}}$$

$$\tang \varpi' = \frac{aa}{bb} \tang \varpi = \left(\frac{\mu}{\mu'}\right)^2 \tang \varpi \quad (20$$

Die letzte dieser Gleichuugen zeigt, daß der ungewöhnliche S
von der Einfallsebene abweicht. Der Betrag dieser Abweichung
schwindet, wenn die Einfallsebene mit dem Hauptdurchschnitt zu
menfällt, er nimmt aber auf jeder Seite zu, bis er eine g
Größe erreicht hat, indem die Ablenkung von der Axe abwärt
schieht, oder die Brechungsebene macht einen größern Winke
der Axe als die Einfallsebene. Beide Ebenen nähern sich dann
ander wieder, und ist $\varpi = 90°$, $\tang \varpi = \infty$, $\tang \varpi' =$
folglich $\varpi' = 90°$, d. h. die Brechungsebene fällt dann mit der
fallsebene wieder zusammen.

799. Die Gleichungen (18) und (19) zeigen, daß der gebrochene Strahl in diesem Fall um das Einfallsloth keinen Kegelschnitt beschreibt, wenn der einfallende Strahl dieses thut, und daher ändert sich das Brechungsgesetz in jedem Azimuth. Zwei Fälle verdienen besonders bemerkt zu werden, nämlich diejenigen, in welchen die Einfallsebene mit dem Hauptdurchschnitt zusammenfällt, und wenn sie senkrecht auf demselben steht. Im ersten Fall ist $\varpi = o, \varpi' = o$, so daß

$$\operatorname{tang}\theta' = \frac{bb}{a} \cdot \frac{\sin\theta}{\sqrt{1 - bb\sin\theta^2}} \qquad (21)$$

Eine merkwürdige Relation findet in diesem Fall zwischen den Brechungswinkeln des gewöhnlichen und des ungewöhnlichen Strahls statt, indem ihre Tangenten ein gegebenes Verhältniß zu einander haben. Ist (θ') der Brechungswinkel für den gewöhnlichen Strahl, so haben wir

$$\sin(\theta') = \frac{1}{\mu}\sin\theta = b \cdot \sin\theta,$$

und daher auch

$$\operatorname{tang}\theta' = \frac{b}{a} \cdot \frac{\sin(\theta')}{\sqrt{1 - \sin(\theta')^2}}$$

$$= \frac{b}{a} \cdot \operatorname{tang}(\theta') \qquad (22)$$

Im letztern Fall, wo die Brechungsebene senkrecht auf der Axe steht, ist $\varpi = \varpi' = 90°$, und wir erhalten

$$\operatorname{tang}\theta' = \frac{a\sin\theta}{\sqrt{1 - aa\sin\theta^2}}$$

$$\sin\theta' = a \cdot \sin\theta. \qquad (23)$$

800. In diesem Fall steht daher der Sinus des Einfallswinkels zu dem des Brechungswinkels in einem bestimmten Verhältniß, und die ungewöhnliche Brechung geschieht nach demselben Gesetz als die gewöhnliche, nur mit einem andern Brechungsverhältniß, nämlich μ' oder $\frac{1}{a}$ statt μ oder $\frac{1}{b}$. Betrachten wir daher nur diesen besondern Fall, so scheint das Mittel zwei Brechungsverhältnisse zu haben, ein gewöhnliches und ein ungewöhnliches.

801. Durch sorgfältige Untersuchung dieser Fälle wurde Dr. Wollaston in den Stand gesetzt, sich von der Richtigkeit des Huygenianischen Gesetzes zu überzeugen. Der zuletzt erwähnte Umstand

Theilchen in krystallisirten Körpern sich in einem von dem im freien Raume sehr verschiedenen physischen Zustand befinden, und entweder auf irgend eine Art mit den festen Theilchen verbunden (z. B. um dieselben Atmosphären bilden), oder Gesetzen einer gegenseitigen Wirkung unterworfen sind, die sich denjenigen nähern, welche die Theilchen fester Körper auf einander ausüben, und hierdurch selbst an einer krystallinischen Zusammenfügung und einer gegenseitigen Abhängigkeit Theil nehmen.

805. Es würde unsere vorgesteckten Gränzen zu weit überschreiten, wenn wir die besondern Anwendungen der allgemeinen Formeln (13), (14), (15) weiter verfolgen wollten. Der Leser, welcher noch weitere Untersuchungen verlangt, kann das oft angeführte Werk von Malus Théorie de la double réfraction benutzen, dem im Jahr 1810 von dem Französischen Institut der Preis zuerkannt wurde. Rücksichtlich der Theorie der innern Zurückwerfung des ungewöhnlichen Strahls, die viele merkwürdige Sonderbarkeiten enthält, so wie über die Brennpunkte von Linsen, die aus doppelt brechenden Krystallen bestehen, müssen wir auf dasselbe Werk verweisen. Von letzterm Fall wollen wir nur die Resultate ausziehen, wenn die Linse doppelt convex ist, und die Axe der doppelten Brechung mit der Richtung der Axe zusammenfällt. Es seyen zu diesem Zweck

r, r' die Halbmesser der vordern und der hintern Fläche der Linse, beide als convex betrachtet.

$d =$ der Entfernung des strahlenden Punkts in der Axe.

$a, b =$ dem Aequatorial- und Polarhalbmesser des Sphäroids der doppelten Brechung.

[redacted]

stalle in zwei Classen, die von einigen anziehend und abstoßend, von andern positiv und negativ genannt werden; letztere Benennungsart ist vorzuziehen, da die erste andere theoretische Betrachtungen voraussetzt. Positive Krystalle sind daher solche, wo $a < b$ ist, oder in denen das Sphäroid der doppelten Brechung verlängert ausfällt. Bei diesen ist der Coefficient

$$-\left(\frac{1}{bb}-\frac{1}{aa}\right)=k$$

positiv, und das Quadrat der Geschwindigkeit $vv + k.\sin\theta^2$ (wo $v = \frac{1}{b} =$ der Geschwindigkeit des gewöhnlichen Strahls innerhalb des Mittels) wird durch die Wirkung des Mittels vermehrt, und ist in der Axe ein Minimum. Bei der negativen Classe ist der Coefficient k negativ, $a > b$, oder das Sphäroid der doppelten Brechung abgeplattet, und die Geschwindigkeit des ungewöhnlichen Strahls ist in der Axe ein Maximum. Bei positiven Krystallen ist daher das gewöhnliche Brechungsverhältniß (μ) kleiner als das ungewöhnliche, bei negativen größer. Zu der ersten Classe gehören Quarz, Eis, Zirkon, Apophyllit (wenn er nur Eine Axe hat); zur letztern isländischer Spath, Beryll, Smaragd, Apatit u. s. w. Die negative Classe übertrifft an Anzahl der natürlichen und künstlichen Krystalle die positive bei Weitem. Biot war der erste, der beide Classen unterschied.

805. Im Undulationssystem ist die Geschwindigkeit das Umgekehrte von der in der Corpusculartheorie, und sie verhält sich daher direct wie der Halbmesser des Sphäroids der doppelten Brechung. Eine von irgend einem Punkt innerhalb des Krystalls fortgepflanzte Welle durchläuft also in verschiedenen Richtungen in derselben Zeit Räume, welche den Halbmessern des Sphäroids, die mit diesen Richtungen parallel laufen, proportional sind, und daher ist in jedem Augenblick die Welle selbst ein Sphäroid, welches dem der doppelten Brechung ähnlich ist. Dieß sind Huygens Gedanken über diesen Gegenstand. Es wird hierdurch nöthig, daß wir den Krystall, oder den Aether innerhalb des Krystalls, durch welchen die Welle fortgepflanzt wird, so ansehen, als ob er nach verschiedenen Richtungen verschiedene Elasticität besäße. Rücksichtlich der Theilchen des festen Körpers ist hierin keine Unmöglichkeit vorhanden; allein findet die Fortpflanzung des Lichts innerhalb des Körpers bloß vermittelst der Elasticität des Aethers statt, so müssen wir annehmen, daß seine

und jeder Punkt in der Linie CD, die senkrecht auf CK oder mit KT parallel ist, zu gleicher Zeit ein Mittelpunkt der Vibrationen werden. Die allgemeine Welle ist daher eine Oberfläche, welche alle Ellipsoiden berührt, die um jeden Punkt der Oberfläche beschrieben sind, deren Axen parallel, ihre erzeugenden Ellipsen ähnlich, und ihre linearen Dimensionen dem Abstand ihres Mittelpunkts von der Linie KT proportional sind. Folglich kann dieselbe keine andere seyn, als die oben erwähnte Berührungsebene IKT.

808. Dieß ist also die Gestalt und die Lage der allgemeinen Welle innerhalb des Krystalls. Betrachten wir nur den sehr kleinen Theil derselben, welcher von C aus geht, so ist es einleuchtend, daß I der entsprechende Punkt in derselben ist, und daß folglich CI die Richtung des Strahls ausmacht, weil I denjenigen Punkt angiebt, auf welchen dieser Theil der allgemeinen Welle, wenn er durch eine sehr kleine Oeffnung in C hindurchgelassen würde, fallen wird.

809. Wir sehen hieraus, daß wir einen ungewöhnlichen Strahl nicht mehr als die Normale auf der Oberfläche der Welle betrachten können. Er wird gegen diese Oberfläche in schiefer Richtung fortgepflanzt. Sobald jedoch wieder die Welle in das umgebende Mittel übertritt, findet das gewöhnliche Gesetz der senkrechten Fortpflanzung wieder statt.

810. Um die Identität des aus dieser Construction hervorgehenden Gesetzes der ungewöhnlichen Brechung mit dem, welches durch die allgemeinen Gleichungen (13), (14), (15) ausgedrückt wird, zu zeigen, brauchen wir dasselbe nur in die analytische Sprache zu über-

[redacted]

eine gewöhnliche Welle, und in jedem Augenblick eine gleiche Lage mit derselben haben würde, vorausgesetzt, daß man das Brechungsverhältniß gehörig annimmt. Der einzige Unterschied besteht darin, daß die Bewegung der schwingenden Theilchen, aus denen sie besteht, in verschiedenen Ebenen geschehe. Tritt diese Welle aus dem Mittel heraus, so gehorcht sie denselben Gesetzen als bei dem Eintritt, so daß sie eine ebene Welle bleibt, und ihr Durchschnitt mit der Oberfläche, an der sie austritt, sich nicht ändert.

812. Hieraus folgt, daß wenn wir aus irgend einem doppelt brechenden Krystall mit einer Axe ein Prisma schneiden, und auf dasselbe einen Strahl in einer Ebene fallen lassen, die senkrecht auf der Kante des Prisma steht, so tritt sowohl der gewöhnliche als der ungewöhnliche Strahl in derselben Ebene heraus, und ihre Trennung findet in einer Ebene statt, welche den einfallenden und den gewöhnlich gebrochenen Strahl enthält, und wird daher scheinbar so beschaffen seyn, als ob das Mittel zwei verschiedene Brechungskräfte besäße. Bloß dann, wenn die Kante des Prisma schief gegen die Einfallsebene liegt, kann der ungewöhnliche Strahl aus der Ebene, die den einfallenden und gewöhnlich gebrochenen Strahl enthält, heraustreten.

813. Wir sehen hierdurch, daß wir in der Theorie der ungewöhnlichen Brechung zwei Dinge, welche in der gewöhnlichen einerlei sind, als wesentlich von einander verschieden betrachten müssen, nämlich die Geschwindigkeit der Lichtwellen und die Geschwindigkeit der Lichtstrahlen. Diese Unterscheidung muß späterhin sorgfältig im Auge behalten werden, wenn wir das Gesetz der Brechung in Krystallen mit zwei Axen behandeln. Hierzu sind wir jedoch noch nicht hinlänglich vorbereitet, da die Kenntniß dieses Gesetzes eine Bekanntschaft mit einer Menge Erscheinungen, die von der Polarisation des Lichts abhängen, wovon noch nichts gesagt worden ist, voraussetzt. Es wird hinreichend seyn, hier zu erwähnen, daß die ganze Lehre von der doppelten Brechung neulich durch die Untersuchungen von Fresnel eine völlige Revolution erlitten hat, durch welche die ganze Ansicht der physischen Optik geändert worden ist. Man hat es lange als gewiß angenommen, daß bei den doppelt brechenden Krystallen der eine Strahl immer die Gesetze der gewöhnlichen Brechung befolgte. Außerdem hatte man durch Versuche, die hernach erzählt werden sollen, ausgemacht, daß der Unterschied der Quadrate der Geschwin-

digkeiten beider Strahlen in allen Fällen dem Product der Sinus der Winkel, zwischen dem außerordentlichen Strahl und den beiden Axen proportional ist. Hieraus schloß man, daß die Geschwindigkeit des ungewöhnlichen Strahls in allen Fällen durch

$$\sqrt{vv + k \,.\, \sin\varphi \,.\, \sin\varphi'}$$

dargestellt würde, wo v die des gewöhnlichen Strahls, k ein von der Natur des Krystalls abhängender constanter Coefficient ist, und φ, φ' die erwähnten Winkel sind. Giebt man dieses zu, so findet keine Schwierigkeit statt, die doppelt gekrümmte Oberfläche zu bestimmen, die man an die Stelle des Sphäroids setzen muß, damit man die in §. 806 beschriebene Construction, oder die allgemeine Formel §. 792 auf diesen Fall anwenden könne. Nennen wir α den halben Winkel zwischen beiden Axen, und nehmen drei Coordinatenaxen an, von denen die eine x den Winkel halbirt, und die Axe der y in derselben Ebene liegt, so hat man vermittelst der sphärischen Trigonometrie

$$\cos\varphi = \frac{x \,.\, \cos\alpha + y \,.\, \sin\alpha}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}},$$

$$\cos\varphi' = \frac{x \,.\, \cos\alpha - y \,.\, \sin\alpha}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}.$$

Da nun der Halbmesser der Oberfläche der Welle r oder $\sqrt{x^2+y^2+z^2}$, immer gleich

$$\frac{1}{V'}, \text{ oder } \frac{1}{\sqrt{vv + k \,.\, \sin\varphi \,.\, \sin\varphi'}}$$

[redacted]

eine gewöhnliche Welle, und in jedem Augenblick eine gleiche Lage mit derselben haben würde, vorausgesetzt, daß man das Brechungsverhältniß gehörig annimmt. Der einzige Unterschied besteht darin, daß die Bewegung der schwingenden Theilchen, aus denen sie besteht, in verschiedenen Ebenen geschehe. Tritt diese Welle aus dem Mittel heraus, so gehorcht sie denselben Gesetzen als bei dem Eintritt, so daß sie eine ebene Welle bleibt, und ihr Durchschnitt mit der Oberfläche, an der sie austritt, sich nicht ändert.

812. Hieraus folgt, daß wenn wir aus irgend einem doppelt brechenden Krystall mit einer Axe ein Prisma schneiden, und auf dasselbe einen Strahl in einer Ebene fallen lassen, die senkrecht auf der Kante des Prisma steht, so tritt sowohl der gewöhnliche als der ungewöhnliche Strahl in derselben Ebene heraus, und ihre Trennung findet in einer Ebene statt, welche den einfallenden und den gewöhnlich gebrochenen Strahl enthält, und wird daher scheinbar so beschaffen seyn, als ob das Mittel zwei verschiedene Brechungskräfte besäße. Bloß dann, wenn die Kante des Prisma schief gegen die Einfallsebene liegt, kann der ungewöhnliche Strahl aus der Ebene, die den einfallenden und gewöhnlich gebrochenen Strahl enthält, heraustreten.

813. Wir sehen hierdurch, daß wir in der Theorie der ungewöhnlichen Brechung zwei Dinge, welche in der gewöhnlichen einerlei sind, als wesentlich von einander verschieden betrachten müssen, nämlich die Geschwindigkeit der Lichtwellen und die Geschwindigkeit der Lichtstrahlen. Diese Unterscheidung muß späterhin sorgfältig im Auge behalten werden, wenn wir das Gesetz der Brechung in Krystallen mit zwei Axen behandeln. Hierzu sind wir jedoch noch nicht hinlänglich vorbereitet, da die Kenntniß dieses Gesetzes eine Bekanntschaft mit einer Menge Erscheinungen, die von der Polarisation des Lichts abhängen, wovon noch nichts gesagt worden ist, voraussetzt. Es wird hinreichend seyn, hier zu erwähnen, daß die ganze Lehre von der doppelten Brechung neulich durch die Untersuchungen von Fresnel eine völlige Revolution erlitten hat, durch welche die ganze Ansicht der physischen Optik geändert worden ist. Man hat es lange als gewiß angenommen, daß bei den doppelt brechenden Krystallen der eine Strahl immer die Gesetze der gewöhnlichen Brechung befolgte. Außerdem hatte man durch Versuche, die hernach erzählt werden sollen, ausgemacht, daß der Unterschied der Quadrate der Geschwin-

Erscheinungen der Zurückwerfung und Brechung rücksichtlich der Richtung und Intensität des zurückgeworfenen oder gebrochenen Strahls gäben, wie es auch auf die zurückwerfende oder brechende Oberfläche fallen mag, vorausgesetzt, daß der Einfallswinkel und die Ebene, in welcher derselbe liegt, sich nicht ändert. Dieß ist von dem Lichte wahr, welches sich in einem solchen Zustande befindet, wie es unmittelbar aus der Sonne oder einem andern selbstleuchtenden Körper ausfließt. Man kann annehmen, daß ein solcher Lichtstrahl, der unter einem gegebenen Winkel auf eine gegebene Oberfläche fällt, sich um eine Axe drehe, die mit seiner eigenen Richtung zusammenfällt, oder, was auf dasselbe hinauskommt, die zurückwerfende oder brechende Oberfläche kann um den Strahl als Axe gedreht werden, indem sie sonst in allen andern Rücksichten dieselbe relative Lage gegen denselben beibehält, und man wird keine Aenderung in den Erscheinungen bemerken. Befestigen wir z. B. in einer langen cylindrischen Röhre eine Glasplatte, oder ein anderes Mittel in einer beliebigen Neigung gegen die Axe, und drehen dann das Ganze, nachdem wir es nach der Sonne gerichtet haben, um seine Axe, so wird die Intensität des zurückgeworfenen oder gebrochenen Strahls keine Aenderung erleiden, und seine Richtung (wenn er abgelenkt wird) dreht sich zugleich mit dem ganzen Apparat gleichmäßig herum, so daß wenn er auf einer Tafel aufgefangen wird, die mit der Röhre fest verbunden ist, so fällt er während der Drehung immer auf denselben Punkt. Wir können auch das von einem Stück weißglühenden Eisens herkommende Licht auffangen, und die Erscheinungen werden dieselben bleiben, das Eisen mag sich in Ruhe befinden, oder um eine Axe gedreht werden, die mit der Richtung des Strahls

[redacted]

wähnt ist, die Basis, auf welcher diese Theorie ruhte, zerstört, indem sie die Nichtexistenz eines gewöhnlich gebrochenen Strahls in Krystallen mit zwei Axen bewiesen. Die Theorie, welche er an ihre Stelle gesetzt hat, und die man als eine der feinsten Theorien der neuern Wissenschaften ansehen muß, müssen wir jedoch für eine spätere Stelle aufsparen. Wir behandeln jetzt

Die Polarisation des Lichts.

814. Die Erscheinungen, welche zu dieser Abtheilung unseres Gegenstandes gehören, sind so sonderbar und mannichfaltig, daß Jemand, der die physische Optik nur unter der bis jetzt dargestellten Beziehung studirt hat, gleichsam in eine neue Welt tritt, die so glänzend ist, daß sie die angenehmsten Zweige der experimentalen Forschungen ausmacht, und die so fruchtbare Aussichten über die Beschaffenheit der Körper und des tiefern Mechanismus des Universums eröffnet, daß man sie in den ersten Rang der physisch-mathematischen Wissenschaften stellen kann, den sie auch vermöge der geometrischen Schärfe, der ihre Beschaffenheit fähig ist, und welche sie auch verlangt, behauptet. Die Verwickelung sowohl als die Mannichfaltigkeit ihrer Erscheinungen, und die beispiellose Schnelligkeit, mit welcher die Entdeckungen auf einander folgten, haben bisher verhindert, dieselben in ein systematisches Gewand einzukleiden, aber nachdem die zahllosen unvollkommenen Theorien verworfen worden sind, scheint dieser Theil diejenige Festigkeit erlangt zu haben, die uns freilich nicht in den Stand setzt, durch deutliche Schritte aus einer allgemeinen Ursache die Erscheinungen abzuleiten, aber uns sie doch in einer regelmäßigen Ordnung darstellen läßt, einen gegenseitigen Zusammenhang zwischen den verschiedenen Classen der Erscheinungen zeigt, was ein wesentlicher Schritt zu einer vollkommenen Theorie ist, und uns des verirrenden Details einer Menge einzelner Facta überheben, die nachdem sie zur Induction gedient haben, auf das allgemeine Gesetz, aus welchem sie entsprungen sind, zurückgeführt werden müssen.

---

§. II. Allgemeine Begriffe über den Unterschied zwischen dem polarisirten und nichtpolarisirten Licht.

815. Bei allen Eigenschaften des Lichts, die wir bisher aufgestellt haben, betrachteten wir dasselbe immer so, als ob dieselben

Erscheinungen der Zurückwerfung und Brechung rücksichtlich der
tung und Intensität des zurückgeworfenen oder gebrochenen St
gäben, wie es auch auf die zurückwerfende oder brechende Ober
fallen mag, vorausgesetzt, daß der Einfallswinkel und die Ebene
welcher derselbe liegt, sich nicht ändert. Dieß ist von dem Lichte
welches sich in einem solchen Zustande befindet, wie es unmittelbar a
Sonne oder einem andern selbstleuchtenden Körper ausfließt.
kann annehmen, daß ein solcher Lichtstrahl, der unter einem gege
Winkel auf eine gegebene Oberfläche fällt, sich um eine Axe drehe, d
seiner eigenen Richtung zusammenfällt, oder, was auf dasselbe hi
kommt, die zurückwerfende oder brechende Oberfläche kann um den S
als Axe gedreht werden, indem sie sonst in allen andern Rücksichte
selbe relative Lage gegen denselben beibehält, und man wird
Aenderung in den Erscheinungen bemerken. Befestigen wir z. B
einer langen cylindrischen Röhre eine Glasplatte, oder ein an
Mittel in einer beliebigen Neigung gegen die Axe, und drehen
das Ganze, nachdem wir es nach der Sonne gerichtet haben,
seine Axe, so wird die Intensität des zurückgeworfenen oder g
chenen Strahls keine Aenderung erleiden, und seine Richtung (
er abgelenkt wird) dreht sich zugleich mit dem ganzen Apparat g
mäßig herum, so daß wenn er auf einer Tafel aufgefangen wird
mit der Röhre fest verbunden ist, so fällt er während der Dre
immer auf denselben Punkt. Wir können auch das von einem
weißglühenden Eisens herkommende Licht auffangen, und die Er
nungen werden dieselben bleiben, das Eisen mag sich in Ruhe befi
oder um eine Axe gedreht werden, die mit der Richtung des St
zusammenfällt.

816. Wenn wir aber statt eines unmittelbar aus einem s
leuchtenden Körper ausfließenden Strahls einen andern Strahl,
schon einige Zurückwerfungen oder Brechungen erlitten hat, oder
auf irgend eine Weise lange der Einwirkung materieller Körper u
worfen gewesen ist, untersuchen, so finden wir, daß diese vollkom
Gleichförmigkeit nicht mehr stattfindet. Es bleibt nicht länger g
gültig, in welcher Ebene in Hinsicht auf den Strahl selbst die zu
werfende oder brechende Oberfläche demselben vorgehalten wird.
Strahl scheint gleichsam eine linke und rechte, eine vordere und eine hi
Seite erlangt zu haben, und die Intensität, wenn auch nich
Richtung des zurückgeworfenen oder durchgelassenen Theils h

wesentlich von der Richtung gegen die Seiten ab, in welcher die Einfallsebene liegt, obgleich alles Uebrige ungeändert bleibt. In diesem Zustande sagt man, es sey polarisirt. Man kann sich den Unterschied zwischen einem polarisirten und einem gewöhnlichen Lichtstrahl dadurch vorstellen, daß man den letztern als einen cylindrischen und den erstern als einen vierseitigen prismatischen Stab annimmt. Es ist einleuchtend, daß wenn der Cylinder gegen irgend eine Oberfläche unter einem gegebenen Winkel in einer gegebenen Ebene geneigt wird, so kann derselbe um seine eigene Axe gedreht werden, ohne daß er sein Verhältniß gegen die Ebene ändert, während das Prisma wesentliche Abänderungen erleidet. Wir wollen z. B. annehmen (es ist dieß bloß ein Gleichniß, von dem wir nicht wünschten, daß es der Leser als eine Analogie mit dem Folgenden ansehen möchte), wir sollten einen solchen Stab in eine Oberfläche hineintreiben, die aus einzelnen Fasern oder aus parallel liegenden Blättchen bestünde, so würden wir viel leichter in dieselbe eindringen, wenn wir die breite Seite des Prisma den Blättchen parallel, als wenn wir denselben quer durch halten. Man kann eine dünne Scheibe zwischen die Stäbe eines Gitters schieben, die, wenn sie kreuzweise angebracht würden, ein unübersteigliches Hinderniß darbieten.

817. Wir wollen nun aber mehr ins Einzelne gehen und einen deutlichern Begriff von der ausgezeichneten Verschiedenheit geben, die zwischen einem polarisirten und einem nicht polarisirten Strahl stattfindet. Es giebt viele krystallisirte Mittel, welche, wenn sie in parallele Platten geschnitten werden, hinreichend durchsichtig sind und das Licht mit vollkommener Regelmäßigkeit hindurchgehen lassen, bei dem man jedoch nach seinem Heraustreten die hier in Rede stehende besondere Eigenschaft findet. Eins der merkwürdigsten ist der Turmalin. Dieses Mineral krystallisirt in langen Prismen, deren primitive Form das stumpfe Rhomboid ist, dessen Axe der des Prisma parallel liegt. Die Seitenflächen dieser Prismen sind oft so zahlreich, daß sie dadurch eine cylindrische Gestalt erhalten. Nehmen wir nun einen dieser Krystalle und spalten ihn in Platten, die mit der Axe des Prisma parallel sind, und eine mäßige und gleichförmige Dicke besitzen, z. B. $\frac{1}{20}$ Zoll, so kann man durch dieselben, nachdem sie polirt sind, leuchtende Gegenstände wie durch gefärbte Gläser sehen. Man bringe eine dieser Platten senkrecht zwischen das Auge und ein

Licht, so sieht man das letztere mit gleicher Deutlichkeit in jeder
der Axe gegen den Horizont (unter der Axe versteht man hier
Linie, die der Axe der Krystalle oder des Prisma parallel ist),
wenn man die Platte in ihrer eigenen Ebene herumdreht, so ben
man keine Aenderung in dem Bilde des Lichts. Hält man diese
Platte in einer festen Lage, z. B. die Axe vertical, bringt dann
zweite zwischen dieselbe und das Auge, und dreht dieselbe langsar
ihrer eigenen Ebene herum, so findet eine merkwürdige Erschein
statt. Das Licht erscheint und verschwindet abwechselnd bei jeder V
telumdrehung der Platte, indem es alle Grade der Helligkeit du
läuft,[1] vom Maximum bis zu einem vollständigen oder doch bei
vollständigen Verschwinden, und dann durch dieselben Abstufun
wieder zunimmt. Bemerken wir nun die Lage der zweiten P
gegen die erste, so finden wir, daß die Maxima der Erleuchtung d
stattfinden, wenn die Axen beider Platten einander parallel sind
daß die beiden Platten entweder eine gleiche oder einander entgegenge
Lage zu der haben, welche sie im Krystall besaßen, und daß die Min
oder das Verschwinden der Bilder dann statthat, wenn die A
einander senkrecht durchkreuzen. Bei Turmalinen, welche die gehö
Farbe besitzen, wird das Licht völlig aufgefangen, und die zus
mengesetzte Platte ganz undurchsichtig, obgleich sie einzeln sehr du
sichtig und von gleicher Farbe sind. Bei andern wird das Licht
zum Theil aufgehalten; allein wie man auch die Arten wählen m
so findet eine sehr merkliche Abnahme des Lichts bei der sich du
kreuzenden Lage statt. Wir wollen jetzt voraussetzen, daß die gewäh
Stücke diese Eigenschaft im höchsten Grade besitzen. Es ist nun
leuchtend, daß das Licht, indem es durch die erste Platte ging,
Eigenschaft erlangt hat, wodurch es sich von dem ursprünglichen
der Flamme unterscheidet. Das letztere wird durch die zweite P
in allen ihren Lagen hindurchgegangen seyn; das erstere ist in ein
Lagen hierzu völlig unfähig, während es in andern Lagen sogleich
durchgeht, und diese Lagen entsprechen gewissen Seiten, die
Strahl erhalten hat, welche der Axe der erstern Platte par
und darauf senkrecht sind. Hat außerdem der Strahl diese Seiten
mal erhalten, so behält er sie während seines ganzen folgenden W
bei (vorausgesetzt, daß er nicht wieder durch die Berührung mit
dern Körpern modificirt wird), denn es kommt gar nicht darauf
wie groß der Abstand beider Platten von einander sey. Aendert

die Lage der ersten Platte, so wendet sich die Seite des durchgegangenen Strahls um denselben Winkel, und die zweite verschluckt denselben nicht mehr in der ersten Lage, sondern sie muß um denselben Winkel als die erste Platte gedreht werden.

818. Außer dem Turmalin besitzen noch viele andere krystallisirte Körper diese sonderbare Eigenschaft, und verschiedene in sehr hohem Grade. Den Turmalin kann man sich jedoch sehr leicht verschaffen, und da er außerdem bei optischen Versuchen sehr nützlich ist, so rathen wir einem jeden Leser, der sich mit dem Praktischen dieses Theils der optischen Wissenschaften bekannt machen will, sich ein Paar solcher correspondirender Platten anzuschaffen. Die Farbe kommt dabei sehr in Betracht. Die blauen oder grünen besitzen diese Eigenschaft nur unvollkommen, eben so auch die gelben, ausgenommen wenn die Farbe ins Grünlichbraune fällt; die beste Farbe ist ein Haarbraun oder Rothbraun, und sie können von jedem Steinschneider gespalten und polirt werden.

819. Dieses ist aber nicht das einzige Mittel, durch welches eine Polarisation des Strahls hervorgebracht werden kann, auch ist dieses nicht das einzige Kennzeichen, durch welches sich das polarisirte Licht vom gewöhnlichen unterscheidet. Wir wollen daher der Ordnung nach die hauptsächlichsten Mittel beschreiben, durch welche die Polarisation des Lichts bewirkt wird, so wie die Kennzeichen, welche zugleich in einem Strahl vorhanden sind, wenn er polarisirt wird. Die Polarisation wird hervorgebracht:

1. Indem der Strahl unter einem gewissen Winkel von durchsichtigen Mitteln zurückgeworfen wird.
2. Indem derselbe durch ein regelmäßig krystallisirtes Mittel hindurchgeht, das die Eigenschaft der doppelten Brechung besitzt.
3. Indem derselbe durch eine hinreichende Menge durchsichtiger nicht krystallisirter Platten unter einem gehörigen Winkel hindurchgeht.
4. Indem er durch vielerlei andere Körper geht, z. B. Achat, Perlmutter u. s. w., die alle einen schichtenartigen Bau haben, und sich im unvollkommenen Zustande der Krystallisation befinden.

820. Die Kennzeichen, welche unveränderlich zu gleicher Zeit in einem polarisirten Strahl vorhanden sind, und durch welche er leicht als polarisirt erkannt werden kann, sind folgende:

1. Die Unfähigkeit durch eine oben beschriebene Turmal zu gehen, wenn er in gewissen Stellungen der Platte s auf dieselbe fällt, und der leichte Durchgang desselben in Lagen, die auf der ersten senkrecht stehen.
2. In gewissen Lagen der Einfallsebene und gewisser St Einfallswinkels kann derselbe von einem durchsichtigen Mittel nicht zurückgeworfen werden.
3. Er wird von doppelt brechenden Körpern, in der La welcher ein gewöhnlicher Strahl sich in zwei Strahlen nicht mehr zerlegt.

Außer diesen Kennzeichen kann man noch eine große anderer aufzählen, die man jedoch besser als Eigenschaften de und der verschiedenen Mittel zugleich ansehen kann. Man leicht, daß alle diese Kennzeichen negativer Art sind, indem polarisirten Licht Eigenschaften absprechen, die das gewöhnlic besitzt, und daß sie bloß die Intensität des Lichts, aber nic Richtung betreffen. Die Richtung, welche ein polarisirter Li unter jeden Umständen annimmt, ist von der, welche das gew Licht annehmen würde, und die ein Theil desselben immer nicht verschieden. Wird z. B. ein nicht polarisirter Strahl d doppelte Brechung in zwei gleiche Strahlenbündel zerlegt, so th der polarisirte in zwei ungleiche, von denen der eine zuweile verschwindet; allein ihre Richtungen sind völlig dieselben, als d nichtpolarisirten Strahls. Wir können daher als allgemeines Ge stellen, daß die Richtung, welche ein polarisirter Strahl ode Theile annimmt, sich immer durch dieselben Regeln, als die de polarisirten Lichts bestimmen läßt, allein die relative Intensitä Theile weicht von der des gewöhnlichen Strahls nach gewissen Ges

---

§. III. Von der Polarisation des Lichts durch Zurückwer

821. Wird ein grade von der Sonne herkommender Lic auf einer polirten Glasplatte oder einem andern Mittel aufge so wird immer ein größerer oder geringerer Theil desselben zu worfen. Die Intensität dieses Theils hängt von der Beschaf des Mittels und des Einfallswinkels ab, indem dieselbe größe wenn seine brechende Kraft größer ist, und je schiefer der E winkel genommen wird. Allein außerdem hat man gefunde

bei einem gewissen Einfallswinkel (der deßwegen auch der Polarisationswinkel heißt) der zurückgeworfene Strahl alle oben aufgezählten Eigenschaften besitzt, und daher ein polarisirter Lichtstrahl ist.

822. Diese merkwürdige Erscheinung wurde von Malus 1808 entdeckt, indem er zufälligerweise durch ein doppelt brechendes Prisma das von den Fenstern des Palastes Luxemburg in Paris zurückgeworfene Licht der untergehenden Sonne betrachtete. Indem er das Prisma herumdrehte, war er erstaunt einen merklichen Unterschied in der Intensität der beiden Bilder zu finden, da das am stärksten gebrochene das weniger gebrochene bei jeder Viertelsumdrehung an Helligkeit abwechselnd übertraf, und von selbigem übertroffen wurde. Diese Erscheinung verband sich in seinem Geist mit ähnlichen Erscheinungen, die durch Strahlen hervorgebracht wurden, die eine doppelte Brechung erlitten hatten, und die ihm sehr geläufig waren, da er sich zu dieser Zeit grade mit Untersuchungen dieser Art beschäftigte; er untersuchte alle Umstände mit der größten Aufmerksamkeit, und das Resultat war die Schöpfung eines neuen Zweiges der physikalischen Optik. So gehen tausend Erscheinungen täglich vor unsern Augen vorüber, die zu den wichtigsten Folgerungen führen würden. Der Same zu großen Entdeckungen umgibt uns überall, allein er fällt vergeblich auf einen unvorbereiteten Geist, und keimt nur da, wo vorhergehende Untersuchungen den Boden zu seiner Aufnahme bearbeitet haben, und die Aufmerksamkeit zur Wahrnehmung seines Werthes geweckt worden ist.

823. Um diese neue Eigenschaft, welche der zurückgeworfene Strahl erhalten hat, durch einen Versuch augenscheinlich zu machen, lege man eine große Glasplatte auf schwarzes Tuch, auf einen Tisch an einem offenen Fenster, und betrachte das vom Himmel oder den Wolken, wenn sie nicht zu dunkel sind, von der ganzen Oberfläche schief zurückgeworfene Licht, die dann gleichförmig ziemlich hell erscheint. Man schließe das eine Auge und setze vor das andere eine Turmalinplatte, die auf die erwähnte Art geschnitten ist, mit der Axe vertical. Man sieht dann auf der Oberfläche des Glases eine dunkle Wolke oder einen großen Fleck, dessen Mitte völlig schwarz ist. Sieht man diesen nicht sogleich, so wird er doch sichtbar werden, indem man das Auge erhebt oder senkt. Mißt man die Neigung der Linie, welche vom Mittelpunkt des Fleckes nach dem Auge zu gezogen wird, so findet man, daß dieselbe einen Winkel von ungefähr 33° mit der Oberfläche des Glases bildet. Dreht man nun die Turmalinplatte

zu deren besserer Verständlichkeit folgende Erklärung vorausgeschickt werden muß.

828. Erklärung. Die Polarisationsebene eines polarisirten Strahls ist diejenige Ebene, in welcher er zurückgeworfen werden muß, um in den Zustand der Polarisation zu gelangen, oder diejenige Ebene, welche durch den Weg des Strahls geht, und gegen welche perpendiculär der Strahl von einem durchsichtigen Mittel unter dem Polarisationswinkel nicht mehr zurückgeworfen werden kann, oder auch diejenige Ebene, in welcher, wenn die Axe der Turmalinplatte senkrecht darauf steht, kein Licht durch den Turmalin hindurchgeht. Man sagt auch, daß ein polarisirter Strahl in seiner Polarisationsebene auf die so eben erklärte Art polarisirt werde.

829. Die Polarisationsebene irgend eines polarisirten Strahls muß als eine der Seiten des polarisirten Strahls angesehen werden, die auf diese Art bei seinem ganzen künftigen Laufe gewisse Beziehungen zu dem ihn umgebenden Raume erlangt hat, die man, so lange sie unverändert bleiben, als dem Strahl angehörig und als auf keine Art von der besondern Art ihrer Entstehung abhängig, betrachten muß.

830. Die Gesetze der durch Zurückwerfung hervorgebrachten Polarisation sind folgende:

Erstes Gesetz. Alle zurückwerfenden Oberflächen sind fähig das Licht zu polarisiren, wenn es unter einem gehörigen Winkel einfällt; nur Metalle oder Körper, die eine sehr große Brechungskraft besitzen, scheinen dieß nur unvollkommen zu thun, indem bei diesen [redacted]

gewissen Drehungspunkte des Gestelles die Erleuchtung des Bildes, die in andern Stellungen sehr glänzend ist, eine plötzliche Abnahme erleidet, und endlich völlig verschwindet, und dieselbe Erscheinung einer Wolke oder eines großen dunkeln Fleckes stattfindet (wenn das Glas G groß genug ist). Ist die Neigung des Arms CD ganz richtig, so findet man leicht eine solche Lage, indem man das Gestell so lange verschiebt, bis der Mittelpunkt des Flecks ganz schwarz erscheint; ist die Neigung nicht ganz richtig, so bringe man den Fleck durch die horizontale Bewegung zur möglich größten Dunkelheit, und dann ändere man auf die eine oder andere Art die Neigung des Spiegels E, bis man eine vollständige Dunkelheit erlangt.

826. Eine andere und zu manchen Zwecken bequemere Methode, dieselbe Erscheinung darzustellen, besteht darin, daß man zwei aus Metall oder aus Pappe bestehende Röhren nimmt, die auf beiden Enden offen sind und so in einander passen, daß sie sich schwer drehen lassen. In jede dieser Röhren befestige man in dem von ihrer Vereinigung entfernten Ende eine Glasplatte, die auf der einen Seite geschwärzt ist und einen Winkel von 33° mit der Axe der Röhre macht, wie Fig. 172. Hat man dann die Röhre, welche die eine Glasplatte (A) enthält, so gestellt, daß das aus irgend einem leuchtenden Körper herkommende Licht, welches von der Platte zurückgeworfen wird, durch die Axe der Röhre geht, so befestige man sie in dieser Lage, und der zurückgeworfene Strahl wird wieder in B zurückgeworfen, und er kann nach seinem Heraustreten auf einer Tafel oder mit dem Auge aufgefangen werden. Nun drehe man die Röhre, welche den Spiegel B enthält, in der andern herum, so daß sich der Spiegel um den Strahl AB als Axe bewegt, indem er dieselbe Neigung behält. Dann wird sich der zweimal zurückgeworfene Strahl mit gleicher Winkelgeschwindigkeit bewegen und eine Kegeloberfläche beschreiben. Man wird aber bemerken, daß er hierbei seine Intensität ändert und in zwei Punkten der Umdrehung der Röhre *völlig verschwindet*. Beachten wir nun die gegenseitige Lage der Spiegel in diesem Augenblick, so werden wir finden, *daß die erste und zweite Zurückwerfungsebene mit einander einen rechten Winkel bilden.*

827. Indem diese Versuche mit allen Arten zurückwerfender Mittel wiederholt, und die Winkel, unter welchen der ursprüngliche Strahl einfallen muß, um polarisirt zu werden, durch genaue Messungen bestimmt wurden, fand man, daß folgende Gesetze stattfinden,

	2. $\theta = a$.				
$\theta' < a'$	Der zurückgeworfene St.				Volles Blaugrün.
$\theta' = a'$	—	—	—	—	Purpurroth.
$\theta' > a'$	—	—	—	—	Volle Pflaumenfarbe.
	3. $\theta > a$.				
$\theta' < a'$	—	—	—	—	Helles Blaugrün.
Mittel	—	—	—	—	Weiß.
$\theta' > a'$	—	—	—	—	Volles Roth.

Die Ursache dieser Farbenänderungen wird man besser begreifen, nachdem wir folgendes Gesetz aufgestellt haben, welches eines der allgemeinsten und auszeichnendsten Kennzeichen des polarisirten Lichts giebt.

833. Drittes Gesetz. Fällt ein polarisirter Lichtstrahl (es kommt hierbei nicht darauf an, auf welche Art er seine Polarisation erlangt hat) auf eine zurückwerfende Oberfläche eines durchsichtigen oder andern Mittels, das das Licht vollkommen zu polarisiren im Stande ist, in einer Ebene, die auf der Polarisationsebene des Strahls senkrecht steht, und unter einem Winkel, der dem Polarisationswinkel des Mittels gleich ist, so wird gar kein Theil des Strahls zurückgeworfen. Ist das Mittel so beschaffen, daß es das Licht nur unvollständig polarisiren kann, so wird ein Theil zurückgeworfen, aber viel schwächer, als wenn der einfallende Strahl nicht polarisirt ist.

Es ist einleuchtend, daß diese Eigenschaft dazu angewendet werden kann, das polarisirte Licht vom gewöhnlichen Licht zu unterscheiden, eben so wie die Verlöschung desselben durch eine Turma-

[redacted]

Strahlen; das Roth verschwindet daher am vollständigsten aus dem zurückgeworfenen Strahl in den Fällen, wo θ oder θ' kleiner als a oder a′ ist, und läßt einen Ueberschuß von blauen und grünen Strahlen. Das Umgekehrte findet im entgegengesetzten Falle statt. Ist $\theta < a$, und $\theta' < a'$, so wird daher die Farbe ein stärkeres Grün seyn, als wenn die Einfallswinkel im entgegengesetzten Sinn von den Polarisationswinkeln abweichen, und es ist einleuchtend, daß aus solchen entgegengesetzten Abweichungen sich eine Compensation ergeben kann, die einen weißen Strahl giebt.

835. Aus dem Gesetz, welches Dr. Brewster zur Bestimmung des Polarisationswinkels aufgestellt hat, ergeben sich einige merkwürdige Folgerungen, die sich in der Form von unterschiedenen Sätzen aufstellen lassen.

836. Erster Satz. Fällt ein Strahl auf eine durchsichtige Oberfläche, so daß der zurückgeworfene Theil vollständig polarisirt wird, so machen die gebrochenen und zurückgeworfenen Theile rechte Winkel.

Denn ist θ der Einfallswinkel, so haben wir $\operatorname{tang}\theta = \mu$, und ist ϱ der Brechungswinkel, so ist auch $\sin\varrho = \frac{\sin\theta}{\mu} = \frac{\sin\theta}{\operatorname{tang}\theta} = \cos\theta$. Also wird $\varrho = 90^\circ - \theta$; da aber θ der Einfallswinkel ist, so ist er auch der Zurückwerfungswinkel, und $\varrho + \theta$ ist daher gleich dem Supplement des Winkels zwischen dem zurückgeworfenen und gebrochenen Strahl, also ein rechter Winkel.

837. Fällt ein gewöhnlicher Lichtstrahl unter dem Polarisationswinkel auf eine parallele Platte eines durchsichtigen Mittels, so wird nicht bloß der von Außen, sondern auch der von Innen zurückgeworfene Strahl polarisirt seyn, so wie auch der aus beiden zusammengesetzte.

Da $\sin\varrho = \cos\theta$, und ϱ ebenfalls der Einfallswinkel auf der zweiten Oberfläche ist, so heben wir $\operatorname{tang}\varrho = \operatorname{cotang}\theta = \frac{1}{\operatorname{tang}\theta} = \frac{1}{\mu} =$ dem Brechungsverhältniß aus dem Mittel heraus. Folglich ist ϱ der Polarisationswinkel der innen auffallenden Strahlen, und daher wird der Theil des Strahls, der, nachdem er die erste Oberfläche durchdrungen hat, auf die zweite unter dem Polarisationswinkel fällt, und da zurückgeworfen wird, ebenfalls polarisirt, und da er wieder in der Polarisationsebene zur ersten Oberfläche zurückkehrt, wo der in.

dieser Ebene durchgelassene Theil keine Aenderung erleidet, so wird sowohl dieser als der zuerst zurückgeworfene Strahl in derselben Ebene polarisirt heraustreten.

838. Erster Zusatz. Um daher einen stärker polarisirten Strahl zu erhalten, können wir das Schwärzen und Rauhmachen der hintern Oberfläche unterlassen, vorausgesetzt, daß die Oberflächen wirklich parallel sind.

839. Wird eine Menge von parallelen Platten auf einander gelegt, so daß sie eine Säule bilden, so werden die von den verschiedenen Flächen zurückgeworfenen Strahlen alle in einer Ebene polarisirt, und man kann auf diese Art einen sehr kräftig polarisirten Strahl erlangen. Er kann jedoch aus einer Ursache, die wir sogleich angeben wollen, nicht mehr als die Hälfte des einfallenden Lichts enthalten, wie viel Platten man auch anwenden mag.

840. Eine aus zehn oder zwölf gewöhnlichen Fensterglasscheiben bestehende Säule ist bei vielen optischen Versuchen sehr bequem und nützlich. Legt man eine solche Säule vor ein offenes Fenster, so erhält man einen zerstreuten Strahl, in welchem jeder einzelne Strahl unter dem gehörigen Winkel polarisirt ist, der eine große Intensität besitzt, und zu vielen Erscheinungen, die wir späterhin beschreiben wollen, angewendet werden kann.

841. Dritter Satz. Ein Strahl wird an der Oberfläche eines Mittels vollständig durch Zurückwerfung polarisirt, und der zurückgeworfene Strahl an der Oberfläche eines zweiten Mittels vollständig durchgelassen oder zurückgeworfen; man verlangt die Neigung beider Oberflächen gegen einander.

[redacted]

Man hat daher bei dem Crownglas, wo $\mu = 1{,}535$ ist, $I = 72°$ $40'$, wie §. 825 angegeben wurde.

843. Durch Hülfe dieses Gesetzes, welches den Polarisationswinkel mit dem Brechungsverhältnisse in Verbindung setzt, können wir leicht eins aus dem andern ableiten. Dieß giebt ein schätzbares und leichtes Hülfsmittel in solchen Fällen ab, wo eine andere Methode sich kaum anwenden läßt, z. B. bei der Bestimmung des Brechungsverhältnisses solcher Mittel, die entweder undurchsichtig sind, oder in so kleinen und unregelmäßigen Massen sich befinden, daß sie nicht als Prismen gebraucht werden können. Um den Polarisationswinkel zu bestimmen, ist nur eine sehr kleine polirte Oberfläche nöthig, und wir brauchen nur den von ihr zurückgeworfenen Strahl auf einem geschwärzten Glase oder einem andern Mittel von bekanntem Brechungsverhältniß aufzufangen, und zwar unter dem Polarisationswinkel, und in einer Ebene, die senkrecht auf der steht, in welcher der zu untersuchende Strahl zurückgeworfen wird. Hierzu ist es bequem eine Glasplatte zu haben (oder was noch besser ist, eine polirte Platte von Obsidian oder dunkelgefärbtem Quarz), die in eine Röhre schief eingesetzt ist, so daß sie den durch die Axe der Röhre gehenden Strahl seitwärts zurückwirft. Am andern Ende muß die zu untersuchende Substanz an eine drehbare Axe befestigt werden, die auf der Axe der Röhre senkrecht steht; die Ebene derselben muß der erstern parallel liegen, und dann so lange gedreht werden, bis das von den Wolken zurückgeworfene Licht von der Obsidianplatte völlig vernichtet wird, und die Neigung der zurückwerfenden Oberfläche gegen die Axe der Röhre kann in dieser Lage durch einen getheilten Kreis gemessen werden, der mit der Drehungsaxe verbunden ist. Hierdurch können die Polarisationswinkel, und also auch die Brechungswinkel der kleinsten Krystalle oder geschliffenen Steine bestimmt werden, welche keine andere Untersuchungsmethode zulassen. Um einen festen Nullpunkt auf dem getheilten Kreise zu finden, kann man sich folgender Methode bedienen. Man befestige einen kleinen Spiegel aus Metall oder aus gewöhnlichem Glase für immer an die drehbare Axe, so daß seine Ebene auf der Axe der Röhre senkrecht steht, wenn der Index des getheilten Kreises auf Null zeigt. Hat man diese Einrichtung ein für allemal gemacht, so befestige man die zu untersuchende Oberfläche mit Wachs nicht an die Axe selbst, sondern an

einen Ring, der sich mit Reibung um die Axe drehen läßt. Bringt man dann das Bild der Sonne, oder das von einem hinlänglich hellen und gut begränzten entfernten Gegenstand, welches vom Spiegel zurückgeworfen wird, mit einem andern entfernten Gegenstand zur Coincidenz, und thut dasselbe mit der andern Oberfläche, indem man das Wachs drückt und den Ring dreht, so werden die beiden Oberflächen parallel, und wir sind versichert, daß die Ablesung auf dem Kreise den wahren Winkel zwischen der Axe der Röhre und dem Einfallsloth, oder den Einfallswinkel genau angiebt, oder wenigstens von demselben nur um eine constante Größe abweicht, die man nach Belieben bestimmen und als Fehler des Index anbringen kann. Diese Methode, eine bewegliche Oberfläche in eine feste Lage gegen die Theilung eines Instruments zu bringen, ist in vielen Fällen anwendbar, und bietet zu gleicher Zeit viel Bequemlichkeit und Genauigkeit dar.

844. Dr. Brewster hat bemerkt, daß Glasflächen sehr oft merkwürdige und scheinbar unerklärbare Abweichungen vom allgemeinen Gesetz zeigen; allein bei genauerer Untersuchung fand er, daß diese Substanz einen oberflächlichen Ueberzug erhält, der aus unendlich dünnen Schichten besteht, welche von der darunter befindlichen Glasmasse eine verschiedene Brechungskraft besitzen. Da der polarisirte Strahl nie die Oberfläche durchdringt, so wird der Polarisationswinkel bloß durch diesen Ueberzug bestimmt, der zu dünn ist, als daß er eine directe Messung des Brechungsverhältnisses zuließe. Hat sich dieser Ueberzug sehr verbreitet, so lösen sich ganze Stücke los, wie man bei sehr alten Fenstern (vorzüglich bei Stall-

[redacted]

76½, und ihre Brechungsverhältnisse sind daher 2,85 und 4,16. Dieses letztere Resultat ist jedoch von dem §. 594 sehr verschieden, allein die Beobachtungen sind so ungewiß und der Winkel der stärksten Polarisation so unbestimmt (um die Fehler nicht zu erwähnen, denen die Bestimmung der zurückwerfenden Kraft selbst unterworfen ist), daß wir keine Uebereinstimmung in diesen Resultaten erwarten können. Man kann vielleicht 5,00 als das wahrscheinlichste Brechungsverhältniß annehmen.

846. Das von Dr. Brewster angegebene Gesetz der Polarisation ist ganz allgemein, und läßt sich sowohl auf die Polarisation des Lichts an den Trennungsoberflächen zweier Mittel als an den innern und äußern Oberflächen desselben Mittels anwenden. Er hat aus demselben mehrere theoretische Folgerungen abzuleiten gesucht, die sich auf die Ausdehnung und die Wirkungsart der zurückwerfenden und brechenden Oberflächen beziehen, worüber wir die Leser auf seine Abhandlung über diesen Gegenstand verweisen müssen. Philosophical Transactions 1816.

847. Wird ein Strahl unter einen Winkel zurückgeworfen, der größer oder kleiner als der Polarisationswinkel ist, so wird er zum Theil polarisirt, d. h. wenn er unter dem Polarisationswinkel auf einer andern zurückwerfenden Oberfläche aufgefangen wird, die sich um den zurückgeworfenen Strahl dreht, ohne ihre Neigung gegen denselben zu ändern, so verschwindet der zweimal zurückgeworfene Strahl nie völlig, sondern erleidet eine Abwechselung seiner Helligkeit, indem er durch Zustände des Maximum und Minimum geht, die um so deutlicher ausgezeichnet sind, je näher der erste Winkel der Zurückwerfung dem Polarisationswinkel liegt. Dasselbe bemerkt man, wenn ein zum Theil polarisirter Strahl auf einer Turmalinplatte aufgefangen wird, die sich auf die oben beschriebene Art in ihrer eigenen Ebene herumdreht. Er erleidet nie eine vollständige Aufhebung, sondern der durchgelassene Theil durchläuft mehrere Maxima und Minima der Intensität, und er nähert sich der vollkommenen Verlöschung um so mehr, je mehr der Zurückwerfungswinkel dem Polarisationswinkel sich näherte. Wir können einen zum Theil polarisirten Strahl so ansehen, als ob er aus zwei ungleich starken Theilen bestünde, von denen der eine vollständig, der andere gar nicht polarisirt ist. Es ist einleuchtend, daß der erste Theil bei der Umdrehung der Turmalinplatte oder des

Spiegels, indem er die Abwechselungen von vollkommener Helligkeit und vollkommener Verlöschung erleidet, während der letztere bei allen Lagen constant bleibt, die erwähnte Erscheinung hervorbringt. Da alle übrigen Eigenschaften eines zum Theil polarisirten Strahls mit dieser Erklärung übereinstimmen, so können wir es als Grundsatz annehmen, daß wenn eine Oberfläche einen Strahl nicht vollkommen polarisirt, so besteht ihre Wirkung darin, daß sie einem Theil eine vollkommene Polarisation mittheilt, den andern aber gar nicht angreift. Wir dürfen daher die Polarisation nicht als eine Eigenschaft ansehen, die nur zum Theil oder in größerm und geringerm Maße hervorgebracht werden kann. Ein einzelner elementarer Strahl wird entweder vollkommen oder gar nicht polarisirt. Ein aus mehrern zusammengesetzter Strahlenbündel kann zum Theil polarisirt werden, in so fern einige seiner Elementarstrahlen polarisirt sind, andere nicht. Wir werden jedoch in Uebereinstimmung mit dem gewöhnlichen Sprachgebrauch von vollkommen und unvollkommen polarisirten Strahlen reden, und da wir sogleich klarere Begriffe über das nicht polarisirte Licht erhalten werden, so wird man sehen, daß dieser Ausdruck eigentlich ganz verbannt werden sollte.

848. Dr. Brewster hat gefunden, daß wenn ein Strahl zum Theil durch Zurückwerfung polarisirt wird, so macht eine zweite Zurückwerfung in derselben Ebene diese Polarisation vollkommener, oder sie vermindert das Verhältniß des nichtpolarisirten Lichts zum polarisirten im zurückgeworfenen Strahl. So fand er, daß eine [redacted]

76½, und ihre Brechungsverhältnisse sind daher 2,85 und 4,16. Dieses letztere Resultat ist jedoch von dem §. 594 sehr verschieden, allein die Beobachtungen sind so ungewiß und der Winkel der stärksten Polarisation so unbestimmt (um die Fehler nicht zu erwähnen, denen die Bestimmung der zurückwerfenden Kraft selbst unterworfen ist), daß wir keine Uebereinstimmung in diesen Resultaten erwarten können. Man kann vielleicht 5,00 als das wahrscheinlichste Brechungsverhältniß annehmen.

846. Das von Dr. Brewster angegebene Gesetz der Polarisation ist ganz allgemein, und läßt sich sowohl auf die Polarisation des Lichtes an den Trennungsoberflächen zweier Mittel als an den innern und äußern Oberflächen desselben Mittels anwenden. Er hat aus demselben mehrere theoretische Folgerungen abzuleiten gesucht, die sich auf die Ausdehnung und die Wirkungsart der zurückwerfenden und brechenden Oberflächen beziehen, worüber wir die Leser auf seine Abhandlung über diesen Gegenstand verweisen müssen. Philosophical Transactions 1816.

847. Wird ein Strahl unter einen Winkel zurückgeworfen, der größer oder kleiner als der Polarisationswinkel ist, so wird er zum Theil polarisirt, d. h. wenn er unter dem Polarisationswinkel auf einer andern zurückwerfenden Oberfläche aufgefangen wird, die sich um den zurückgeworfenen Strahl dreht, ohne ihre Neigung gegen denselben zu ändern, so verschwindet der zweimal zurückgeworfene Strahl nie völlig, sondern erleidet eine Abwechselung seiner Helligkeit, indem er durch Zustände des Maximum und Minimum geht, die um so deutlicher ausgezeichnet sind, je näher der erste Winkel der Zurückwerfung dem Polarisationswinkel liegt. Dasselbe bemerkt man, wenn ein zum Theil polarisirter Strahl auf einer Turmalinplatte aufgefangen wird, die sich auf die oben beschriebene Art in ihrer eigenen Ebene herumdreht. Er erleidet nie eine vollständige Aufhebung, sondern der durchgelassene Theil durchläuft mehrere Maxima und Minima der Intensität, und er nähert sich der vollkommenen Verlöschung um so mehr, je mehr der Zurückwerfungswinkel dem Polarisationswinkel sich näherte. Wir können einen zum Theil polarisirten Strahl so ansehen, als ob er aus zwei ungleich starken Theilen bestünde, von denen der eine vollständig, der andere gar nicht polarisirt ist. Es ist einleuchtend, daß der erste Theil bei der Umdrehung der Turmalinplatte oder des

Strahls gegen die Einfallsebene, so ist $90° - \alpha$ die des andern, und da

$$A \, . \cos \alpha^2 + A \, . \cos (90° - \alpha)^2 = A \qquad (a)$$

so wird der zurückgeworfene Strahl von α unabhängig. Man bemerkt daher keine Aenderung der Intensität, indem man die zurückwerfende Oberfläche um den einfallenden Strahl dreht, welches die unterscheidende Eigenschaft des nicht polarisirten Lichts ist. Man sagt daher von jedem Paar solcher Strahlen, daß sie im entgegengesetzten Sinn polarisirt seyen.

852. Fällt der polarisirte Strahl nicht unter dem Polarisationswinkel ein, so ist das Gesetz der Intensität des zurückgeworfenen Strahls verwickelter. Fresnel hat dafür folgenden allgemeinen Ausdruck gegeben. Man bezeichne die Intensität des einfallenden Strahls durch die Einheit, und nenne wie vorher α die Neigung der Einfallsebene gegen die der ursprünglichen Polarisation, i den Einfallswinkel, i′ den entsprechenden Brechungswinkel. Dann wird die Intensität des zurückgeworfenen Strahls durch

$$I = \frac{\sin (i' - i)^2}{\sin (i' + i)^2} \, . \cos \alpha^2 + \frac{\tang (i' - i)^2}{\tang (i' + i)^2} \, . \sin \alpha^2 \qquad (b)$$

dargestellt werden.

Diese Formel ist einigermaßen empirisch und einigermaßen aus theoretischen Ansichten entstanden, von denen nachher mehr gesagt werden soll, und nur erst in einigen Fällen von Arago mit den

[redacted]

Brechungsverhältniß bezeichnet, und da ein sehr kleiner Bogen seinem Sinus oder seiner Tangente gleich ist, so haben wir

$$\sin(i-i') = i'(\mu-1)$$
$$\sin(i+i') = i'(\mu+1)$$

und auf gleiche Weise für die Tangenten. Folglich wird

$$I = \left(\frac{\mu-1}{\mu+1}\right)^2 (\cos\alpha^2 + \sin\alpha^2) = \left(\frac{\mu-1}{\mu+1}\right)^2$$

welches mit dem Ausdruck übereinstimmt, den Young und Poisson (§. 592) für die Intensität des zurückgeworfenen Lichts bei nicht polarisirten Strahlen gefunden haben. Betrachten wir den nicht polarisirten Strahl als aus zwei Strahlen zusammengesetzt jeden von gleicher Intensität $= \frac{1}{2}$, die in entgegengesetzten Ebenen polarisirt sind, so wird die Ursache der Uebereinstimmung einleuchten.

855. Drittens. Ist $\alpha = o$, oder fällt die Polarisationsebene mit der Einfallsebene zusammen, so wird

$$I = \frac{\sin(i-i')^2}{\sin(i+i')^2} \qquad (c)$$

856. Viertens. Wird $\alpha = 90°$ oder steht die Polarisationsebene auf der Einfallsebene senkrecht,

$$I = \frac{\tang(i-i')^2}{\tang(i+i')^2} \qquad (d)$$

857. Fünftens. Wird $\alpha = 45°$, so hat man

$$I = \tfrac{1}{2}\left\{\frac{\sin(i-i')^2}{\sin(i+i')^2} + \frac{\tang(i-i')^2}{\tang(i+i')^2}\right. \qquad (e)$$

Dieses letztere ist dasselbe Resultat, welches sich aus der Annahme zweier gleich polarisirten Strahlen ergiebt, von denen der eine in der Einfallsebene, der andere senkrecht darauf polarisirt ist, und jeder die halbe Intensität des einfallenden Strahls hat. Es ist daher der allgemeine Ausdruck für die Intensität eines nichtpolarisirten Strahls, der unter einem Einfallswinkel i, von der Oberfläche zurückgeworfen wird. Die §. 592 gegebenen Ausdrücke lassen sich nur bei senkrecht einfallendem Licht anwenden. Wir erhalten auf diese Art unerwarteterweise die Auflösung einer der schwierigsten Aufgaben der Experimentaloptik. Bouguer ist der einzige, welcher eine ausgedehnte Reihe photometrischer Versuche über die Intensität des von polirten Oberflächen unter verschiedenen Winkeln zurückgeworfenen Lichts angestellt hat, allein seine Resultate hält Arago für

sehr fehlerhaft, worüber man sich nicht wundern darf, da i
Polarisation des Lichts unbekannt war, die auf verschiedene
bei seinen Versuchen wirken konnte.

858. Man braucht nur Einen Umstand zu erwähnen,
welchen ein jeder, welcher optische Versuche anstellen will, s
seiner Hut seyn muß, nämlich daß das Licht des blauen H
immer zum Theil in einer Ebene polarisirt ist, die durch die
und den Ort geht, von welchem man das Licht empfängt.
Polarisation ist in einem kleinen Kreise am vollständigsten,
Pol die Sonne ist, und dessen Halbmesser ungefähr 78°
(wie sich aus einem nicht sehr sorgfältig angestellten Vers
giebt). Nun ist das halbe Supplement hiervon (der Polari
winkel) 51°, welcher ziemlich mit dem Polarisationswinkel de
sers 52° 45′ zusammenfällt. Hierdurch wird Newtons The
blauen Farbe des Himmels sehr verstärkt, indem er annimm
sie das Blau der ersten Ordnung sey, welches von den in d
hängenden Wassertheilchen zurückgeworfen wird. Dr. Brew
der erste, der diese sonderbare Thatsache bemerkt. Wir keh
unserm Gegenstand zurück.

859. Wird der zurückgeworfene Strahl nur zum Thei
risirt, so können wir ihn als aus zwei Theilen bestehend b
ten, von denen der eine a, in einer Ebene, die den Winkel
der Einfallsebene macht, vollkommen polarisirt ist, der andere
sich im natürlichen Zustande befindet, oder wenn wir wollen
zwei Theilen $\frac{1-a}{2}$ besteht, von denen der eine in der Einfall
der andere senkrecht darauf polarisirt ist. Die Intensität d
rückgeworfenen Theils des erstern ist gleich

$$a \cdot \frac{\sin(i-i')^2}{\sin(i+i')^2} \cdot \cos\alpha^2 + a\,\frac{\tang(i-i')^2}{\tang(i+i')^2} \cdot \sin\alpha^2$$

und die des letztern wird durch

$$\frac{1-a}{2}\left\{\frac{\sin(i-i')^2}{\sin(i+i')^2} + \frac{\tang(i-i')^2}{\tang(i+i')^2}\right\}$$

dargestellt, folglich ist ihre Summe oder das ganze zurückgeworfe

$$\frac{\sin(i-i')^2}{\sin(i+i')^2} \cdot \frac{1+a.\cos 2\alpha}{2.}$$

$$+\frac{\tang(i-i')^2}{\tang(i+i')^2} \cdot \frac{1-a.\cos 2\alpha}{2.}$$

Man muß bemerken, daß die obigen Formeln sich bloß auf die Zurückwerfung von den Oberflächen nichtkrystallisirter Körper beziehen. Die Zurückwerfung von krystallisirten Oberflächen kann hier nicht mit beigebracht werden.

860. Fällt die Zurückwerfungsebene mit der der ursprünglichen Polarisation des Strahls zusammen, so wird die Polarisation durch die Zurückwerfung nicht geändert. Folglich findet bei senkrecht einfallendem Licht keine Veränderung statt. In andern Lagen aber der beiden erwähnten Ebenen ist der Fall verschieden, und es wird nothwendig zu untersuchen, welche Aenderung die Zurückwerfung in dem Zustand und der Polarisationsebene des Strahls ändert. Nun hat man gefunden, wie wir schon gesehen haben, daß wenn die Zurückwerfung in der Ebene der ursprünglichen Polarisation stattfindet, und der einfallende Strahl nur zum Theil polarisirt war, so wird der zurückgeworfene Strahl stärker polarisirt. Ist aber der einfallende Strahl vollkommen polarisirt, so behält er diese Eigenschaft nach der Zurückwerfung (einen merkwürdigen Fall ausgenommen), und nur die Polarisationsebene wird geändert. Nach Fresnel's Angabe macht nun die neue Polarisationsebene mit der vorigen einen Winkel β, so daß

$$\tan\beta = \frac{\cos(i+i')}{\cos(i-i')} \cdot \tan\alpha.$$

Dieser Formel zufolge fällt die Polarisationsebene mit der Einfallsebene zusammen, wenn $i+i' = 90^\circ$. Dieß findet nun grade dann statt, wenn der Strahl unter dem Polarisationswinkel auf die zurückwerfende Oberfläche fällt. Ist $\alpha = 90^\circ$, oder ist der Strahl vor seinem Einfall in einer Ebene polarisirt, die senkrecht auf der Einfallsebene steht, so wird er auch nach der Zurückwerfung polarisirt bleiben, weil wir in diesem Fall $\beta = \infty$, $\beta = 90^\circ$ erhalten werden.

861. Diese Formel ist nur in einem mittlern Fall von Arago mit den Versuchen verglichen worden, nämlich wenn $\alpha = 45^\circ$ ist, und die Uebereinstimmung der Resultate mit den Versuchen bei einer großen Menge von Einfallswinkeln und bei einer Reihe von Werthen von β von $+38^\circ$ bis -44, sowohl in Glas als in Wasser, war so befriedigend, als man es nur wünschen konnte. Das Einzelne dieser Vergleichungen findet sich in Annales de Chimie XVII. p. 314. Man kann bemerken, daß diese von Fresnel ge-

fundenen Resultate sich gegenseitig unterstützen, indem das l
aus dem erstern bloß theoretisch geschlossen worden ist, so de
Richtigkeit des einen auch zugleich die Richtigkeit des ande
weist.

862. Wird der polarisirte Strahl von einer krystall
Oberfläche zurückgeworfen, so bleibt die Intensität des zurückg
fenen Strahls nicht länger dieselbe, sondern hängt von den G
der doppelten Strahlenbrechung auf eine Art ab, die wir n
ausführlicher beschreiben werden. Ob und wie weit die gefun
Gesetze für metallische Körper gelten, muß noch künftig unt
werden.

---

§. V. Von der Polarisation des Lichts durch Brechung, un Gesetzen der Brechung des polarisirten Lichts.

863. Geht ein natürlicher oder nichtpolarisirter Lich
durch eine Glasplatte senkrecht, so zeigt er bei seinem Heraus
keine Polarität; allein wenn er gegen die Platte geneigt
findet man, daß der durchgegangene Strahl zum Theil polarisi
und zwar in einer Ebene, die senkrecht auf der Brechungs
und daher auch senkrecht auf der Ebene, in der der zurückg
fene Theil des Strahls die Polarisation erlitten hat, steht.
Verbindung zwischen den polarisirten Theilen des zurückgewo
und gebrochenen Strahls ist jedoch noch inniger, seitdem
durch ein schönes und scharfsinniges Experiment gezeigt hat
diese Theile immer gleiche Intensität besitzen. Dieses Gesetz
folgendermaßen aufgestellt werden. Wenn ein nichtpola
ter Strahl zum Theil an einer durchsichtigen
fläche zurückgeworfen, zum Theil gebrochen wir
enthalten die zurückgeworfenen und gebroch
Strahlen gleiche Quantitäten von polarisirtem
und ihre Polarisationsebenen bilden mit eina
rechte Winkel.

864. Hieraus sieht man, daß der durchgegangene S
dann ein Maximum von polarisirtem Licht enthält, wenn da
unter dem Polarisationswinkel auffällt, und dieses Maximu
der Lichtmenge gleich, die das Mittel im Stande ist zu polar

Bei allen uns bekannten Mitteln beträgt dieß nun weniger als die Hälfte des einfallenden Lichts, folglich kann der durchgehende Strahl nie völlig durch einen einzigen Durchgang polarisirt werden.

865. Wird ein Strahl an der innern Oberfläche eines Mittels völlig zurückgeworfen, so giebt es keinen durchgegangenen Theil, und es ist eine merkwürdige Uebereinstimmung mit dem obigen Gesetz, daß in diesem Fall der zurückgeworfene Strahl gar kein polarisirtes Licht enthält.

866. Rücksichtlich derjenigen Lichtmenge, welche durch die Oberfläche hindurchgegangen ist, und keine Polarisation erlitten hat, meint Arago, daß sie sich in ihrem natürlichen oder nichtpolarisirten Zustande befinde. Dr. Brewster hingegen schließt aus seinen Versuchen, daß, obgleich es nicht polarisirt ist, es doch eine physische Aenderung erlitten hat, die es bei dem folgenden Durchgang unter demselben Winkel zur Polarisation viel fähiger macht. Die Frage ist in theoretischer Rücksicht sehr wichtig und scheinbar leicht entschieden. Allein die Leichtigkeit der Entscheidung ist nur scheinbar, und da wir kein Recht haben aus unserer eigenen Erfahrung hierüber zu entscheiden, so wollen wir die Schlüsse aufsuchen, die sich aus beiden Annahmen ergeben. Es sey das Licht, welches auf die erste Oberfläche einer Glasplatte unter dem Polarisationswinkel fällt, der Einheit gleich, und nachdem es durch beide Oberflächen hindurchgegangen ist, sey die Intensität des durchgegangenen Strahls $= a + b$ (also $1 - a - b$ die des zurückgeworfenen), wo a der polarisirte und b der nichtpolarisirte Theil ist. Fällt $a + b$ auf eine andere Platte unter demselben Winkel, so wird der Theil a, welcher in einer Ebene polarisirt ist, die auf der Einfallsebene senkrecht steht, und unter dem Polarisationswinkel einfällt, völlig durchgehen, und seine Polarisationsebene erhält dann keine Veränderung, wie sich durch directe Versuche nachweisen läßt. Folglich geht der Theil a unvermindert durch eine beliebige Anzahl folgender Platten, wenn wir keine Verschluckung des Lichts annehmen. Ist der andere Theil b dem natürlichen Licht völlig ähnlich, so wird er durch die Zurückwerfung an der zweiten Platte in zwei Theile getheilt, wovon der erste $b(1 - a - b)$ völlig polarisirt zurückgeworfen wird, und der andere $b(a + b)$ wird durchgelassen. Von letztern ist der Theil ba in einer Ebene polarisirt, die auf der Brechungsebene senkrecht steht, und daher geht er unvermindert durch alle

folgenden Platten. Der Theil bb aber ist nichtpolarisirtes Licht und wird von der dritten Platte wieder getheilt u. s. w. fort. Es wird also zuletzt ein Strahl hindurchgelassen, der aus dem polarisirten Theil

$$a + ba + b^2 a + \ldots + b^{n-1} a$$
$$= a \cdot \frac{1 - b^n}{1 - b},$$

und einem nichtpolarisirten Theil b^n besteht, so daß keine endliche Anzahl von Platten je im Stande seyn wird, den ganzen durchgehenden Strahl vollkommen zu polarisiren.

867. Ist im Gegentheil der nichtpolarisirte Theil b des durchgehenden Strahls a + b mehr zur Polarisation geneigt als vorher, wie Dr. Brewster annimmt, so wird die obige Progression, die im geometrischen Verhältniß convergirt, dann schneller convergiren, ja sogar unter gewissen physischen Umständen plötzlich abbrechen. Nun giebt Dr. Brewster, als aus seinen Beobachtungen abgeleitet, folgendes allgemeine Gesetz an, daß *wenn ein Lichtstrahl auf eine Anzahl nichtkrystallisirter Platten fällt, die gleiche oder verschiedene Neigung haben, allein deren Oberflächen alle auf der ersten Einfallsebene senkrecht stehen, die vollkommene Polarisation des durchgegangenen Lichtstrahls dann anfängt, wenn die Summe der Tangenten der Einfallswinkel auf jeder Platte einer gewissen constanten Größe gleich ist, die von der Brechungskraft der Platten und der* [redacted]

seinem Commentator (Encyclop. Britt. Supp. vol. VI. p. 2. Polarization of Light) beigelegt wird, scheint uns über die Gränzen ausgedehnt, innerhalb deren eine strenge Kritik sich halten muß.

Nehmen wir daher an, daß kein bestimmter Unterschied zwischen den Angaben dieser ausgezeichneten Naturforscher stattfindet, so müssen wir diejenige Lehre als die einfachste ansehen, welche keine Veränderung in den physischen Eigenschaften des nichtpolarisirten Lichtes sowohl im durchgehenden als im zurückgeworfenen Strahl zuläßt. (§. 848.)

868. Bei dem, was vorhin von der Polarisation des durchgehenden Strahls gesagt worden ist, haben wir denjenigen Theil des Lichts nicht mit in Betracht gezogen, der an jeder Oberfläche zurückgeworfen wird und dann eine neue Zurückwerfung erleidet, und indem er (zum Theil wenigstens) durch alle Platten hindurchgeht, sich mit dem durchgegangenen Strahl vermischt, und da er sich in der entgegengesetzten Ebene befindet, zum Theil dessen Polarisation aufhebt.

869. Wird eine Säule paralleler Glasplatten einem polarisirten Strahl ausgesetzt, so daß der Einfallswinkel dem Polarisationswinkel gleich ist, und wird dieselbe dann um den Strahl wie um eine Axe gedreht, indem er dieselbe Neigung behält, so finden folgende Erscheinungen statt.

Erstens. Steht die Einfallsebene senkrecht auf der Polarisationsebene, so wird das ganze auffallende Licht durchgelassen (dasjenige ausgenommen, was durch das Glas verschluckt wird, oder wegen der unregelmäßigen Zurückwerfung von den Ungleichheiten der Oberfläche verloren geht), und dieses findet bei jeder Anzahl der Platten statt. Die Polarisation des durchgegangenen Strahls ist ungeändert.

Zweitens. Während sich die Säule um den Strahl als Axe dreht, wird ein Theil des Lichtes zurückgeworfen, und dieser nimmt zu, bis die Einfallsebene mit der Ebene der primitiven Polarisation zusammenfällt, wo das zurückgeworfene Licht das Maximum erreicht. Nun versichert Arago, daß die Menge des polarisirten Lichts, die von jeder Platte zurückgeworfen wird, im Verhältniß zur Intensität des einfallenden Strahls größer ist, als wenn man natürliches Licht angewendet hätte, und da dieses Verhältniß bei jeder Platte stattfindet, so wird der durchgelassene Strahl, wie stark er auch anfangs gewesen seyn mag, in geometrischer Progression geschwächt, und

zuletzt unmerklich werden, so daß in dieser Lage die Säule un
sichtig wird. Das zwischen den Platten hin und her geworfene
ist hierbei nicht berücksichtigt; da aber alles in derselben Ebene
risirt ist, und in dieser Lage die Zurückwerfungen, wie oft sie
stattfinden mögen, keine Veränderung in der Polarisationsebene
vorbringen, so befinden sich alle Strahlen in denselben Umstä
und nimmt man die Anzahl der Platten sehr groß an, so wir
lich ein völliges Verschwinden des durchgelassenen Strahls statt

870. Eine Säule, welche aus einer großen Anzahl P
besteht, die unter einem Winkel, der dem Polarisationswinkel
ist, gegen den polarisirten Strahl geneigt sind, muß dieselbe E
nung darstellen, welche eine Turmalinplatte giebt, die parall
der Axe seines primitiven Rhomboids geschnitten ist, indem s
wechselnd das ganze Licht in den auf einander folgenden Quad
der Drehung durchläßt und aufhebt, und so ihrer verschiedene
gemäß hell und dunkel erscheint. Man kann jedoch die An
nicht weiter treiben, um etwa hieraus eine Erklärung für d
scheinungen bei dem Turmalin abzuleiten; denn obgleich eine
schnittene Turmalinplatte aus Blättchen besteht, so sind dies
in optischer Berührung, und außerdem ist die Lage derselben
sichtlich der Oberflächen nicht dieselbe in allen Platten, die ru
die Axe herumgeschnitten werden, weil, obgleich eine unendliche
von Platten aus einem Turmalin geschnitten werden können,
Axe des Rhomboids in ihrer Ebene enthalten, so haben do
drei derselben dieselbe Relation zu den verschiedenen Seiten,
die Schichten parallel liegen müssen. Außerdem zeigen sich
scheinungen nur bei gefärbtem Turmalin. Auch die Analogie z
Säulen von Glasplatten und Achatblättchen ist, wie wir gl
mehr scheinbar als reell.

871. Eine solche Säule zeigt außerdem rücksichtlich des
risirten und des nichtpolarisirten Lichts denselben Unterschied d
scheinungen als eine Turmalinplatte, weil in dem letztern Fall,
nur die Anzahl der Platten groß genug ist, die Hälfte des ein
den Lichts durchgeht, welches in einer Ebene senkrecht auf d
fallsebene vollständig polarisirt ist.

872. Die Gesetze, welche die Polarisation eines Stra
stimmen, der durch eine durchsichtige Oberfläche geht, die unter
beliebigen Winkel gegen den einfallenden Strahl und gegen

ursprüngliche Polarisationsebene geneigt ist (wenn wir denselben als polarisirt ansehen), sind noch durch Versuche auszumachen.

---

§. VI. Von der Polarisation des Lichts durch doppelte Brechung.

873. Wird ein Strahl des natürlichen Lichts in zwei andere durch die doppelte Brechung so getheilt, daß die beiden Büschel bei ihrem endlichen Heraustreten einer besondern Untersuchung unterworfen werden können, so zeigt sich, daß beide vollständig und zwar in verschiedenen Ebenen polarisirt sind, die genau oder beinahe auf einander senkrecht stehen. Um dieß zu zeigen, nehme man ein ziemlich dickes Stück von isländischem Kalkspath, und indem man die eine Seite mit einer geschwärzten Karte, oder einer andern undurchsichtigen Substanz bedeckt, die eine mit einer Nadel gemachte Oeffnung hat, halte man dasselbe gegen das directe Licht eines Fensters oder einer Flamme, so daß die bedeckte Seite vom Auge abgewendet ist. Man sieht dann zwei Bilder des Nadelstichs; das eine, welches nicht von der Linie, die das Auge mit dem wirklichen Loch verbindet, abgelenkt ist, vermittelst der gewöhnlich gebrochenen Strahlen; das andere, welches von dieser Linie in einer Ebene parallel mit dem Hauptdurchschnitt abgelenkt ist, durch die ungewöhnlich gebrochenen Strahlen. Diese Bilder erscheinen dem bloßen Auge mit gleicher Helligkeit, allein bringen wir eine Turmalinplatte dazwischen, und drehen die letztere in ihrer eigenen Ebene herum, so wird die Helligkeit ungleich, und bei jeder Viertelsumdrehung des Turmalin abwechselnd verschwinden und sichtbar werden. Das gewöhnliche Bild hat immer seine größte Helligkeit, und das ungewöhnliche ist verlöscht, wenn die Axe der Turmalinplatte senkrecht auf dem Hauptdurchschnitt der Oberfläche steht; das Umgekehrte findet dann statt, wenn sie mit derselben parallel liegt.

874. Dasselbe ereignet sich, wenn wir anstatt einer Turmalinplatte eine Glasplatte nehmen, die unter dem Polarisationswinkel geneigt ist, und diese Platte um den gewöhnlichen Strahl als Axe herumdrehen. Die Bilder erscheinen und verschwinden abwechselnd, so wie die Platte nach und nach die verschiedenen Quadranten durchläuft.

875. Wir sehen hieraus, daß die beiden Strahlen v dig und entgegengesetzt polarisirt sind; der gewöhnliche Str einer Ebene, die durch die Axe des Rhomboids geht; der wöhnliche in einer Ebene, die senkrecht auf derselben steht.

876. Dieselbe Erscheinung zeigt sich viel besser, wenn m Prisma von irgend einem doppelt brechenden Krystall anwende ches einen solchen brechenden Winkel hat, daß es zwei deutlich ge Bilder eines entfernten Gegenstandes giebt (z. B. von einer flamme). Diese erscheinen und verschwinden abwechselnd be Viertelsumdrehung einer Turmalinplatte oder einer Glasplatt in den Octanten sind sie von gleicher Helligkeit.

877. Die doppelte Brechung polarisirt daher die beiden len, in welche ein nichtpolarisirter Strahl zerlegt wird, en gesetzt. Wir wollen nun sehen, was sich mit einem pola ten Strahl ereignet. Hierzu lege man eine Glasplatte offenes Fenster, so daß sie das zurückgeworfene Licht polarisir halte einen wie vorher eingerichteten isländischen Kalkspath das reflectirte Licht. Dann sieht man im Allgemeinen zwei des Nadelstichs, aber von ungleicher Intensität, und wir das Rhomboid von Kalkspath in der Eben verdeckten Seite drehen, so ändern die Bilder im während ihre relative Helligkeit, indem das ein zum Maximum wächst, während das andere v verschwindet, und so auch umgekehrt. Befindet si Hauptdurchschnitt des Rhomboids in der Zurückwerfungsebe einfallenden Strahls, d. h. in der Polarisationsebene, so gewöhnliche Bild ein Maximum, das ungewöhnliche aber vers den; das Umgekehrte findet statt, wenn beide Ebenen einen Winkel mit einander machen. Der Versuch kann sehr vo haft abgeändert werden, indem man ein doppelt brechendes P anwendet, und während man durch das Prisma das vol Bild einer Lichtflamme betrachtet, dasselbe langsam in einer herumdreht, die den brechenden Winkel halbirt.

878. Dieser Versuch leitet uns auf folgendes merkw Gesetz, nämlich daß wenn ein Strahl, der auf eine doppel chende Oberfläche fällt, in einer mit dem Hauptdurchschnitt p ten Ebene polarisirt wird, so erleidet er keine Theilung, s erzeugt allein das gewöhnliche Bild; wenn im Gegentheil d

sprüngliche Polarisationsebene senkrecht auf dem Hauptdurchschnitt steht, so geht der ganze Strahl ins ungewöhnliche Bild über. In der dazwischen befindlichen Lage der Polarisationsebene findet eine Theilung statt, und der Strahl wird in die beiden Theile ungleich zerlegt, ausgenommen dann, wenn die ursprüngliche Polarisationsebene einen Winkel von 45° mit dem Hauptdurchschnitt macht. Ist im Allgemeinen α der zuletzt erwähnte Winkel, A das einfallende Licht, so wird $A.\cos\alpha^2$ die Intensität des gewöhnlichen, $A.\sin\alpha^2$ die des ungewöhnlichen angeben, wenn man voraussetzt, daß kein Licht durch die Zurückwerfung verloren geht.

879. Alle diese Veränderungen und Verbindungen sind in folgendem merkwürdigem Versuch von Huygens dargestellt, wodurch man zuerst einen Begriff von Polarität oder von Seiten eines Lichtstrahls erhielt, wenn derselbe durch gewisse Methoden modificirt wird. Man nehme zwei dicke Rhomboide von isländischem Kalkspath (die sehr durchsichtig seyn müssen, da man sich dieselben leicht verschaffen kann) und lege sie so auf einander, daß ihre homologen Seiten parallel sind, oder so daß die Molleculen derselben dieselbe Lage gegen einander haben, als ob beide Stücke Theile eines einzigen größern Krystalls wären. Man legt dieselben auf ein Blatt weißes Papier, auf welchem sich ein kleiner, sehr deutlicher und gut begränzter schwarzer Fleck befindet. Dieser Fleck wird dann doppelt gesehen (a Fig. 173) und die Linie, welche beide Bilder verbindet, ist dem Hauptdurchschnitt derselben parallel. Nun drehe man den obern Krystall langsam in einer horizontalen Ebene auf dem untern herum, und es entstehen zwischen den beiden vorher gesehenen zwei neue Bilder, die anfangs sehr schwach sind, wie Fig. 173. b und mit den erstern einen sehr verlängerten Rhombus bilden. Sie nehmen jedoch an Intensität zu, während das andere Paar abnimmt, bis der Drehungswinkel des obern Krystalls 45° beträgt, wo die Erscheinung der Bilder wie in c ist. Setzt man die Drehung fort, so nähert sich der Rhombus einem Quadrate wie in d, und die beiden ursprünglichen Bilder sind sehr schwach geworden; beträgt die Drehung grade 90°, so verschwinden sie völlig und das zweite Paar bleibt diagonal stehen, wie in e. Geht die Drehung noch weiter fort, so erscheinen sie wieder und nehmen an Helligkeit zu, bis der Drehungswinkel = 90° + 45° = 135° beträgt, wo die Bilder alle gleich sind wie in f; hier-

auf wachsen die ursprünglichen Bilder immer fort, und die
nehmen ab, so daß die Erscheinung g hervorgebracht wird,
nach Vollendung einer halben Umdrehung durch die Verei
der beiden Originalbilder in h übergeht, und das andere Pa
schwindet. In diesem Fall ist scheinbar nur eine einzige B
vorhanden, oder da die doppelten Brechungen beider Krystalle
gegengesetztem Sinne geschehen, so heben sie einander auf.
jedoch die Krystalle nicht von völlig gleicher Dicke, so finde
genaue Compensation nicht statt, und die Bilder bleiben d
obgleich sehr wenig von einander entfernt. Wir können d
Bilder folgendermaßen ausdrücken:

Oo, das Bild, welches von beiden Rhomboiden ge
lich gebrochen wird.

Oe, das Bild, welches vom ersten gewöhnlich, vom
ten ungewöhnlich gebrochen wird.

Eo, das Bild, welches vom ersten ungewöhnlich
zweiten gewöhnlich gebrochen wird.

Ee, das Bild, welches von beiden ungewöhnlich
chen wird.

Ist dann A die Intensität des einfallenden Lichts, und nimm
an, daß keines durch Zurückwerfung und Verschluckung v
geht, so wird

$$Oo = \frac{1}{2} . A . \cos \alpha' = Ee$$

$$Oe = \frac{1}{2} A . \sin \alpha' = Eo.$$

und die Summe aller vier Bilder ist = A.

880. Dieselben Erscheinungen (mit einigen unwesen
Veränderungen) finden statt, wenn man zwei doppelt bre
Prismen hinter einander nahe vor das Auge bringt, und ei
ferntes Object durch dieselben betrachtet, indem man eins a
andern herumdreht. Die Erklärung dieser Erscheinungen
sich so einfach aus den Gesetzen der §§. 875 und 878, da
nicht nöthig haben dabei länger zu verweilen.

881. Diejenige Eigenschaft der doppelten Brechung,
möge welcher ein polarisirter Strahl ungleich zwischen die
Bilder vertheilt wird, verschafft uns ein sehr bequemes und
ches Instrument, um die Polarisation in einem Lichtstrahl z

decken, und ist auch bei vielen andern optischen Untersuchungen von großem Nutzen. Es besteht in nichts anderm als in einem doppelt brechenden Prisma, welches durch ein Glasprisma, oder noch besser durch eines von demselben Mittel achromatisch gemacht wird, indem man die Trennung der Strahlen vergrößert. Die erstere Methode ist sehr einfach, und hat man keinen großen brechenden Winkel nöthig, so ist die in dem einen Bilde übrig bleibende Farbe so gering, daß sie nicht störend einwirkt. Es ist am bequemsten, den brechenden Winkel so einzurichten, daß eine Trennung der Bilder von 2° entsteht. Es sey Fig. 174 ABCGF ein aus isländischem Kalkspath so geschnittenes Prisma, daß die brechende Kante CG die Axe des Krystalls enthält, und durch das Glasprisma CDEFG sey es so viel als möglich achromatisch gemacht. Ist dann Q ein kleiner, farbenloser, leuchtender Kreis von ungefähr einem oder zwei Grad Durchmesser von dem in O befindlichen Auge aus gesehen, so wird die Dazwischenkunft der beiden verbundenen Prismen denselben in zwei, Q und q, zerlegen. Ist nun das von Q herkommende Licht nicht polarisirt, so bleiben beide während der Drehung des Prisma ABCG in einer auf der Gesichtslinie senkrechten Ebene von gleicher Intensität. Ist aber irgend einige Polarität in dem ursprünglichen Licht vorhanden, so erscheint das eine Bild abwechselnd heller als das andere, und da beide einander so nahe sind, so entdeckt man leicht die geringste Ungleichheit oder Beimischung von polarisirtem Licht.

882. Gewöhnlich gebraucht man zu diesen Prismen isländischen Kalkspath wegen seiner starken doppelten Brechung; er ist aber so weich und seine Structur so blättrig, daß er sich schwer poliren, und noch schwerer sich in seiner Politur erhalten läßt. Wir haben gefunden, daß Quarz und Topas sehr passend ist. Folgende scharfsinnige Methode, die schwache doppelte Brechung des erstern merklich zu machen, welche von Dr. Wollaston angegeben wurde, ist hier sehr nützlich. Es seyen nämlich ABCD abcd, EFGH efgh (Fig. 175) die beiden Hälften eines sechsseitigen Prisma von Quarz, das durch einen mit zwei Seiten parallelen Schnitt getheilt ist. In der verticalen Seite AD da ziehe man irgend eine Linie LK mit den Seitenlinien parallel, die daher der Axe des Prisma, welche zugleich die der doppelten Brechung ist, parallel läuft, und ziehe CL, ck. Dann schneidet die Ebene CLkc ein Prisma CLKdcD

ab, dessen brechende Kanten Lk, Dd, Co sind, welche alle m
Axe parallel liegen. In der andern Hälfte ziehe man Ef,
und schneide dieselbe durch eine Ebene, welche durch diese Linien
sieht man dann jeden Theil als ein doppelt brechendes Prism
dessen brechende Kanten die Linien EH, fg sind, so steht die A
doppelten Brechung senkrecht auf den brechenden Kanten, und
dem liegt die Axe in den Seiten HEeh, oder FGgf senkrec
den Linien HE oder fg. Machen wir dann den brechenden W
CLD des Prisma CLKdcD dem des Prisma HEefgh a
Kante EH gleich, und wirken die beiden Prismen entgegeng
kitten dieselben dann mit Mastix, oder mit canadischem Balsa
sammen, so ist einleuchtend, daß ihre Hauptdurchschnitte auf ein
senkrecht stehen, und nur zwei Bilder hervorgebracht werden,
der ganze ungewöhnliche Strahl des einen Prisma in das gewöh
Bild des andern übergeht, und umgekehrt. Um nun zu sehen,
hierdurch die Trennung der Bilder verdoppelt wird, betrachte
eine leuchtende Linie mn durch ein Prisma mit der Kante ab
gekehrt und horizontal liegend. Sie wird in zwei Bilder e
getrennt, wovon das eine über dem andern liegt. Es sey da
wöhnliche Bild das am stärksten gebrochene. Bringen wir dan
andere Prisma mit der Kante aufwärts dazwischen, so werden
Bilder abwärts gebrochen; allein das gewöhnliche Bild o, w
vorher am meisten gehoben wurde, wird, da es jetzt eine unge
liche Brechung erleidet, am wenigsten gesenkt, und kommt i
Lage oe, während das ungewöhnliche Bild e, welches vorhe
wenigsten gehoben wurde, jetzt am stärksten gesenkt wird, u
die Lage eo gelangt, und es ist einleuchtend (da die brech
Winkel, so wie die doppelte Brechung beider Prismen dieselben
daß die Linie oe eben so weit als die Linie eo von der urspr
chen Linie sich entfernt, nämlich um eine Größe, die der Entfer
der beiden ersten Bilder o und e gleich ist, so daß die Entfer
zwischen den zweimal gebrochenen Bildern doppelt so viel als
schen den einmal gebrochenen beträgt. Wir haben diese Verbi
sehr vortheilhaft gefunden, da Quarz eine sehr vollkommene P
annimmt, und wegen seiner Härte nicht leicht durch Reibung
den leidet.

883. Krystalle, welche keine doppelte Brechung besitzen,
nen als die Gränze derjenigen angenommen werden, die diese

schaft haben, oder als Krystalle, in denen beide Strahlen mit gleicher Geschwindigkeit fortgepflanzt werden, und daher keine Trennung erleiden; oder mit andern Worten, bei denen die Bilder zusammenfallen. In diesem Fall sollte man erwarten, daß der heraustretende Strahl keine Polarität besitzt, weil beide Strahlen, die unter rechten Winkeln gegen einander polarisirt werden, einen einfachen Strahl bilden, der die Eigenschaften des nichtpolarisirten Lichts besitzt. Dieß wird durch Versuche bestätigt. Das durch Flußspath hindurchgehende Licht hat keine Zeichen von Polarität, wenigstens so weit als die Wirkung der Oberfläche geht. Wir haben keine Versuche, welche anzeigten, in wie fern die Wirkung der Oberflächen schwach brechender Krystalle ihre polarisirende Kraft ändert; oder mit andern Worten, wie fern Säulen von krystallisirten Mitteln eine analoge aber verschiedene Wirkung als die von nichtkrystallisirten äußern. Dr. Brewster hat in der That gefunden, daß Säulen von Glimmerblättchen einen durchgehenden Strahl eben so wie Säulen von Glasplatten polarisirt werden, allein das Ganze ist noch einer weitern Untersuchung zu unterwerfen.

---

§. VII. Von den Farben, welche krystallisirte Blättchen zeigen, wenn sie polarisirtem Licht ausgesetzt werden, und von den polarisirten Ringen, die ihre optischen Axen umgeben.

884. Dieser schöne Theil der Optik ist völlig neuern Ursprungs. Die erste Nachricht über die Farben krystallisirter Blättchen wurde dem Französischen Institut 1811 von Arago mitgetheilt, seit welcher Zeit dieser Theil durch die Untersuchungen von Brewster, Biot, Fresnel, Mitscherlich und Andern eine Ausdehnung erhalten hat, die ihn unter die wichtigsten und zugleich vollständigsten und am meisten systematisch behandelten Zweige der Optik versetzen. Wie man leicht erwarten konnte, mußte unter diesen Umständen, hauptsächlich auch wegen der politischen Verhältnisse, durch die der Verkehr des Continents mit England sehr beschränkt wurde, eine Menge von Resultaten ganz unabhängig von einander gefunden worden, und zwar auf beiden Seiten des Canals ziemlich zu gleicher Zeit. Ein jeder, der die Wissenschaft ihres eigenen Bestens willen liebt, der Naturforscher im strengen Sinne des Worts, sollte sich bei diesen Umständen Glück wünschen, allein für diejenigen, welche gern Klagen über

Nebenbuhler erheben, und den Gegenstand des Vorrechts der dung auszumachen suchen, mußte eine so schnelle Folge von essanten Entdeckungen ein willkommenes und weites Feld kri Untersuchungen seyn, und den Samen zu einer reichen Ernt Streitigkeiten und Gegenbeschuldigungen abgeben. Sieht ma solche Streitigkeiten, so wie wir, als die Würde der Wissenschaf absetzend, ja fast als eine entheiligende Profanation dieser Reg an, die wir immer gewohnt gewesen sind, als einen angenehme ehrenvollen Zufluchtsort aus den elenden Plackereien und Strei ten des Lebens zu betrachten, so muß man allen Antheil an den vermeiden, und indem wir den Gegenstand so ergreifen, wie er lich ist, und zugleich alle falsch verstandenen Thatsachen und übe Theorien bei Seite lassen, die wie in allen andern Theile Wissenschaft über einen unvollkommen verstandenen Gegenstand kelheit verbreitet haben, wollen wir uns bemühen, so kurz als m die Thatsachen und allgemeinen Gesetze, welche fest genug begr zu seyn scheinen, um nicht etwa durch fernere Untersuchunger geworfen zu werden, darzustellen, obgleich es möglich seyn kann auch diese nur Abtheilungen von später zu entdeckenden allgemei Gesetzen seyen: eine Vollendung, die man von ganzem Herzen schen muß.

885. Das allgemeine Phänomen der Farbenerscheinungen, dieser Abschnitt gewidmet ist, kann sehr leicht folgendermaßen d stellt werden. Man lege eine polirte Oberfläche von beträch Ausdehnung (z. B. eine glatte Mahagonitafel, oder was viel ist, eine Säule von zehn oder zwölf großen horizontal liegenden platten) an ein offenes Fenster, aus welchem man eine unun chene Aussicht gegen den Himmel hat, und halte ein Glimmer chen von mäßiger Dicke (ungefähr 1/30 Zoll, wie man es leic halten kann, da es in beträchtlicher Menge für Laternenmanufa verkauft wird) zwischen das Auge und die Tafel oder die Säul daß dasselbe das von letzterer zurückgeworfene Licht so nahe als lich unter dem Polarisationswinkel durchläßt. Unter diesen Umst sieht man nichts Merkwürdiges, wie man auch das Glimmerblä halten mag; allein wenn wir durch eine Turmalinplatte sehen, dere vertical steht, so verändert sich die Sache. Nimmt man das Glim blättchen weg, so hebt die Turmalinplatte den zurückgeworfenen S auf, und die Oberfläche der Tafel oder der Glassäule erscheint

kel, wenigstens in einem Punkte, und wir wollen annehmen, daß das Auge fest auf diesen Punkt gerichtet sey. Kaum bringt man jedoch den Glimmer dazwischen, so wird die zurückwerfende Kraft der Oberfläche wieder hergestellt; neigt man das Glimmerblättchen unter verschiedene Winkel, und dreht es in seiner eigenen Ebene herum, so findet man bald gewisse Lagen, in denen dasselbe mit den lebhaftesten und schönsten Farben erleuchtet erscheint, die bei der geringsten Aenderung der Lage des Glimmerblättchens wechseln, indem sie schnell vom schönsten Roth zum vollsten Grün, Blau und Violett übergehen. Hält man das Glimmerblättchen senkrecht gegen den zurückgeworfenen Strahl, und dreht es in seiner eigenen Ebene herum, so findet man zwei Lagen, bei denen alle Farbe und alles Licht verschwindet; der zurückgeworfene Strahl verlöscht, als ob kein Glimmerblättchen dazwischen stünde. Ziehen wir nun auf dem Blättchen mit einer Stahlspitze zwei Linien, die den Durchschnitten des Glimmers mit einer durch das Auge gelegten verticalen Ebene in dieser Lage des Glimmerblättchens entsprechen, so findet man, daß sie genau einen rechten Winkel mit einander machen. Wir wollen diese Linien A und B nennen, und es heiße eine durch A senkrecht auf das Blättchen gelegte Ebene der Durchschnitt A, und eine auf gleiche Weise durch B gelegte Ebene der Durchschnitt B. Drehen wir dann das Glimmerblättchen von jeder dieser Lagen um 45° in seiner eigenen Ebene herum, so daß die Schnitte A und B mit der Zurückwerfungsebene (d. h. mit der Polarisationsebene des einfallenden Strahls) Winkel von 45° machen, so wird sich das durchgehende Licht in seinem Maximum befinden.

886. Uebertrifft die Dicke des Blättchens nicht $^1/_{30}$ Zoll, so wird es in dieser Lage gefärbt erscheinen; ist es bedeutend dicker, so wird es farblos seyn; ist es dünner, so erscheinen immer lebhaftere Farben, die die Folge der von dünnen Blättchen zurückgeworfenen Farben zeigen, und eben so wie sie in der Farbenreihe aufsteigen, oder sich der centralen Farbe (Schwarz) nähern, so wie die Dicke geringer wird. Es findet in dieser Rücksicht eine vollkommene Analogie statt, mit Ausnahme des ungeheuern Unterschiedes in der Dicke zwischen den Glimmerblättchen, die die erwähnten Farben hervorbringt, und derjenigen, welche bei den Newtonianischen Ringen erforderlich ist. Man hat durch Messungen gefunden, welche nachher beschrieben werden sollen, daß die Farbe, die ein dem zurückgewor-

fenen Strahl senkrecht ausgesetztes Glimmerblättchen giebt, dieselbe ist als diejenige, welche eine Luftschicht zeigt, die 430mal dünner als das Glimmerblättchen ist.

887. Wenn das Glimmerblättchen, welches immer noch senkrecht auf dem Strahl steht, in seiner eigenen Ebene herumgedreht wird, so ändert sich die Farbe nicht, bloß ihre Intensität nimmt ab, so wie sich der Durchschnitt A oder B der Polarisationsebene des einfallenden Strahls nähert. Wird jedoch das Blättchen nicht senkrecht gegen den Strahl gehalten, so findet diese Unveränderlichkeit nicht länger statt; die Farbenänderungen zeigen sich sehr verwickelt und lassen sich nicht auf regelmäßige Gesetze zurückbringen. In zwei Fällen lassen jedoch die Erscheinungen eine einfache Uebersicht zu. Diese finden dann statt, wenn die Durchschnitte A und B beide 45° von der Polarisationsebene entfernt sind, und das Glimmerblättchen in der Ebene derselben auf und nieder geneigt wird. Diese Bedingung erreicht man leicht, indem man zuerst die Platte senkrecht gegen den zurückgeworfenen Strahl hält, dann dieselbe in ihrer Ebene so lange dreht, bis jede der Linien A und B um 45° gegen die Verticalebene geneigt ist, und endlich dieselbe um eine dieser Linien als um eine Axe dreht. Man wird dann sehen, daß wenn man das Blättchen um die eine Linie etwa A, oder in der Ebene des Durchschnitts B dreht, die Farbe, wenn sie einmal weiß ist, immer weiß bleibt; findet aber eine andere Farbe statt, so ergiebt sich ein Niedersteigen in der Skale der gefärbten Ringe, bis endlich nach mehrern Abwechselungen weißes Licht zum Vorschein kommt, wonach eine fortgesetzte Drehung keine Farbenänderung hervorbringt. Dreht man hingegen das Blättchen um B, oder in der Ebene von A, so steigen die Farben in der Skale der Ringe, und ist das Blättchen so geneigt, daß es einen Einfallswinkel von ungefähr 35° 3′ hervorbringt, so hat die Farbe ihr Maximum erreicht, und entspricht dem Mittelpunkt oder dem schwarzen Fleck in den Newtonianischen Ringen. Bei dieser Lage des Blättchens ist der zurückgeworfene Strahl völlig vom Turmalin aufgehoben, eben so, als wenn die Schnitte A und B vertical gewesen wären. Wird aber der Neigungswinkel noch vergrößert, so erscheinen die Farben wieder, und steigen in der Skale der Ringe abwärts, indem sie die Reihe bis zur endlichen Weiße durchlaufen. Wir berücksichtigen hierbei nicht eine kleine Abweichung von der genauen Reihenfolge der Newtonianischen Far-

ben, die in den höhern Ordnungen stattfindet, da wir späterhin mehr hierüber sagen werden.

888. Wir sehen also hieraus, daß obgleich die Durchschnitte A und B bei senkrechter Lage von gleicher Beschaffenheit sind, dieß doch keinesweges stattfindet, wenn das Glimmerblättchen eine schiefe Lage hat. Findet der Einfall in der Ebene des Durchschnitts B statt, so steigt die Farbe abwärts auf beiden Seiten der senkrechten Lage, während dieselbe, wenn der Einfall des Lichts in dem Durchschnitt A geschieht, aufwärts bis zum mittlern Schwarz steigt, welches sie bei gleichen Einfallswinkeln (35° 3′) auf jeder Seite der senkrechten Lage erreicht, und dann wieder bis zum zusammengesetzten Weiß an dem andern Ende der Skale abwärts sinkt.

889. Der Durchschnitt A (den wir den Hauptdurchschnitt des Glimmerblättchens nennen wollen) ist durch zwei merkwürdige Linien ausgezeichnet, die unter gleichen Winkeln gegen die Oberfläche des Blättchens geneigt sind, und geht ein polarisirter Strahl in einer derselben fort, so wird seine Polarität durch die Wirkung der Platte nicht gestört. Um uns hiervon zu überzeugen, brauchen wir nur das Glimmerblättchen an dem Ende einer Röhre zu befestigen, so daß die Axe der Röhre um 35° 3′ gegen das Einfallsloth, oder um 54° 57′ gegen das Blättchen in der Ebene des Durchschnitts A geneigt ist; richtet man dann die Axe der Röhre gegen den Mittelpunkt des dunkeln Flecks, so wird man sehen, daß derselbe während der Drehung der Röhre dunkel bleibt. Dieß könnte nun nicht der Fall seyn, wenn der Glimmer irgend eine Wirkung auf die Polarisationsebene ausübte. Hieraus schließen wir, daß die beiden Linien diese merkwürdige Eigenschaft besitzen, daß wie auch die Polarisationsebene eines längs derselben einfallenden Strahls beschaffen seyn mag, sie nach dem Durchgange desselben ungeändert bleibt. Denn obgleich in dem vorhin beschriebenen Versuch die Polarisationsebene fest blieb, und die Einfallsebene gedreht wurde, so ist doch einleuchtend, daß das umgekehrte Verfahren auf dasselbe hinauskommt.

890. Diese Eigenschaft kommt nun keinen andern Linien zu. Befestigen wir das Glimmerblättchen an dem Ende der Röhre unter einem andern Winkel, oder in einer andern Ebene rücksichtlich der Axe der Röhre, so können wir zwei Stellungen bei der Drehung der Röhre finden, wo das Verschwinden des durchgelassenen Strahls

stattfindet, allein in keinem andern Fall, als dem der erwähnten beiden Linien, wird in allen Punkten der Drehung das Verschwinden vollständig oder beinahe vollständig seyn.

891. Da das Brechungsverhältniß des Glimmers 1,500 ist, so entspricht ein Einfallswinkel von 35° 3′ einem Brechungswinkel von 22° 31′. Folglich ist die Lage der Linien innerhalb des Glimmers, welche diesen außerhalb befindlichen Linien entsprechen, 22½° gegen das Einfallsloth geneigt, und der von beiden eingeschlossene Winkel beträgt 45°. Dieß sind dann die Axen innerhalb des Krystalls, und haben eine bestimmte Lage gegen die Theilchen desselben. Dr. Brewster hat dieselben nichtpolarisirende Axen genannt, welcher Name etwas lang ist. Fresnel und Andere haben den Ausdruck optische Axen gebraucht, den auch wir beibehalten wollen. Da dieser Ausdruck schon früher für die nicht doppelt brechenden Axen gebraucht ist, so müssen wir hier den Leser im Voraus benachrichtigen, daß diese und die nicht polarisirenden Axen in allen Fällen identisch sind.

892. Hat man vermittelst der beschriebenen Kennzeichen den Hauptdurchschnitt und die Lage der optischen Axen des Glimmerblättchens bestimmt, so neige man dasselbe gegen den polarisirten Strahl, so daß derselbe längs der Axen fortgeht, indem der Hauptdurchschnitt A einen Winkel von 45° mit der Polarisationsebene macht, und bringe das Auge, welches immer noch mit der Turmalinplatte bewaffnet ist, deren Axe vertical steht, nahe an den Glimmer. Man sieht dann ein glänzendes Phänomen. Der schwarze Punkt, welcher der Richtung der optischen Axe entspricht, erscheint mit einer Reihe breiter, lebhafter gefärbter Ringe umgeben, die eine elliptische, oder wenigstens ovale Form besitzen, und durch einen etwas gekrümmten schwarzen Streifen, wie Fig. 176 ungleich getheilt werden. Dieser Streifen geht durch den Pol oder den Winkel der optischen Axen, um welchen als Mittelpunkt die Ringe sich bilden. Seine convexe Seite ist gegen die andere Axe gerichtet, auf welcher Seite auch die Ringe breiter sind. Bringt man nun die andere Axe in eine ähnliche Lage, so zeigt sich eine völlig ähnliche Erscheinung. Ist das Glimmerblättchen sehr dick, so erscheinen beide Systeme von Ringen ganz von einander unabhängig, und die Ringe selbst sind schmal; ist es aber dünn (z. B. 1/30 oder 1/40 Zoll), so sind die einzelnen Ringe viel breiter, und besonders in dem Zwischenraum zwischen den Polen, so daß sie sich vereinigen und in einan-

der laufen, indem sie völlig ihr elliptisches Ansehen verlieren, und sich gegen die Mitte zu (oder in der Richtung eines auf dem Blättchen errichteten Einfallslothes) in einem breiten gefärbten Raum ausdehnen, jenseits dessen die Ringe nicht mehr einzeln um jeden Pol sich erzeugen, sondern die Gestalt von in sich zurückkehrenden krummen Linien annehmen, die beide Pole einschließen. Ihre Beschaffenheit soll sogleich genauer angegeben werden.

893. Behält das Glimmerblättchen dieselbe Neigung gegen den Gesichtsstrahl, und dreht dasselbe um denselben, als um eine Axe herum, so ändert der durch den Pol gehende schwarze Streifen seinen Ort, und dreht sich um denselben als Mittelpunkt mit doppelter Winkelgeschwindigkeit herum, so daß nach und nach jeder Theil der Ringe verdunkelt wird. Ist das Blättchen um 45° gedreht, so daß der Hauptdurchschnitt in die Ebene der Polarisation des einfallenden Strahls gebracht wird, so fällt die Richtung dieses Streifens auch mit dieser Ebene zusammen, und ist sichtlich verlängert, so daß er mit demjenigen zusammentrifft, der zu der andern Reihe von Ringen gehört, und in der Mitte beider Pole von einem andern schwarzen Raum, der auf ihm senkrecht steht, durchkreuzt wird, welches daher in der Ebene des Durchschnitts B stattfindet. Die Erscheinung ist die, welche Fig. 177 angegeben ist.

894. Hat man keinen Turmalin, so kann man diese Erscheinungen (freilich etwas unbequemer, wenn das Glimmerblättchen nicht sehr groß ist) durch den Fig. 170 dargestellten Spiegel, oder durch eine schief zwischen dem Auge und dem Glimmer aufgestellte Säule von Glasplatten betrachten. Bei dieser Beobachtungsart sind die Farben äußerst lebhaft, da von den rothen und violetten Strahlen nicht mehr als von den übrigen verschluckt werden, während der Turmalin insgemein auf diese Strahlen eine starke Verschluckungskraft ausübt, und so dem Farbencontrast wesentlicher Eintrag geschieht. Auf der andern Seite aber sind wegen der größern Homogeneität des durchgelassenen Lichts die Ringe zahlreicher und besser begränzt, und in dieser Hinsicht wird die Erscheinung durch den Gebrauch des homogenen Lichts sehr verbessert.

895. Wir haben den Glimmer deßwegen gewählt, weil er ein krystallisirter Körper ist, den man leicht in bedeutender Größe erhalten kann, und seine Axen sogleich zeigt, ohne daß erst künstliche Schnitte nöthig sind. Er ist daher sehr geschickt, um eine allgemeine

Uebersicht der Erscheinungen zu erhalten, die als Vorbereitung zu einer feineren Untersuchung dient. Wegen des großen Zwischenraums zwischen den Axen, und der beträchtlichen Breite der Ringe ist er jedoch weniger passend, einen deutlichen Begriff von den verwickelten Veränderungen zu geben, die die Ringe erleiden, wenn man die Lage verändert. Aus dieser Ursache wollen wir jetzt eine andere viel bequemere Art die Systeme von Ringen zu beobachten, welche sich im Allgemeinen bei Krystallen zeigen, angeben, die den Vortheil hat, daß sie die Gesetze der Erscheinungen so deutlich zeigen, daß dieselben auf den ersten Anblick erkannt werden.

896. Es ist einleuchtend, daß wenn wir das Auge nahe hinter ein Glimmerblättchen oder einen andern Körper halten, und eine jenseits desselben befindliche große erleuchtete Fläche betrachten, so wird jeder Punkt dieser Fläche vermittelst eines Strahls gesehen, der das Blättchen in verschiedener Richtung gegen die Axen seiner Theilchen durchläuft, so daß wir das Auge dergestalt betrachten können, als ob es sich im Mittelpunkt einer Kugeloberfläche befände, von deren Punkten Strahlen in dasselbe gelangen, die ihrer primitiven Polarisation und dem Einfluß der besondern Wirkung des Mittels gemäß modificirt sind, welcher Einfluß sich nach der Lage des Weges in dem Mittel und der Dicke desselben richtet.

Jedes Hülfsmittel, durch welches wir in das Auge durch das Blättchen und den Turmalin einen Strahlenkegel bringen können, der beinahe oder vollständig in einer allgemeinen Richtung, oder einem regelmäßigen Gesetz gemäß polarisirt ist, giebt uns daher eine Ansicht der Ringe, und gewährt einen Ueberblick der Aenderungen, welche eine unendliche Menge so polarisirter Strahlen bei ihrem Durchgang durch das Blättchen nach allen Richtungen erleiden. Die so oft erwähnte Eigenschaft des Turmalins setzt uns in den Stand, dieß auf eine leichte und bequeme Art durch Beihülfe des in Fig. 178 gezeichneten Apparats auszuführen. ABCD ist ein kurzer Cylinder von einer Messingröhre, an dessen Ende sich eine Messingplatte AC befindet, die eine Oeffnung ab hat, in welcher eine mit der Axe parallel geschnittene Turmalinplatte eingesetzt ist; hgik ist ein anderer Messingcylinder mit einer ähnlichen Oeffnung und Turmalinplatte G, der in die andere so paßt, daß sie in einander frei sich drehen lassen. Eine Linse H von kurzer Brennweite wird vor den Turmalin G so eingeschraubt, daß ihr Brennpunkt etwas hinter die hintere Fläche

die dem Auge O am nächsten liegt, fällt. Zwischen den beiden Oberflächen AC, gi befindet sich eine andere kurze Röhre cd, die eine Messingplatte trägt, in der sich eine Oeffnung befindet, die etwas schmäler ist, als diejenigen, in welche die Turmalinplatten eingesetzt sind, und auf welche der zu untersuchende Krystall mit etwas Wachs befestigt wird. Diese Platte läßt sich nebst dem Cylinder, an welchem sie befestigt ist, sanft in dem Cylinder ABCD durch Hülfe einer kleinen Nadel e herumdrehen, die durch einen an der Seite gemachten, 120° der Peripherie einnehmenden Schlitz gesteckt ist; hierdurch kann man dem Krystall F eine Bewegung bis zu dieser Gränze zwischen den Turmalinplatten mittheilen. Die Nadel e muß in den Ring cd eingeschraubt seyn, damit sie leicht abgenommen werden kann, wenn man den Ring und die Platte, um einen andern Krystall zu befestigen, herausnehmen will.

897. Die Linse H soll das einfallende Licht zerstreuen, um dem Gesichtsfeld eine gleichförmige Helligkeit zu geben, und zugleich das deutliche Sehen äußerer Gegenstände verhindern, wodurch die Aufmerksamkeit abgelenkt und sonst die Erscheinungen gestört würden. Die von der Linse im Brennpunkt im Krystall vereinigten Strahlen divergiren hernach und fallen in das Auge O, nachdem sie durch den Krystall in allen Richtungen innerhalb der Gränzen des Krystalls gegangen sind. Da sie bei dieser Einrichtung nur durch einen kleinen Theil des Krystalls gehen, so ist weniger Wahrscheinlichkeit vorhanden, daß sie zufällige Unregelmäßigkeiten in der Structur des Krystalls antreffen, wodurch die regelmäßige Bildung der Ringe gestört werden würde, da es in unserer Gewalt steht, den gleichförmigsten Theil eines großen Krystalls auszuwählen. Die Strahlen werden dann vom Turmalin G alle in Ebenen polarisirt, die mit der Axe desselben parallel sind, und kommen sie in diesem Zustand ins Auge, wenn der Krystall F nicht dazwischen gestellt ist, so werden die Strahlen entweder durch den zweiten Turmalin hindurchgehen oder auch nicht, je nachdem seine Axe der des erstern parallel ist, oder senkrecht darauf steht. Wird also der Cylinder, der den ersten Turmalin trägt, in dem andern herumgedreht, so erscheint das Gesichtsfeld abwechselnd hell und dunkel.

898. Wird der Krystall F dazwischen gebracht, vorausgesetzt, daß er so liegt, daß eine seiner optischen Axen in dem von der Linse gebrochenen Strahlenkegel liegt, und ein Strahl desselben das Auge er-

reicht, nachdem er durch die Axe gegangen ist, so zeigen sich die polarisirten Ringe. Fallen beide Axen des Krystalls (vorausgesetzt daß er zwei hat) innerhalb des Gesichtsfeldes, so entstehen zwei Reihen von Ringen, die man nach Belieben untersuchen kann. Um alle Erscheinungen zur deutlichen Ansicht zu bringen, muß man solche Krystalle auswählen, bei denen die Axen nicht sehr gegen einander geneigt sind, so daß man nicht nöthig hat, zu schief in den Apparat zu sehen, um beide Reihen von Ringen zu erblicken. Bei Glimmer sind diese Axen zu weit von einander entfernt. Der beste Krystall, den wir zu diesem Zweck anwenden können, ist der Salpeter.

899. Der Salpeter krystallisirt in langen sechsseitigen Prismen, deren Durchschnitt senkrecht auf die Seiten ein reguläres Sechseck ist. Ihre regelmäßige Bauart ist gewöhnlich sehr unterbrochen, allein wenn man den gewöhnlichen verkäuflichen Salpeter untersucht, so findet man leicht Stücke, die in ziemlicher Ausdehnung durchsichtig sind. Man schneide aus einem solchen mit einem Messer eine Platte, die ungefähr ein Viertelzoll dick ist, grade durch die Axe des Prisma, und schleife dieselbe auf einer breiten nassen Feile so lange ab, bis die Dicke ungefähr ⅕ oder ⅙ Zoll beträgt; man glätte die Oberflächen auf einem nassen Stück mattgeschliffenen Glases, und polire sie dann auf einem Stück Seide, welches straff über eine Glasplatte gezogen, und mit Talg oder Todtenkopf gerieben ist. Diese Operation erfordert viel Uebung. Sie läßt sich nicht ausführen, wenn der Salpeter nicht naß ist und gerieben wird bis er trocknet, indem man die Stärke der Reibung immer vermehrt, während die Feuchtigkeit verdunstet. Man muß dabei Handschuhe anziehen, da die Ausdünstung der Finger, so wie der leichteste Hauch die Politur augenblicklich blind macht. Unter diesen Vorsichtsmaßregeln erhält man leicht eine glasartige Politur. Wir können hierbei bemerken, daß kaum zwei Salze sich auf dieselbe Art poliren lassen. So muß das Rocheller Salz naß auf Seide, und dann schnell auf weiches Leinen gebracht, und daselbst trocken gerieben werden. Bloß die Erfahrung kann diese Einzelnheiten, so wie die Einrichtungen (die zuweilen sehr sonderbar sind), welche nothwendig sind, um gut polirte Flächen von weichen Krystallen zu erhalten, vorzüglich von solchen, die im Wasser leicht auflöslich sind, uns lehren.

900. Der so auf beiden Seiten polirte Salpeter (die einander so nahe als möglich parallel seyn müssen) wird auf die Platte F

gelegt, und hat man die Turmalinplatten in eine solche Lage gebracht, daß ihre Axen senkrecht auf einander stehen (man muß diese Lage durch einen Index auf den Cylindern bezeichnen), so stellt man das Auge in O. Hält man das Ganze in ein helles Licht, so zeigt sich ein doppeltes System von Ringen mit der äußersten Nettigkeit und Schönheit, wie Fig. 179. Dreht man die krystallisirte Platte in ihrer eigenen Ebene zwischen den Turmalinen (die unbeweglich bleiben), so durchlaufen die Erscheinungen eine Reihe periodischer Aenderungen, indem sie bei jedem Quadranten der Umdrehung ihr anfängliches Ansehen erhalten. Fig. 180 stellt ihr Ansehen dar, wenn die Drehung so eben angefangen hat, Fig. 181, wenn die Drehung 22½° oder 67½°, und Fig. 182, wenn die Drehung 45° beträgt. Drehen sich die Turmaline auch, so entstehen andere verwickelte Erscheinungen, von denen wir hernach reden werden. Wir werden jetzt annehmen, daß sie in der erwähnten Lage bleiben, d. h. ihre Axen rechtwinklich auf einander stehend, und folgende Gegenstände näher untersuchen.

1. Die Gestalt und Lage der Ringe.
2. Ihre Größe bei derselben und bei verschiedenen Platten.
3. Ihre Farben.
4. Die Intensität der Erleuchtung in den verschiedenen Theilen des Umfangs.

901. Die Lage der Ringe bestimmt sich durch die Lage des Hauptdurchschnitts des Krystalls oder durch die Lage der optischen Axen innerhalb seiner Substanz. Sie liegen im Salpeter in einer Ebene, die den Axen der Prismen parallel ist und senkrecht auf einer der Seitenflächen desselben. Man findet öfters Krystalle dieses Salzes, deren Querschnitt aus unterschiedenen Theilen besteht, in denen die Hauptschnitte Winkel von 60° mit einander machen, und dadurch eine zusammengesetzte fehlerhafte Bauart des Krystalls anzeigen. Diese Stücke sind von einander durch dünne Lagen getrennt, die die sonderbarsten Erscheinungen durch die innere Zurückwerfung zeigen, bei denen zu verweilen hier nicht der Ort ist. Bei den nicht unterbrochenen Stücken sind die Gestalten der Ringe so beschaffen, wie sie in den erwähnten Figuren dargestellt sind, und ihre Pole bilden am Auge einen Winkel von 8°. Nun muß man bemerken, daß so wie die Platte zwischen den Turmalinen gedreht wird, obgleich die schwarzen hyperbolischen Curven ihre Lage verändern und die gefärbten Linien nach und nach

verdunkeln, wie Fig. 179 und 180, doch die Ringe selbst dieselbe Gestalt und Lage um die Pole beibehalten, und ihre Intensität ausgenommen, völlig ungeändert bleiben, indem das ganze System sich gleichförmig mit der Platte selbst dreht, so daß es dieselbe Relation zu den Axen des Krystalls behält. Hieraus schließen wir, daß die farbigen Ringe von den optischen Axen nach Gesetzen abhängen, die nur durch die Beschaffenheit des Krystalls bestimmt werden, und nicht durch äußere Umstände, wie z. B. die Polarisationsebene des einfallenden Lichts u. s. w.

902. Läßt man das schwarze Kreuz unberücksichtigt, so ist die Gestalt der Ringe wie in Fig. 183. Betrachten wir sie als Varietäten einer und derselben krummen Linie, die durch die Veränderung des Parameters einer Gleichung entstehen, so ist einleuchtend, daß diese Gleichung in ihrer allgemeinsten Form ein symmetrisches in sich zurückkehrendes Oval seyn muß, das zuerst gleichförmig concav ist, und beide Pole umgiebt, wie A, dann sich abplattet und Wendungspunkte erhält wie B, dann einen vielfachen Punkt C bildet und endlich sich in zwei conjugirte Ovale auflöst DD, welche die Pole umgeben. Diese Veränderung der Gestalt, so wie die allgemeine Gestalt der Curven, hat eine vollkommene Aehnlichkeit mit der, welche in einer Curve stattfindet, die den Geometern unter dem Namen der Lemniscate bekannt ist, und deren allgemeine Gleichung durch

$$(xx + yy + aa)^2 = aa(bb + 4xx)$$

dargestellt wird, wo der Parameter b nach und nach vom Unendlichen bis zu Null abnimmt; 2a ist die constante Entfernung der beiden Pole.

mit einem System von Lemniscaten oder einer andern Curve verglichen werden kann, so daß dieselbe durch die so ausgewählten Punkte geht, in denen die Farbe am deutlichsten ist. Man hat dieß gethan und gefunden, daß die Lemniscate in ihrer ganzen Ausdehnung mit diesen so überzogenen Ringen zusammenfällt. Die Construction dieser Curve wird durch die bekannte Eigenschaft der Lemniscate sehr erleichtert, daß nämlich das Rechteck aus den beiden Linien $PA \times P'A$, welche aus den Polen nach irgend einem Punkt der Peripherie gezogen werden, eine constante Größe ist. Dieß läßt sich leicht aus voriger Gleichung darthun, und der Werth dieser constanten Größe wird durch $a.b$ dargestellt.

904. Gehen wir von einem Ringe zum andern über, so bleibt a constant, weil für alle Ringe die Pole dieselben bleiben. Um die Aenderung von b zu bestimmen, erleuchte man die Ringe mit homogenem Licht (oder betrachte sie durch ein rothes Glas) und überziehe ihre Projection wie vorhin. Bestimmen wir dann den wirklichen Werth von ab dadurch, daß wir die Längen zweier aus P, P' nach irgend einem Punkt der Linie gezogenen Linien PA, $P'A$ messen und ihr Product berechnen, das $= ab$ ist, so findet man, daß dieses Product, folglich auch der Parameter b in der arithmetischen Progression $0, 1, 2, 3, 4 \ldots$ für die verschiedenen dunkeln Zwischenräume der Ringe vom Pole aus wächst, und in der Progression $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2} \ldots$ für die hellsten Räume. Um eine größere Genauigkeit zu erhalten, kann man das Mittel aus mehreren Werthen von $PA . P'A$ für verschiedene Punkte der Peripherie nehmen, und auf diese Weise auch der Unvollkommenheit in dem Krystall ausweichen.

905. Dieß ist also das Gesetz der von einer und derselben Platte gebildeten Ringe. Bestimmen wir aber den Werth dieses Products für verschiedene Salpeterplatten, indem man entweder mehrere verfertigt, oder eine und dieselbe nach und nach abschleift, so findet man, daß dasselbe unter sonst gleichen Umständen sich verkehrt wie die Dicke der Platte verhält.

906. Die Farben der polarisirten Ringe haben eine große Analogie mit denjenigen, welche an dünnen Luftschichten zurückgeworfen werden, und würden in den meisten Krystallen ihnen völlig ähnlich seyn, wenn nicht eine Ursache, die wir sogleich angeben

wollen, dieß verhinderte. In der hier angenommenen Lage der Turmalinplatten (die Axen unter rechten Winkeln gekreuzt) sind es die zurückgeworfenen Ringe, die mit einem schwarzen Mittelpunkt im Pol anfangen. Werden sie in der Lage Fig. 179 untersucht, so befolgen sie fast ganz genau die Newtonianische Farbenskale. Für jetzt wollen wir annehmen, daß dieß in allen Richtungen geschieht. Es ist dann einleuchtend, daß jede besondere Farbe (wie z. B. das helle Grün der dritten Ordnung) die Form einer Lemniscate annimmt, und einen besondern Werth für das Product ab angiebt. Man kann dann sagen, daß die Farbe durch das Product ab gemessen wird. Mit diesem Sprachgebrauch übereinstimmend, hat man diese gefärbten Linien isochromatische Curven genannt. Bei den dünnen Blättchen befolgten nun die Farben ein gewisses periodisches Gesetz, dem jeder homogene Strahl unterworfen ist, und die auf einander folgenden Maxima und Minima jedes besonders gefärbten Strahls entsprechen den Vielfachen $\frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{3}{2}, \frac{4}{2} \ldots$ der Periode, die diesem Strahl zugehört. Bei den Farben dünner Blättchen ist die Zahl, welche die Anzahl der Perioden bestimmt, die Dicke der Luftschicht oder eines andern Mittels, welches der Strahl durchläuft, und die Zahl, welche anzeigt, wie oft eine für jeden Strahl bestimmte als Maßeinheit dienende Dicke darin enthalten ist, giebt die Anzahl der verflossenen Perioden. Bei dem jetzt betrachteten Fall ist die Anzahl der Perioden dem Product $\theta . \theta'$ der Entfernungen von den Polen bei einerlei Dicke der Platte proportional, und [redacted]

muß, als ob sie auf einer Kugel verzeichnet wären, deren Mittelpunkt das Auge oder ein im Krystall befindlicher Punkt ist. In diesem Fall kann man erwarten, daß der gewöhnliche Uebergang vom Bogen zum Sinus stattfindet, und daß der Werth von ab der Größe $\sin\theta . \sin\theta'$ multiplicirt mit der Länge des Weges innerhalb des Krystalls proportional seyn muß. Setzen wir nun ϱ für den Brechungswinkel, und die Dicke der Platte $= t$, so ist die Länge des Weges des Strahls im Krystall $= t . \sec . \varrho$. Ist dann n die Anzahl der Perioden, die der Farbe ab des in Rede stehenden Strahls entsprechen, und setzen wir $\frac{ab}{n} = h$, welches die Einheit ist, deren Vielfache die Ordnung der Ringe bestimmen, so kommt

$$n = \frac{ab}{h} = \frac{t}{h} . \sec . \varrho . \sin\theta . \sin\theta'. \qquad (a)$$

$$h = \frac{t}{n . \cos\varrho} . \sin\theta . \sin\theta'. \qquad (b)$$

Sind dann die gemachten Voraussetzungen richtig, so muß die Function rechter Hand der zweiten Gleichung unveränderlich seyn, in welcher Richtung auch der Strahl durch die Platte geht, und welches die durch n bezeichnete Ordnung der Farben seyn mag. Wir wollen hier bloß einen Versuch angeben, um zu zeigen, wie genau diese Annahme mit der Natur übereinstimmt.

908. Ein Lichtstrahl wurde durch Zurückwerfung von einer vollkommen ebenen Glasplatte polarisirt, und ging durch ein Glimmerblättchen, dessen Hauptdurchschnitt 45° gegen die Ebene der ursprünglichen Polarisation geneigt war, und das in der Ebene des Hauptdurchschnitts herumgedreht wurde (um die Axe B §. 885). Betrachtete man dann dasselbe durch einen oben beschriebenen Turmalin, oder durch ein genaueres sogleich zu beschreibendes Mittel, so war die Folge der Farben, die der Glimmer zeigte, die des Durchschnitts der Ringe Fig. 182 mit einer durch beide Pole gezogenen Linie. Um die Beobachtung definitiv zu machen, wurde ein rothes Glas dazwischen gesetzt, so daß die Ringe in eine Reihe von rothen und schwarzen Streifen verwandelt wurden, und die Einfallswinkel, welche den verschiedenen Maximis und Minimis der Ringe entsprachen, wurden genau gemessen. Sie sind in der zweiten Columne der folgenden Tabelle enthalten. Die erste enthält die Werthe von n, wo Null dem Pol, ½ dem ersten Maximum, 1 dem ersten Minimum, 1½ dem zweiten Maximum

u. s. w. entspricht. Die dritte Columne enthält die vermittelst Brechungsverhältnisses 1,500 berechneten Brechungswinkel, die v und fünfte die Werthe von θ und θ', die sechste die aus obiger mel abgeleiteten Werthe von h, die constant seyn müssen. Der Ue schuß über den mittlern Werth ist in der letzten Columne angegeben, zeigt, wie genau diese Gleichung die Beobachtungen darstellt. Dicke des Glimmers betrug 0,023078 Zoll = t.

[redacted]	θ	θ'	h	Ueberschuß.
[redacted]	0°. 0'. 0''	45°. 2'. 0''		
[redacted]	1 . 16 . 20	45 . 45 . 50	0,03 952	− 0,000195
[redacted]	2 . 41 . 30	42 . 20 . 50	3622	+ 475
[redacted]	4 . 7 . 0	40 . 55 . 0	3035	− 112
[redacted]	5 . 47 . 30	39 . 14 . 30	3327	+ 080
[redacted]	7 . 33 . 45	37 . 28 . 15	3148	+ 001
[redacted]	9 . 35 . 50	35 . 26 . 10	3058	− 089
[redacted]	12 . 5 . 10	32 . 58 . 50	3026	− 121
[redacted]	15 . 19 . 50	29 . 42 . 10	3010	− 157

[redacted]

909. Geht man auf diese Weise zu Werke und mißt das System der Ringe nach allen Richtungen für Platten verschiedener Krystallarten und von verschiedener Dicke, so ergiebt sich als ein allgemeines Gesetz, daß bei allen Substanzen, welche die Eigenschaft besitzen, periodische Farben zu entwickeln, indem sie dem polarisirten Licht ausgesetzt werden, die Farbe n, oder eigentlich die Anzahl von Perioden, welche für einen Strahl von gegebener Brechbarkeit, der Dicke t, dem Brechungswinkel ϱ und einer Richtung innerhalb des Krystalls, die mit den optischen Axen die Winkel θ, θ' macht, entsprechen, durch die Gleichung

$$n = \frac{t \cdot \sec \cdot \varrho}{h} \cdot \sin \theta \cdot \sin \theta',$$

wo h eine Constante ist, die nur von der Natur des Krystalls und des Strahls abhängt, ausgedrückt wird.

Wäre der Krystall sphärisch, so muß $t \cdot \sec \varrho$, welches den Weg des Strahls innerhalb des Krystalls darstellt, durch den Durchmesser der Kugel ersetzt werden, und in diesem Fall würde die Farbe bloß dem Product der beiden Sinus von θ, θ' proportional seyn. Dieses schöne Gesetz verdanken wir Biot, allein Dr. Brewster's unermüdeter und weit ausgedehnter Untersuchung sind wir die vollkommene Entwicklung der glänzenden Erscheinungen der polarisirten Ringe in zweiaxigen Krystallen schuldig. Man sieht hieraus, daß, wenn man auf einer Kugeloberfläche, die aus einem Krystall gebildet ist, Curven beschreibt, die der Lemniscate analog sind, oder bei denen für jede Curve $\sin \theta \cdot \sin \theta'$ constant ist, und sich von einer zur andern in arithmetischer Progression ändert, so wird, wenn die Kugel um ihren Mittelpunkt in einem polarisirten Strahl gedreht wird, die in allen Punkten jeder Curve entstandene Farbe dieselbe seyn, und indem man von einer Curve zur andern übergeht, so wird sie dem periodischen Gesetz entsprechen, welches diesem Krystall eigen ist.

910. Die Krystalle sind in keiner andern Hinsicht so sehr von einander unterschieden als rücksichtlich des Winkels, den beide Axen mit einander bilden, wie man in der diesem Abschnitt angehängten Tabelle sehen wird. Diese Eigenschaft, welche dem Mineralogen und Chemiker die schätzbarsten Kennzeichen gewährt, indem sie die Verschiedenheit der Substanzen und Unterschiede der Bauart und Zusammensetzung derselben anzeigt, die außerdem unbemerkt bleiben könnten, macht die Untersuchung der Erscheinungen, die sie zeigen, sehr

schwer, indem es oft unmöglich ist, beide Axen auf Einmal zur Ansicht zu bringen, und verschiedene Kunstgriffe werden nöthig, um die Ringe um beide Axen zugleich zu sehen. Man kann oft in einigen Richtungen Krystalle sehr leicht schneiden und poliren, während es in andern sehr schwierig ist. Taucht man jedoch Platten derselben in Oel und dreht dieselben um verschiedene Axen, oder kittet auf ihre gegenüberstehenden Seitenflächen Prismen von gleichen brechenden Winkeln in entgegengesetzten Richtungen, wie Fig. 184, so kann man durch dieselben unter viel größern Neigungen als ohne diese Beihülfe sehen, und indem man auf diese Art das Gesichtsfeld beinahe bis zur Halbkugel vermehrt, kann man in den meisten Fällen vermeiden, sie in verschiedenen Richtungen zu schneiden.

911. Fallen beide Axen zusammen, oder ist der Krystall einaxig, so verwandeln sich die Lemniscaten in Kreise, und die durch die Pole gehenden hyperbolischen Curven in schwarze grade Linien, die im Mittelpunkt der Ringe unter rechten Winkeln ein Kreuz bilden, wie in Fig. 185. In diesem Fall wird die Farbe durch $t . \sin \theta^2$ dargestellt, und bei den Platten, wo die Dicke t beträchtlich ist, oder wo wegen der besondern Beschaffenheit der Substanz, die Dimensionen der Ringe klein sind, ist θ auch klein, und daher seinem Sinus proportional, so daß, wenn man von einem Ringe zum andern übergeht, θ^2 in arithmetischer Progression wächst. Folglich verhalten sich die Durchmesser der Ringe wie die Quadratwurzeln aus den Zahlen 0, 1, 2, 3 . . . ., und daher ist ihr System mit Ausnahme des schwarzen Kreuzes, dem ähnlich, welches man zwischen Objectivgläsern sieht. Schneidet man aus kohlensaurem Kalk eine Platte, die senkrecht

[redacted]

[illegible] v, v' des gewöhnlichen und des außergewöhnlichen Strahls proportional ist, oder der Größe $v'^2 - v^2$. Bezeichnen wir nun durch τ und τ' die Zeiten, welche diese Strahlen gebrauchen, um die Platte zu durchlaufen, so haben wir

$$v = \frac{t.\sec\varrho}{\tau},\quad v' = \frac{t.\sec\varrho}{\tau'}$$

folglich ist $t.\sec\varrho.\sin\theta^2$ dem Ausdruck

$$(t.\sec\varrho)^3\left(\frac{1}{\tau'\tau'} - \frac{1}{\tau\tau}\right)$$

oder auch diesem

$$\frac{(\tau+\tau')(\tau-\tau')}{(\tau\tau')^2}.(t.\sec\varrho)^3$$

oder endlich der Größe

$$(v+v').vv'(\tau-\tau')$$

proportional. Vernachlässigt man aber die Quadrate sehr kleiner Größen, von der Ordnung $v'-v$, $\tau-\tau'$, welches in der Nähe der Axe wirklich stattfindet, so sind die Farben $v+v'$, vv' constant, so daß die Farbe bloß dem Zeitunterschied $\tau-\tau'$ oder dem **Verzögerungsraum** des langsamern Strahls gegen den schnellern proportional. Diese sehr merkwürdige Analogie zwischen den hier betrachteten Farben, und denjenigen, die aus dem Gesetz der Interferenzen entstehen, wurde zuerst von Dr. Young bemerkt, und nimmt man eine Eigenschaft des polarisirten Lichts zu Hülfe, die bald erwähnt werden soll, und von Arago und Fresnel entdeckt wurde, so gelangt man zu einer einfachen und schönen Erklärung aller Erscheinungen, die den Gegenstand dieses Abschnitts ausmachen, und wovon wir am gehörigen Orte ausführlicher sprechen werden.

913. Die Gestalten der Ringe, wie wir sie beschrieben haben, finden bloß in regelmäßigen und vollkommenen Krystallen statt; jede Ursache, welche diese Regelmäßigkeit stört, verzerrt ihre Gestalt. Einige Krystalle sind solchen Störungen sehr unterworfen, die entweder aus einem ungleichen Zustand des Gleichgewichts oder aus einer Art von Spannung, in der die Theilchen sich befinden, entstehen, oder auch aus wirklichen Unterbrechungen in der Structur hergeleitet werden können. So findet man gelegentlich Stücke von Quarz und Beryll, in denen die einzelne Axe deutlich in zwei getrennt erscheint, indem die Ringe statt einer kreisförmigen eine ovale Gestalt haben, und das schwarze Kreuz (welches bei gut entwickelten Kry-

stallen während der Drehung desselben in seiner eigenen Ebene völlig ungeändert bleibt) bricht sich in krummen Linien, die gegen einander convex sind, aber bei jeder Viertelsumdrehung sich im Scheitel beinahe berühren. Bei kohlensaurem Kalk kommen Unterbrechungen sehr häufig vor, und bei salzsaurem fast immer, und die Wirkungen, welche dadurch in den Gestalten der Ringe hervorgebracht werden, gehören zu den sonderbarsten und schönsten optischen Erscheinungen. Sie sind zwar noch nirgends beschrieben worden, allein die Gränzen dieses Werkes erlauben nicht auf ihre Beschreibung näher einzugehen.

914. Nachdem wir nun die Gestalt der Ringe betrachtet haben, wollen wir ihre Farben näher untersuchen. Da diese alle zusammengesetzt sind, und aus der Deckung der einzelnen aus homogenen Strahlen hervorgebrachten Systemen von Ringen entstehen, so können wir nur dann zur Kenntniß ihrer Beschaffenheit gelangen, wenn man die Ringe in homogenem Licht untersucht. Dieß geht sehr leicht, denn wir brauchen nur den oben beschriebenen Apparat nach und nach mit allen homogenen Strahlen von Roth bis Violett zu erleuchten, indem man ein prismatisches Farbenbild von einem Ende zum andern über die Linse gehen läßt, und die Veränderungen beobachtet, die in den Ringen stattfinden, wenn man von einer Erleuchtung zur andern übergeht, und wenn es nöthig ist, ihre Dimensionen mißt. Letzteres läßt sich sehr leicht bewerkstelligen, indem man sie entweder wie §. 903 in einem dunkeln Zimmer auf eine Tafel projicirt, oder indem man die Linse H Fig. 178 wegnimmt, und ein von dem prismatischen Farbenbilde stark erleuchtetes weißes Stück Papier durch den Apparat

proportional. Dieses Gesetz ist jedoch nicht allgemein, und ist in manchen Krystallen ganz entstellt. So sind z. B. bei der gewöhnlichsten Art von Apophyllit die Durchmesser der Ringe für alle Farben fast gleich; die der grünen Ringe sind etwas kleiner, die an den Gränzen zwischen Blau und Dunkelblau genau gleich, und die der violetten Ringe etwas größer als die der rothen. Es ist einleuchtend, daß wenn die Durchmesser aller Ringe genau gleich wären, so würde das durch die Deckung entstehende System eine bloße Abwechselung von Schwarz und Weiß geben, die ins Unendliche fortgeht. Bei dem hier betrachteten Fall ist die Näherung zur Gleichheit so groß, daß die Ringe in einem Turmalinapparat bloß schwarz und weiß erscheinen und äußerst zahlreich sind, indem man nicht weniger als fünf und dreißig gezählt hat, und noch viel mehr, die für die Zählung zu nahe sind, sieht man in einem dicken Stück.

916. Untersucht man jedoch genauer, so werden Farben sichtbar, und sie stehen in vollkommener Uebereinstimmung mit dem angegebenen Gesetz, indem sie für die vier ersten Ordnungen folgende sind:

Erste Ordnung. Schwarz, grünlich Weiß, glänzendes Weiß, röthliches Weiß, dunkles Violett.

Zweite Ordnung. Beinahe schwarzes Violett, blasses Gelbgrün, grünliches Weiß, Weiß, röthliches Weiß, dunkle Indigofarbe, die ins Violett übergeht.

Dritte Ordnung. Dunkles Violett, erträglich gutes Gelbgrün, gelbliches Weiß, Weiß, blasses Purpurroth, tiefes Dunkelblau.

Vierte Ordnung. Dunkles Violett, bräunliches Grau, Gelbgrün, blasses gelbliches Weiß, Weiß, Purpurroth, sehr tiefes Dunkelblau u. s. w.

917. Kohlensaurer Kalk, Beryll, Eis, Turmalin sind Beispiele von einaxigen Krystallen, in denen die Ringe fast genau die Newtonianische Farbenreihe nachahmen, und daher sind die Verzögerungsräume des gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahls für jede Farbe der Länge ihrer Undulationen proportional. Der überschwefelsaure Kalk hingegen giebt uns ein Beispiel einer schnellern Farbenabnahme, und zeigt daher eine schnellere Veränderung des so eben erwähnten Raumes an. Folgende Farbenreihe wurde in diesem merkwürdigen Krystall bemerkt:

Erste Ordnung. Schwarz, sehr schwaches Himmelblau, ziemlich starkes Himmelblau, sehr helles Blauweiß, Weiß, gelbliches Weiß, glänzende Strohfarbe, Gelb, Orange, schönes Blaßroth, mattes Blaßroth.

Zweite Ordnung. Purpurroth, Blau, glänzendes Blaugrün, schönes Grün, helles Grün, grünliches Weiß, röthliches Weiß, Blaßroth, schönes Rosenroth.

Dritte Ordnung. Mattes Purpurroth, Blaßblau, grünliches Blau, Weiß, Blaßroth.

Vierte Ordnung. Sehr blasses Purpurroth, sehr helles Blau, Weiß, fast unmerkliches Blaßroth.

918. Eine noch schnellere Abnahme hat man in gewissen seltenen Arten von einaxigem Apophyllit bemerkt, die mit merkwürdigen und lehrreichen Erscheinungen begleitet war. Bei diesen wachsen die Durchmesser der Ringe sehr schnell (statt abzunehmen, so wie die Brechbarkeit des Lichts wächst, aus welchem sie entstehen), und sind für Strahlen von mittlerer Brechbarkeit wirklich unendlich groß; hierauf werden sie wieder endlich und ziehen sich gegen das violette Ende des Farbenbildes zusammen, wo sie jedoch noch beträchtlich größer als im rothen Licht sind. Vermöge dieser Eigenheit sind ihre Ringe, wenn sie durch weißes Licht entstehen, der Newtonianischen Skale ganz entgegengesetzt. Zwei Arten dieses Minerals zeigten folgende Farben, wo bei dem einen der kritische Punkt, in welchem die Ringe unendlich groß werden, im Dunkelblau, beim andern im Gelb lag. Bei der ersten Art waren die Farben:

[redacted]

919. Die doppelt brechende Kraft eines Krystalls kann sehr passend durch den Unterschied der Quadrate der Geschwindigkeiten des gewöhnlichen und des ungewöhnlichen Strahls, die gegen die Axe eine ähnliche Lage haben, gemessen werden; da aber dieser Unterschied für Strahlen, die in einem und demselben Krystall verschiedene Lagen haben, $\sin\theta^2$, oder in zweiaxigen Krystallen $\sin\theta^2 . \sin\theta'$ proportional ist, so kann die doppelt brechende Kraft irgend eines Krystalls durch

$$e = \frac{v^2 - v'^2}{\sin\theta . \sin\theta'} \qquad (c)$$

dargestellt werden; sieht man daher diesen Ausdruck als die Definition der Kraft an, so haben wir ~~hier~~ für einaxige Krystalle

$$e = \frac{v^2 - v'^2}{\sin\theta^2};$$

und dieß giebt das Maß der Trennung beider Strahlen an, wenn sie aus dem Krystall heraustreten. Setzen wir für v und v' ihre Werthe $\frac{t . \sec\rho}{\tau}$, $\frac{t . \sec\rho'}{\tau'}$ so kommt nach den gehörigen Reductionen

$$v^2 - v'^2 = v v' (v + v') . \frac{\tau' - \tau}{t . \sec\rho} \qquad (d)$$

In einer parallelen Platte kann man senkrecht auf die Axe und in ihrer Nähe v' und $\sec\rho$ als constant betrachten und $v^2 - v'^2$ ist der Größe $\tau' - \tau$ oder dem Verzögerungsraum proportional, dem auch die Farbe in weißem Licht, so wie die Anzahl der Perioden und Theile einer Periode in homogenem Licht proportional ist. Wir sehen daher, daß in solchen Fällen die doppelt brechende Kraft sich direct wie die polarisirte Farbe und umgekehrt wie $\sin\theta^4$ verhält, und daher auch im umgekehrten Verhältniß der Quadrate der Durchmesser der Ringe steht. Wachsen die Ringe, so nimmt unter sonst gleichen Umständen die doppelt brechende Kraft ab, und hieraus ergiebt sich die sehr sonderbare Folge, daß nämlich dieselbe in den beiden zuletzt erwähnten Fällen für diejenigen Farben, wo die Ringe unendlich groß werden, völlig verschwindet, oder mit andern Worten, daß, obgleich der Krystall für alle übrigen gefärbten Strahlen doppelt brechend ist, sich ein besonderer Strahl im Spectrum befindet (Dunkelblau im erstern und Gelb im letztern Fall), für welchen die Brechung einfach ist. Bei dem Durchgang durch das Unendliche findet gewöhnlich eine Zeichenänderung statt. Bei den erwähnten Beispielen geschieht diese Ver-

änderung im Werthe von e oder $v^2 - v'^2$, der vom Negativen ins Positive übergeht. Das Sphäroid der doppelten Brechung ändert dem gemäß seinen Charakter, indem es aus einem abgeplatteten ein verlängertes wird, und durch die Kugel als den mittlern Zustand geht. Die Art, auf welche dieses erkannt werden kann, ohne wirklich zu messen, oder selbst die doppelte Brechung zu bemerken, soll weiter aus einander gesetzt werden.

920. Für die Krystalle mit zwei Axen haben wir rücksichtlich der Anwendung der obigen Formeln und der Phraseologie auf ihre Erscheinungen bloß die Analogie, auf welche wir fußen können. Die allgemeine Thatsache einer innigen Verbindung zwischen der brechenden Kraft und den Dimensionen der Ringe läßt sich jedoch leicht ausmachen, denn man findet aus den Versuchen, daß alle Krystalle, sie mögen eine oder zwei Axen haben, bei denen die Ringe und Lemniscaten rücksichtlich der Dicke der Krystalle nur klein sind, eine große doppelt brechende Kraft haben, und umgekehrt, und daß allgemein genommen, die Trennung des gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahls unter übrigens gleichen Umständen in dem Verhältniß größer ist, als die Ringe den Polen näher liegen. Bei einaxigen Krystallen, in denen die Gesetze der doppelten Brechung verhältnißmäßig einfach sind, findet wenig Schwierigkeit statt, diesen Punkt directen Versuchen und genauen Messungen zu unterwerfen, und man findet, daß er vollkommen richtig angenommen ist. Bei zweiaxigen hingegen ist eine solche genaue und directe Vergleichung viel schwieriger, und sie erfordert eine genaue Kenntniß der allgemeinen Gesetze der doppelten Brechung. Die durch die oben erwähnte allgemeine Uebereinstimmung unterstützte Analogie ist jedoch zu stark, als daß man sie zurückweisen könnte, und indem wir weiter fortgehen, werden wir finden, daß sie mit jedem Schritt an Stärke zunehmen wird.

921. Bei zweiaxigen Krystallen sind ähnliche Abweichungen von der genauen Proportionalität zwischen den Längen der Perioden der verschieden gefärbten Strahlen und denen ihrer Undulationen oder Anwandlungen vorhanden; allein ihre Wirkung rücksichtlich der Störung der Farben der Ringe wird häufig durch eine andere Ursache aufgehoben und verhüllt, die bei einaxigen Krystallen nicht vorhanden ist, nämlich daß die optischen Axen in einem und ebendemselben Krystall für die verschieden brechbaren Strah-

len ihrer Lage nach verschieden sind, und daß daher die elementaren Lemniscaten, durch deren Deckung die zusammengesetzten Streifen entstehen, die man bei weißem Licht sieht, nicht nur in der Größe, sondern auch in der Lage ihrer Pole und ihrer Zwischenräume verschieden sind. Um dieß durch die Anschauung deutlich zu machen, nehme man einen Krystall von Rocheller Salz (weinsteinsaure Soda und Potasche), und nachdem man aus demselben eine Platte senkrecht auf eine seiner optischen Axen geschnitten hat und dieselbe in den Turmalinapparat gesetzt worden ist, erleuchte man die Linse H nach und nach mit den Farben eines prismatischen Spectrum, indem man mit dem Roth anfängt und zum Violett übergeht. Ist das Auge während dieser Zeit fest auf das Auge gerichtet, so erscheinen dieselben für jede besondere Farbe von ganz regelmäßiger Gestalt, äußerst gut begränzt und schnell sich zusammenziehend, so wie die Erleuchtung mit stärker brechbarem Licht geschieht; allein außerdem kann man bemerken, daß das ganze System wirklich seine Stellung ändert, und regelmäßig in einer Richtung fortgeht, so wie die Erleuchtung geändert wird, und geht man abwechselnd von Roth zu Violett und umgekehrt, so bewegen sich die Pole rückwärts und vorwärts, und schwingen in einem beträchtlichen Raum hin und her. Wirft man homogene Strahlen von zwei Farben zugleich auf die Linse, so erscheinen zwei Reihen von Ringen, deren Mittelpunkte mehr oder weniger von einander entfernt und in ihren Größen mehr oder weniger verschieden sind, je nachdem der Unterschied in der Brechbarkeit der beiden angewendeten Strahlen größer oder geringer ist.

922. Da bei diesem Versuch angenommen ist, daß die Oberflächen der Platte senkrecht auf der mittlern Lage der optischen Axe stehen, so kann die Ursache dieser Erscheinungen nicht in einer bloß scheinbaren Verrückung der Ringe durch Brechung an der Oberfläche liegen, die für violette Strahlen größer als für rothe wäre, da außerdem der Winkel, den beide Pole beschreiben, weder der Größe noch der Richtung nach für alle Krystalle derselbe ist. Bei einigen nähern sich die Pole einander in violettem Licht und entfernen sich in rothem, während bei andern das Umgekehrte stattfindet. Bei allen jedoch, so weit unsere Beobachtungen reichen, liegen die optischen Axen für jeden gefärbten Strahl in einer Ebene, nämlich in dem Hauptdurchschnitt des Krystalls. Dieß läßt sich dadurch zeigen, daß man einen Krystall so

schneidet, daß beide Axen in derselben Platte sichtbar sind, und dieselbe in die Ebene der primitiven Polarisation mit dem Hauptdurchschnitt bringt. In diesem Zustand erscheint der erste Ring wie Fig. 179 in zwei Hälften getheilt, und er nimmt die Gestalt zweier halber Ellipsen an, die auf beiden Seiten des Hauptdurchschnitts liegen, wenn die Platte ziemlich dick ist. Diese elliptischen Flecke haben an den Enden verschiedene Farben; in einigen Krystallen ist das eine Ende, so wie die an ihm liegenden Segmente der Ringe roth, das andre blau; in andern Krystallen ist es umgekehrt. In einigen Krystallen ist diese Färbung schwach, bei manchen ganz unmerklich, während bei andern dieselbe so stark ist, daß sich die Flecke in lange Farbenbilder oder Streifen von rothem, grünem und violettem Licht ausdehnen, und die Enden der Ringe sind ebenfalls verzerrt und stark gefärbt, indem sie das Ansehen von Fig. 186 haben. Dieß findet bei dem oben erwähnten Rocheller Salz statt. Werden diese Farbenbilder mit gefärbten Gläsern oder in homogenem Licht untersucht, so erscheinen sie wie Fig. 187 aus gut begränzten Flecken der verschiedenen einfachen Farben zusammengesetzt, die in Reihen auf beiden Seiten des Hauptdurchschnitts geordnet sind. Bei Rocheller Salz beträgt die scheinbare Ausdehnung dieser Farbenbilder innerhalb des Mittels, oder der Zwischenraum der optischen Axen für violette und rothe Strahlen nicht weniger als 10 Grad.

923. Dr. Brewster hat folgende Tabelle der Krystalle aufgestellt, welche diese Erscheinungen zeigen, und die er nach seinen eigenen scharfsinnigen Ansichten in zwei Classen getheilt hat.

Erste Classe. Salpeter.

[redacted]

Nicht classificirt. Chromsaures Blei.
Salzsaures Quecksilber.
Salzsaures Kupfer.
Salpetersaures Silber.
Zucker.
Krystallisirtes Cheltenham Salz.
Salpetersaures Quecksilber.
Salpetersaurer Zink.
Salpetersaurer Kalk.
Ueberoxalsaures Kali.
Oxalsäure.
Schwefelsaures Eisen.
Kohlensaures Blei (?)
Cymophan.
Feldspath.
Benzoesäure.
Chromsäure.
Nadelstein.

Zu diesen kann noch eine Menge anderer hinzugefügt werden. Doppeltkohlensaures Ammonium ist jedoch unter allen zweiaxigen Krystallen der einzige, in welchem die optischen Axen für alle Farben genau zusammenfallen.

924. Diese Trennung der Axen für verschiedene Farben erklärt eine merkwürdige Erscheinung, welche die Ringe aller zweiaxigen Krystalle zeigen, wenn ihr Hauptdurchschnitt 45° gegen die Polarisationsebene des einfallenden Lichts geneigt wird. Man hat im Allgemeinen bemerkt, daß wenn man das ganze Ringsystem in der Ebene des Hauptdurchschnitts durchläuft, so erhält man die größte Näherung zu Newtons Farbenreihe, wenn man für den Anfang derselben nicht die Pole selbst, sondern andere Punkte (die man virtuelle Pole genannt hat) nimmt, die entweder zwischen oder jenseits ihnen liegen, je nachdem der untersuchte Krystall beschaffen ist, und sich in einer für jede Krystallart unveränderlichen Entfernung von denselben befinden, wie auch die Dicke der Platte beschaffen seyn mag. Die Pole sind daher nicht völlig schwarz, sondern gefärbt, und ihre Färbung steigt in der Farbenreihe abwärts, so wie die Dicke der Platte größer wird, und daher eine, zwei oder mehrere Ordnungen von Ringen zwischen sie und den Anfangs-

punkt der Skale treten. Diese Punkte liegen zwischen den Polen bei allen denjenigen Krystallen, deren blaue Axen näher liegen als die rothen, wie z. B. Rocheller Salz, Borax, Mica, schwefelsaure Magnesia, Topas; sie liegen jenseits der Pole bei allen denjenigen Krystallen, wo die rothen Axen einen kleinern Winkel bilden, als die blauen, wie z. B. schwefelsaurer Baryt, Salpeter, Arragonit, Zucker, überschwefligsaures Strontian; aus dieser Thatsache, so wie aus der unveränderlichen Entfernung der Pole von denselben, wenn sich auch die Dicke der Platte ändert, wird ihre Entstehung deutlich. Da nämlich die violetten Ringe kleiner als die rothen sind, wenn der Mittelpunkt, um welchen die erstern beschrieben sind, statt mit dem der letztern zusammenzufallen, in irgend einer Richtung verrückt wird, indem er die Ringe zugleich verschiebt, so wird einer der violetten Ringe auf einen rothen von derselben Ordnung fallen, und da dasselbe für die dazwischen liegenden Farben stattfindet, vorausgesetzt, daß das Gesetz, welches die Trennung der verschieden gefärbten Axen bestimmt, nicht sehr verschieden von demjenigen ist, welches die Dimensionen der Ringe correspondirender Farben bestimmt, so wird der Punkt, in welchem ein rother und violetter Ring zusammentrifft, auch zugleich beinahe derjenige seyn, in welchem ein rother mit einem grünen oder einem andern von mittlerer Farbe zusammentrifft. Die Färbung dieses Punktes ist daher entweder völlig schwarz (wenn dunkle Ringe zur Deckung gebracht werden) oder weiß, und von diesem Punkt aus lassen sich die Farben mit mehr oder weniger Genauigkeit eben so rechnen, als ob die Punkte der Deckung die Pole selbst wären. Sollten jedoch die bei-

[redacted]

für Modificationen der auf die krystallisirte Platte einfallende Strahl bei seinem Durchgang durch dieselbe erleidet, so daß er Erscheinungen zeigt, die so ganz von denjenigen verschieden sind, welche ohne ein solches Dazwischentreten stattgefunden hätten. Zuerst ist einleuchtend, daß der Strahl, wenn die Platte auf ihn keine Wirkung geäußert hätte, vom zweiten Turmalin völlig aufgehalten worden wäre, und daher muß die krystallisirte Platte entweder die Polarisation völlig aufgehoben haben, wodurch das Licht die Fähigkeit wieder erlangte, durch den zweiten Turmalin hindurchzugehen oder die Polarisationsebene geändert haben, so daß ein partieller Durchgang stattfindet. Es ist nicht schwer zwischen beiden Annahmen zu entscheiden. Wäre das Licht, welches durch den zweiten Turmalin geht und die Ringe bildet, völlig depolarisirt, oder auf den ursprünglichen Zustand des natürlichen Lichts zurückgeführt, während der Rest, der immer noch vom Turmalin aufgehalten wird, polarisirt bleibt, so ist es einleuchtend, daß jeder Strahl, indem er die Platte verläßt, aus zwei Theilen besteht, einem nichtpolarisirten $= A$, und einem polarisirten $= 1 - A$. Hiervon würde bloß die Hälfte des ersten Theils $\frac{1}{2} A$ durch den zweiten Turmalin gehen. Nimmt man nun an, daß dieser in seiner Ebene um den Winkel α gedreht wird, so geht immer noch die Hälfte des nichtpolarisirten Theils durch, und der polarisirte, der jetzt zum Theil im Verhältniß von $\sin \alpha^2 : 1$ auch durchgeht, vermischt sich mit demselben, so daß der zusammengesetzte Strahl durch

$$\frac{1}{2} A + (1 - A) \sin \alpha^2 = \sin \alpha^2 + \frac{A}{2} \cos 2\alpha$$

dargestellt wird. Nehmen wir nun an, daß α nach und nach die Werthe 0°, 45°, 90°, 135°, 180° ꝛc. erhält, so wird dieser Ausdruck nach und nach $\frac{1}{2} A$, $\frac{1}{2}$, $1 - \frac{1}{2} A$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2} A$ u. s. w. Folglich sollte sich bei jeder Viertelsumdrehung die Farbe aus der der zurückgeworfenen Ringe in die der durchgelassenen verwandeln, und bei jeder Achtelsumdrehung sollten gar keine Ringe sichtbar seyn, sondern bloß ein gleichförmig erleuchtetes Feld, dessen Intensität die Hälfte des einfallenden Lichts beträgt.

926. Die Erscheinungen, welche wirklich stattfinden, sind aber hiervon verschieden. Bei den Quadranten werden freilich abwech-

selnd die complementären Ringe hervorgebracht, und die Erscheinung ist wie in Fig. 188. Das schwarze Kreuz ändert sich dann in ein weißes, die dunkeln Theile der Ringe werden hell, das Grün wird Roth, das Roth Grün, so daß wenn wir die Untersuchung nicht weiter treiben wollten, so würde die Erscheinung mit der Hypothese übereinstimmen. In den halben Quadranten findet aber diese Uebereinstimmung nicht mehr statt. Statt eines gleichförmig erleuchteten Feldes sieht man eine zusammengesetzte Reihe von Ringen, die aus acht Theilen besteht, in welchen wechselsweise die primitiven und die complementären Farben erscheinen, wie Fig. 191, und welche §. 935 weiter beschrieben werden soll.

927. Die Erscheinungen lassen sich dann nicht mit der Idee der Depolarisation vereinigen. Wir müssen daher untersuchen, welche Erklärung man von ihnen geben kann, wenn man eine Aenderung der Polarisation annimmt, und wir können bemerken, daß diese Ursache eine solche ist, welche nach Newtons Sprachgebrauch vera causa heißen würde, eine Ursache, welche wirklich vorhanden ist; denn wir haben schon gesehen, daß jeder Strahl, er mag polarisirt seyn oder nicht, welcher ein doppelt brechendes Mittel nach irgend einer Richtung, die der optischen Axe ausgenommen, durchläuft, in zwei zerlegt wird, die in entgegengesetzten Ebenen polarisirt sind. Ist der einfallende Strahl polarisirt, so ist die Intensität dieser Theile im Allgemeinen verschieden, und jeder derselben kann durch eine gehörig gestellte Turmalinplatte aufgehoben werden, während der andere durchgeht. Dieß stimmt in so weit mit der Beobachtung überein; wird nämlich die dem Auge zunächst liegende



hintern Turmalins erscheinen, complementär sind, so folgt, daß alle in der einen Lage unterdrückten Strahlen, in der darauf rechtwinklichen Lage durchgehen, und umgekehrt, und es ist eine nothwendige Folge, daß jedes Paar correspondirende Strahlen in der primären und complementären Reihe in entgegengesetzten Ebenen polarisirt sind.

928. Das Einzige, was in den unter diesem Gesichtspunkte betrachteten Erscheinungen dunkel scheint, ist die Entstehung der Farbe. Ein doppelt brechender Krystall, der einen polarisirten Strahl von irgend einer Farbe erhält, theilt denselben in zwei Strahlen, nach einem Gesetz, das bloß von der Lage der Polarisationsebene und der Einfallsebene, so wie von den Axen des Krystalls, aber nicht von seiner Brechbarkeit abhängt. Auf welche Weise geschieht es nun, daß unter gewissen Einfallswinkeln alle rothen Strahlen in das eine Bild und die grünen und violetten in das andere Bild übergehen, während bei andern Einfallswinkeln das Umgekehrte stattfindet; kurz auf welche Weise entsteht dieß Gesetz von periodischer Wiederkehr. Um dieß zu beantworten, stellte Biot seine Theorie der abwechselnden oder wie er es nennt, der beweglichen Polarisation auf, nach welcher, sobald ein polarisirter Strahl in ein dünnes krystallisirtes Blättchen tritt, die Polarisationsebene eine Reihe von Schwingungen macht, oder eigentlich abwechselnd sprungweise, zwei verschiedene Lagen annimmt, die eine in ihrer ursprünglichen Ebene, die andere in einer Ebene, welche mit dieser einen Winkel macht, der doppelt so groß ist, als derjenige, welchen der Hauptdurchschnitt des Krystalls damit bildet. Diese Abwechselungen sollen für brechbarere Strahlen häufiger seyn, und wie die Newtonianischen Anwandlungen, in gleichen Zeiträumen periodisch wiederkehren, welche Zeiträume kürzer sind, je mehr der Weg des Strahls gegen die Axe geneigt ist. Diese Theorie ist im Einzelnen sehr scharfsinnig, und man kann sie in ihrer Anwendung auf die Erscheinungen der Ringe als eine treue Darstellung der meisten Umstände ansehen, obgleich sie, wie ihr Urheber selbst sagt, mehrern Einwürfen ausgesetzt ist. Es giebt jedoch einen Einwurf gegen dieselbe, der zu gewichtig ist, als daß man sie eher annehmen könnte, als dieser beseitigt ist, oder man keine andere Theorie aufstellen kann, die nicht demselben oder einem noch schwerern Einwurf unterläge. Er besteht darin, daß wir nach

dieser Theorie die Wirkung von dünnen Krystallen auf das Licht nicht bloß der Quantität, sondern auch der Qualität nach, ganz anders betrachten müssen, als die eines dicken, während sie kein Kennzeichen aufstellt, woran wir erkennen könnten, wo die Wirkung als dünner Krystall aufhört, und die als dicker anfängt, noch Abstufungen angiebt, durch welche eine Wirkungsart in die andere übergeht. Ein dicker Krystall polarisirt, so viel wir wissen, die zuletzt ausfahrenden Strahlen in zwei Ebenen, welche bloß von der Lage des Krystalls und der des Strahls abhängen, während Biot's Theorie die Lage der Polarisationsebene des einfallenden Strahls zu einem Element der Bestimmung seiner letzten Polarisation in einem dünnen Krystall macht. Nun haben wir in dieser Theorie bloß ganz dünne Blättchen als dünne Krystalle zu betrachten. Eine Platte, deren Dicke $\frac{1}{10}$ Zoll oder mehr beträgt, kann in dem Fall schwach polarisirender Körper, z. B. Apophyllit, als ein dünnes Blättchen betrachtet werden.

929. Da der von Biot zur Untersuchung der Erscheinungen von dünnen krystallisirten Blättchen angewandte Apparat sehr große Bequemlichkeit für die Messung der Winkel, bei denen verschiedene Farben hervorgebracht werden, darbietet, und sie zugleich in ihrer größten Reinheit darstellt, so wollen wir denselben hier beschreiben und einige der Hauptresultate, die er erhalten hat, angeben. A ist eine ebene an der hintern Seite geschwärzte Glasplatte (Fig. 189), oder eine Obsidianplatte, die unter dem Polarisationswinkel [redacted]

den. In diesem Rahmen befindet sich eine Oeffnung F, in welcher sich eine kreisförmige Platte von Messing, die in der Mitte ein Loch hat, herumdrehen läßt; über diesem Loch wird die zu untersuchende krystallisirte Platte mit Wachs befestigt, die so in ihrer eigenen Ebene unabhängig von der übrigen Bewegung des Apparats herumgedreht werden kann, daß ihr Hauptdurchschnitt jedes beliebige Azimuth gegen die Einfallsebene erhält. Wir haben es bequem gefunden, wenn dieser Theil des Apparats wie in Fig. 190 verfertigt wird, wo a die viereckige Platte des Rahmens ist, b ein getheilter Kreis, der sich darin bewegen läßt, und auf welchem die Ablesung durch einen Index genommen werden kann; c, d ist eine kreisförmige Platte, die innerhalb des getheilten Kreises der genauern Einstellung wegen beweglich ist, worauf sie in ihrer Lage mit einer kleinen Klammer befestigt ist, so daß sie sich mit dem Kreise zugleich dreht; diese trägt in ihrem Mittelpunkte einen andern beweglichen Kreis, der sich auf seiner Axe drehen läßt, und in der Mitte eine Oeffnung hat, über welcher der Krystall befestigt wird; auf diese Art erhält man einen Raum zu einer genauern Einstellung der Ebene, auf welche das Licht fällt, wenn sie nicht genau senkrecht auf dem Hauptdurchschnitt des Krystalls stehen sollte, und die dann sehr nützlich ist, wenn man künstliche Oberflächen untersucht, da es kaum möglich ist, dieselben mit der gehörigen Genauigkeit zu schneiden und zu poliren. Es ist auch für einige Versuche sehr bequem einen zweiten Rahmen zu haben, der dem ersten ähnlich ist, und sich auf der Verlängerung der Arme G und H befindet. M ist ein doppelt brechendes Prisma, welches entweder durch ein Prisma von Flintglas, oder noch besser durch ein aus derselben doppelt brechenden Materie bestehendes Prisma achromatisch gemacht wird. Zwei Prismen aus Quarz, wie sie §. 882 beschrieben sind, sind hierzu sehr bequem. Ihre Winkel müssen so beschaffen seyn, daß wenn sie sich in M befinden, so müssen die beiden Bilder einer kleinen Oeffnung P beinahe in Berührung stehen. Die so eingerichteten Prismen werden auf ein Gestell N gebracht, welches von dem übrigen Apparat unabhängig ist, und sich vermittelst des Arms K drehen läßt, der einen Vernier trägt, durch dessen Hülfe der Drehungswinkel oder die Lage der Ebene, in welcher die doppelte Brechung stattfindet, auf einem getheilten Kreise L abgelesen werden kann. Das Prisma muß so

gestellt werden, daß wenn der Vernier Null zeigt, das ungewöhnliche Bild verlöscht, und zeigt er 90°, so verschwindet das gewöhnliche. Man kann bei Gelegenheit an die Stelle des Prisma eine Turmalinplatte oder einen Glasspiegel setzen.

930. Um diesen Apparat zu gebrauchen, muß das krystallisirte Blättchen (von dem wir jetzt annehmen wollen, daß es irgend ein Blättchen eines einaxigen Krystalls ist, dessen Axe senkrecht auf der Ebene der Platte steht) auf den beweglichen Rahmen über die Oeffnung gestellt werden, und hat man es so gestellt, daß seine Axe mit der der Röhre zusammenfällt, welches leicht vermittelst der verschiedenen Bewegungen, die der Rahmen hat, geschehen kann, so ist das Instrument zum Gebrauch fertig. Ob man diese Bedingung erreicht habe, kann man leicht dadurch erfahren, indem man die Röhre C um die Röhre A B als Axe dreht, wo das ungewöhnliche Bild der Oeffnung P durch ein doppelt brechendes Prisma gesehen, verschwinden muß, wenn der Vernier K auf Null steht, und auch bei der Drehung der Röhre nicht wieder zum Vorschein kommen darf; denn es ist bekannt, daß die Axe die einzige Linie ist, welche dieser Eigenschaft zugehört, oder rücksichtlich deren alle Ringe symmetrisch sind. Es ist dann einleuchtend, daß, wie auch die Theile des Apparats liegen mögen, erstens die Ablesung des Vernier D den Einfallswinkel auf die Platte, zweitens die des Vernier B den Winkel, den die Einfallsebene mit der Ebene der ursprünglichen Polarisation macht, giebt, drittens die des Vernier c den Winkel anzeigt, der von irgend einem angenommenen Durchschnitt der krystallisirten Platte senkrecht auf ihre

[redacted]

nier B auf 90° bringen, und dann den Rahmen E um seine Axe drehen, indem wir so den Einfall in eine Ebene bringen, die auf der der primitiven Polarisation senkrecht steht, oder was auf dasselbe hinauskommt, wir durchlaufen die Ringe längs des horizontalen Arms der schwarzen und weißen Kreuze. In den dazwischen befindlichen Lagen des Vernier B durchlaufen wir die Ringe längs eines Durchmessers, der mit dem verticalen Arm einen Winkel macht, welcher der Ablesung des Vernier gleich ist. In diesem Fall sind beide Bilder von P sichtbar und schön gefärbt; das ungewöhnliche Bild zeigt die Farbe der primären Ringe, die dem vom Vernier D angegebenen besondern Einfallswinkel zugehören; das gewöhnliche Bild hingegen giebt die Farbe, welche dem complementären System desselben Winkels entspricht. Man sieht dann die Farben der beiden Bilder unter den günstigsten Umständen, indem sie gut von einander getrennt und neben einander stehen, so daß sie sehr gut mit einander verglichen werden können. Giebt der Vernier D 45° an, oder ist die Einfallsebene 45° gegen die Ebene der ursprünglichen Polarisation geneigt, so ist der Gegensatz beider Bilder in seinem Maximum, indem dann die Farben des ungewöhnlichen Bildes am lebhaftesten sind, und die des gewöhnlichen die geringste Beimischung von Weiß haben. Bedeutet A im Allgemeinen das Licht des ungewöhnlichen Bildes in der erwähnten Lage, und α der vom Vernier B angegebene Winkel, so werden bei jeder andern Lage der Einfallsebene, die beiden Bilder in dieser neuen Lage, für denselben Einfallswinkel durch

$$A . \sin 2\alpha^2 \quad ,$$

$$1 - A . \sin 2\alpha^2 \quad ,$$

dargestellt, oder was dasselbe ist, durch

$$A . \sin 2\alpha^2 \quad ,$$

$$\cos 2\alpha^2 + (1 - A) . \sin 2\alpha^2 \quad .$$

Der erste dieser Ausdrücke zeigt einen Strahl an, dessen Farbe durch A, und dessen Intensität durch $\sin 2\alpha^2$ angegeben wird; der zweite eine complementäre Farbe $1 - A$ von derselben Intensität, mit einer gewissen Quantität von weißem Licht vermischt, dessen Intensität durch $\cos 2\alpha^2$ dargestellt wird.

932. Diese Ausdrücke geben mit großer Genauigkeit die Farben beider Bilder, die Intensität des ungewöhnlichen, und den scheinbaren Grad der Vermischung des gewöhnlichen weißem mit

Licht, und da ein Strahl A, der in einer Ebene polarisirt wird, welche einen Winkel 2α mit dem Hauptdurchschnitt des doppelt brechenden Prisma macht, zwischen das ungewöhnliche und das gewöhnliche Bild im Verhältniß von $\cos 2\alpha^2 : \sin 2\alpha^2$ getheilt wird, so folgt, daß wenn wir den Strahl bei seinem Heraustreten aus dem krystallisirten Blättchen, als aus zwei Theilen bestehend ansehen, wovon der eine A in der erwähnten Ebene polarisirt wird, der andere $1 - A$ seine ursprüngliche Polarisation beibehält, so werden die beiden vom doppelt brechenden Prisma gebildeten Bilder folgendermaßen zusammengesetzt seyn:

	Ungewöhnliches Bild
Vom Strahl A	$A . \sin 2\alpha^2$.
Vom Strahl $1 - A$	0.
Summe	$A . \sin 2\alpha^2$.

	Gewöhnliches Bild
Vom Strahl A	$A . \cos 2\alpha^2$.
Vom Strahl $1 - A$	$1 - A$.
Summe	$1 - A + A \cos 2\alpha^2$
	$= 1 - A . \sin 2\alpha^2$.

welche mit den obern Ausdrücken identisch sind. Wir sehen hierdurch, daß die Beobachtungen in so weit mit Biot's Lehre von der beweglichen Polarisation übereinstimmen, und daß wir sogar genöthigt sind, sie zuzugeben, wenn wir voraussetzen, daß die Ringe wirklich schon in dem aus dem krystallisirten Blättchen herausfahrenden Strahl gebildet sind, und daß die Wirkung des doppelt brechenden Prisma bloß darin besteht, den durchgehenden Strahl zu zerlegen, und beide Reihen von einander zu trennen. Ist aber der oben gegen diese Lehre gemachte Einwurf gegründet, so kann diese Annahme nicht richtig seyn, und wir müssen dann schließen, daß das doppelt brechende Prisma, oder der Turmalin, oder der Glasspiegel eine wichtigere Wirkung leistet, als bloß die schon erzeugten Farben zu trennen, und daß sie wirklich erst durch seine Wirkung hervorgebracht werden, indem die krystallisirte Platte die Strahlen bloß zu diesem Proceß vorbereitet, den sie zuletzt erleiden sollen.

933. Die Erklärung der Art, auf welche dieses geschieht, macht den Gegenstand eines andern Abschnitts aus. Unterdessen

wollen wir hier bloß bemerken, daß der Uebergang von einaxigen zu zweiaxigen Krystallen leicht geschieht. Wir brauchen nur zu bemerken, daß indem der Einfallswinkel geändert wird (vorausgesetzt, daß die Linie, welche den Winkel der optischen Axen halbirt, senkrecht auf der Oberfläche der Platte steht), wir die Ringe in einer Linie durchkreuzen, die durch den Mittelpunkt O (Fig. 183) geht, und mit ihrem Hauptdurchmesser PP′ einen Winkel macht, der dem durch den Vernier B abgelesenen gleich ist, und daß, indem wir die Platte in ihrer eigenen Ebene herumdrehen, oder den durch den Vernier c abgelesenen Winkel ändern, wir in der That das System durch die verschiedenen in Fig. 179, 180, 181, 182 hindurchgehen lassen, indem die Farbe, aber nicht die Intensität des ungewöhnlichen Bildes sich ändert.

934. Dreht man das doppelt brechende Prisma herum, so werden die Farben verwaschener, und bringt man dasselbe in das Azimuth α, d. h. liegt sein Hauptdurchschnitt in der Einfallsebene, so sind beide Bilder farblos, aber von ungleicher Helligkeit. Dieß stimmt mit Biot's Lehre von der beweglichen Polarisation überein; denn geben wir zu, daß der Strahl A in einer Ebene polarisirt wird, die einen Winkel 2α mit der der ursprünglichen Polarisation macht, so bildet sie jetzt einen Winkel α mit dem Hauptdurchschnitt des Prisma, und $A.\sin\alpha^2$ ist der Theil des ungewöhnlichen Bildes, der aus dem Strahl A entsteht; behält auf der andern Seite der Strahl $1-A$ seine ursprüngliche Polarisation bei, so ist $(1-A).\sin\alpha^2$ der Theil des ungewöhnlichen Bildes, der durch denselben in der neuen Lage des Prisma hervorgebracht wird, und die Summe oder das ganze Bild ist bloß $\sin\alpha^2$, und da dieß von A oder der Farbe unabhängig ist, so wird es farblos. Auf gleiche Art kann man zeigen, daß das gewöhnliche Bild $\cos\alpha^2$ ist, und ihre Intensitäten verhalten sich daher wie $\sin\alpha^2 : \cos\alpha^2$, und sind einander im Azimuth von 45° gleich. Alles dieses stimmt völlig mit den Beobachtungen überein.

935. Der Bewegung des Prisma entspricht eine Drehung des hintern Turmalins in seiner eigenen Ebene bei dem Turmalinapparat. Die allgemeine Erscheinung, welche die Ringe einer einzelnen Axe zeigen, wenn die Rotation nicht ein voller Quadrant ist, ist in Fig. 191 dargestellt. Die Folge der Veränderungen ist diese: Beim ersten Anfang der Drehung scheinen sich die Arme des schwar-

zen Kreuzes auszudehnen, sie werden zugleich schwächer, und Abschnitte der complementären Ringe werden darin sichtbar, deren helle Zwischenräume den dunkeln der primitiven Reihe entsprechen, die rothen den grünen und umgekehrt. Die Vereinigung beider Reihen zeigt sich durch eine schwache weiße und unbestimmte Farbe. So wie die Drehung fortgeht, ziehen sich die primären Abschnitte zusammen, und vermischen sich mehr mit Weiß, während die complementären sich ausdehnen und bestimmter werden; zu gleicher Zeit wird der Mittelpunkt des Systems nach und nach heller, und hat die Drehung 90° erreicht, so nimmt das Ganze die Erscheinung Fig. 188 an. Die Erscheinungen sind denen in zweiaxigen Krystallen völlig analog. Die geringste Abweichung von der genauen rechtwinklichen Lage der Turmaline bringt die complementären Abschnitte in den schwarzen hyperbolischen Curven hervor, die den Armen des schwarzen Kreuzes entsprechen; zugleich werden die primären Abschnitte verwaschen und ziehen sich zusammen; zuletzt verschwinden sie in einem Paar weißer Hyperbeln, die den schwarzen der primären Ringe in ihrem vollkommenen Zustande völlig ähnlich sind.

936. Bisher haben wir die Ringe, wegen der Dicke der Platte als so nahe an einander betrachtet, daß sie sich alle in einen kreisförmigen Raum zusammenziehen, welchen das Auge auf einmal fassen kann; allein nimmt die Dicke sehr ab, so findet dieß nicht mehr statt, und statt der Ringe, deren Gestalt sich unterscheiden läßt, sehen wir bloß breite Bänder, die sich weit von den Po-

[redacted]

937. Behält man die Benennungen bei, welche §. 885 bis 888 angegeben sind, so mag die Ebene, welche die beiden Axen enthält, der Durchschnitt A heißen; die darauf senkrechte Ebene, welche durch die den von den Axen eingeschlossenen kleinern Winkel halbirende Linie geht, der Durchschnitt B, und die, welche durch die den größern Winkel halbirende Linie geht, und mit den andern beiden rechte Winkel macht, der Durchschnitt C. Hat der Krystall nur Eine Axe, so gehen die Schnitte A und B durch dieselbe, und C steht senkrecht darauf. Enthält das Blättchen beide Axen, so ist die Ebene desselben der Durchschnitt A und die andern Durchschnitte treffen dieselbe in zwei sich senkrecht schneidenden Linien. Wir wollen nun annehmen, daß ein polarisirter Strahl senkrecht durch ein solches Blättchen geht. Fällt dann die Polarisationsebene mit den Durchschnitten B und C zusammen, so bleibt die Polarisation ungestört, und alles durchgelassene Licht geht ins gewöhnliche Bild. Wird aber die Platte in ihrer eigenen Ebene herumgedreht, so erscheint das ungewöhnliche Bild wieder und wird bei jeder Drehung der Platte von 45° ein Maximum. Ist sie hinreichend dünn, so zeigt sie einige Farben, welche regelmäßig abwärts in der Farbenskale gehen, so wie die Dicke wächst, indem die Dicke dem Gesetz des §. 907 gemäß, wovon dieser nur ein besonderer Fall ist, ein Maß der Farben abgiebt.

938. Werden zwei solche Platten auf einander gelegt, mit den Durchschnitten B und C übereinstimmend, so ist einleuchtend, daß sie sich in demselben Verhältniß befinden, als ob sie Theile eines und desselben Krystalls wären, und wir können daher leicht diejenige Erscheinung erwarten, welche wirklich stattfindet, nämlich daß eine solche zusammengesetzte Platte dieselbe Farbe polarisirt, welche eine einzige Platte, deren Dicke der Summe beider gleich ist, polarisiren würde. Werden sie aber kreuzweise gelegt, so daß der Durchschnitt B der einen auf den Durchschnitt C der andern fällt, so hat Biot gezeigt, daß die polarisirte Farbe einer Platte zugehört, die dem Unterschied ihrer Dicken gleich ist. Ist daher dieser Unterschied Null, so neutralisiren sich die kreuzweise liegenden Platten, wenigstens bei senkrechtem Einfall, wie auch ihre Dicke beschaffen seyn mag. Um zwei gleich dicke Platten zu bekommen, braucht man nur eine reine und wirklich parallele Platte aus einander zu brechen.

939. Fällt jedoch das Licht nicht senkrecht ein, so zeigt eine solche zusammengesetzte Platte immer noch Farben, die sich scheinbar sehr unregelmäßig mit dem Einfallswinkel ändern, und zwar in verschiedenen Ebenen mit ungleicher Geschwindigkeit. Der Turmalinapparat leistet hier große Dienste, indem er das Gesetz dieser Farben, welches anfangs sehr verwickelt erscheint, vor Augen legt. Wird eine solche kreuzweise zusammengesetzte Platte zwischen die Turmaline gebracht, die auf einander senkrecht stehen, so zeigt sich das schöne und auffallende Phänomen, welches Fig. 192 dargestellt ist, in denen die Farben die der zurückgeworfenen Ringe sind, und das schwarze Kreuz den Anfangspunkt ausmacht. Sind die Turmaline parallel, so entstehen die Complementärfarben mit eben derselben Regelmäßigkeit wie in Fig. 193. Wird der zusammengesetzte Krystall in seiner eigenen Ebene herumgedreht, so drehen sich die Figuren mit, erleiden aber keine weitere Aenderung als rücksichtlich der Intensität, indem sie sich im Maximum der Helligkeit dann befinden, wenn die Arme des Kreuzes parallel und senkrecht auf der Ebene der ursprünglichen Polarisation sind; ist der Winkel derselben mit dieser Ebene aber 45°, so verschwinden die Figuren völlig. Durchkreuzen sich die Platten nicht genau unter rechten Winkeln, oder sind sie nicht völlig von gleicher Dicke, so entstehen andere Erscheinungen, die der Leser leichter für sich hervorbringen kann, als eine weitläufige Beschreibung derselben studiren. Dasselbe findet bei den glänzenden, aber sehr verwickelten Erscheinungen statt, die dann entstehen, wenn man zwei gleich dicke Platten zwei-

[redacted]

gativ, welche kreuzweise liegenden Platten zugehören, so entspricht die polarisirte Farbe T der Dicke $t + t' + t'' + \ldots$

941. Geht der Strahl durch eine Platte von Quarz, Zircon, kohlensaurem Kalk oder andere einaxige Krystalle, die so geschnitten sind, daß sie die Axe der doppelten Brechung enthalten, so findet dasselbe Gesetz der Farben statt, indem die Farbe T der Dicke der Platte proportional ist, und für irgend eine Platte haben wir $T = kt$, wo k eine Constante ist, die von der Natur des Krystalls abhängt. Legt man nun verschiedene Platten aus einaxigen Krystallen über einander, deren Dicken t, $t' \ldots$ sind, und bedeutet ein negativer Werth von t eine querliegende Stellung der Axe der Platte, so wird die Farbe durch

$$T = kt + k't' + k''t'' + \ldots$$

dargestellt.

942. Bestehen die Platten alle aus derselben Substanz, so sind in dieser Gleichung die Größen k, $k' \ldots$ alle gleich, bestehen sie aber aus verschiedenen Substanzen, so muß k bei allen den Krystallen, die Biot zur abstoßenden Classe rechnet, negativ (§. 803 z. B. kohlensaurer Kalk), und bei den zur anziehenden Classe gehörigen (z. B. Quarz) als positiv betrachtet werden. Es kann also jedes Glied der obigen Gleichung sein Vorzeichen aus zwei Ursachen ändern, entweder wegen einer Aenderung der Natur des Krystalls, oder wegen einer Aenderung von 90° seines Azimuths.

943. Obiges ist nur ein besonderer Fall eines allgemeinen Gesetzes, welches folgendermaßen ausgesprochen werden kann: Die zuletzt entstehende Farbe ist dem Beschleunigungsraum oder dem Verzögerungsraum des gewöhnlichen Strahls gegen den ungewöhnlichen, nachdem sie das ganze System durchlaufen haben, proportional; die partielle Beschleunigung oder Verzögerung in jeder Platte ist proportional der Länge des innerhalb der Platte beschriebenen Weges, multiplicirt mit dem Quadrat des Sinus des Winkels, den der durchgehende Strahl inwendig mit der optischen Axe der Platte macht, wenn sie nur Eine hat; hat sie zwei Axen, so muß die Länge des Weges mit dem Product aus dem Sinus derjenigen Winkel multiplicirt werden, den der Strahl mit jeder Axe bildet, und dieses Ge

setz findet für jede Lage der Platten und jede Ordnung derselben statt. So wird bei zwei ähnlichen und gleichen sich rechtwinklich durchkreuzenden Platten der Strahl, welcher in der ersten Platte gewöhnlich gebrochen wird, in der zweiten ungewöhnlich gebrochen, und umgekehrt; beide Strahlen wechseln ihre Geschwindigkeiten, und da beide Platten gleiche Dicke haben, so wird der eine Strahl bei seinem zweiten Durchgang so viel verlieren, als er bei dem ersten verloren hat; der Verzögerungsraum, so wie auch die Farbe wird daher Null.

944. Hieraus sieht man, daß wenn zwei einaxige, senkrecht auf die Axe geschnittene Platten auf einander gelegt werden, und ihre Axen genau zusammenfallen, so werden die Durchmesser der Ringe verkleinert, wenn beide Platten anziehen oder abstoßen, hingegen vergrößert, wenn sie entgegengesetzter Beschaffenheit sind. Der Versuch ist etwas schwierig, allein es gelang Dr. Brewster vollkommen, indem er die Platten mit weichem Wachs an einander befestigte, und ihre Oberflächen durch Druck in die gehörige Lage brachte.

945. Dieß giebt ein Mittel an die Hand, ohne Messung der Trennung des gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahls zu erfahren, ob ein einaxiger Krystall anziehend oder abstoßend ist; denn dehnen sich die Ringe aus, indem man ihn mit einer dünnen Platte von kohlensaurem Kalk verbindet, die senkrecht auf die Axe geschnitten ist, so ist er positiv, ziehen sich die Ringe zusammen, so ist er negativ. Eine noch einfachere Methode besteht darin, daß man auf die zu untersuchende Platte, welche so geschnitten ist, daß sie Ringe zeigt, eine Platte von schwefelsaurem Kalk befestigt, die eine nur mäßige Dicke hat, und sie dann in ihrer eigenen Ebene zwischen den Turmalinen dreht. Man findet dann eine Lage, in welcher die Ringe ungeändert bleiben. In dieser Lage befindet sich der Durchschnitt B oder C des schwefelsauren Kalks in der ursprünglichen Polarisationsebene. Wird die zusammengesetzte Platte um 45° gedreht, so bemerkt man (wenn die Dicke beider Platten die gehörige Proportion hat), daß die Ringe in zwei entgegengesetzten Quadranten gänzlich verdunkelt werden, und daß sie in den beiden andern Quadranten weiter vom Mittelpunkt sich entfernen, indem sie Kreisbogen von größerm Halbmesser bilden, und näher an einander liegen; die Farben fangen bei diesen Ringen statt vom Mittelpunkt von einem schwarzen

Zwischenraum zwischen zwei an einander liegenden weißen Ringen an, und steigen in der Farbenskale sowohl nach Innen als nach Außen abwärts. Unter diesen Umständen muß man die Lage des schwefelsauren Kalks rücksichtlich der Turmaline wohl bemerken, und nachdem man den Krystall weggenommen hat, eine Platte von kohlensaurem Kalk, oder von einem andern bekannten einaxigen Krystall an dessen Stelle setzen, und der schwefelsaure Kalk wieder in dieselbe Lage gebracht werden. Findet man dann, daß dieselben Quadranten der Ringe verdunkelt werden, wie im vorigen Fall, und auch die neue Ringreihe in den andern Quadranten ähnlich liegt, so hat der untersuchte Krystall dieselbe Beschaffenheit als der kohlensaure Kalk, oder irgend ein anderer zur Vergleichung angewandter Krystall; sind aber die jetzt verdunkelten Quadranten da, wo früher die neuen Ringreihen lagen, so ist er von entgegengesetzter Beschaffenheit. Ist die krystallisirte Platte zu dünn, oder polarisirt sie zu schwach, um diese Erscheinungen mit der gehörigen Deutlichkeit zu zeigen, so muß sie in ein Azimuth von 45° auf den in §. 929 beschriebenen Apparat gestellt werden, und indem man in den polarisirten Strahl eine sehr dünne Platte auch in ein Azimuth von 45° stellt, durch Drehung des Krystalls untersuchen, ob seine Farben durch die Wirkung des schwefelsauren Kalks aufsteigen oder niedersteigen, dann den Krystall wegnehmen, ihn durch einen als Maß gebrauchten ersetzen, und die Beobachtung wiederholen, ohne daß man den schwefelsauren Kalk berührt. Steigen oder sinken die Farben bei beiden Krystallen, so sind ihre Charaktere ähnlich, wo nicht, so sind sie unähnlich. Eine analoge Beobachtungsart läßt sich bei zweiaxigen Krystallen anwenden.

---

§. VIII. Von den Interferenzen der polarisirten Strahlen.

946. Als Arago die Versuche von Dr. Young über das Gesetz der Interferenzen wiederholte, fiel ihm ein, daß es der Mühe werth seyn würde, zu untersuchen, ob der Zustand der Polarisation der zusammentreffenden Strahlen einige Veränderungen in den Erscheinungen hervorbringen würde. Der Versuch war leicht, wenn beide Strahlen gleich polarisirt waren, indem dann das gewöhnliche Gesetz stattfand; allein wenn die zusammentreffenden Strahlen sich in verschiede-

nen Zuständen der Polarisation befinden, so sieht man leicht, daß es sehr schwierig ist, diese Bedingung mit den andern, welche die Beschaffenheit des Gegenstandes mit sich bringen, zu verbinden. Es ist nämlich erforderlich, daß die zusammentreffenden Strahlen in demselben Augenblick aus einem gemeinschaftlichen Ursprung ausfließen, und zwischen diesem Anfangspunkte und demjenigen Punkte, wo sie zusammentreffen, dieselbe Anzahl Undulationen (innerhalb weniger Einheiten) machen. Denn es ist nicht möglich, den Polarisationszustand eines Strahls zu ändern, ohne daß entweder sein Weg geändert wird, oder daß derselbe durch ein Mittel geht, in welchem mehr oder weniger Undulationen in derselben Zeit geschehen. Jedoch fand er in Verbindung mit Fresnel bald Mittel, die Schwierigkeiten des Gegenstandes zu überwinden, und die Resultate ihrer Beobachtungen sind in folgenden Gesetzen enthalten.

947. Zwei in einerlei Ebene polarisirte Strahlen treffen grade so wie natürliches Licht mit einander zusammen, so daß die Erscheinungen der Interferenzen in beiden Lichtarten völlig dieselben sind.

948. Zwei in entgegengesetzten Ebenen polarisirte Strahlen (d. h. in Ebenen, die senkrecht auf einander stehen) haben keine merkliche Wirkung auf einander, unter denselben Umständen, unter welchen Strahlen von gewöhnlichem Licht so zusammentreffen, daß sie sich völlig aufheben würden.

949. Zwei Strahlen, die anfangs in entgegengesetzten Ebenen polarisirt wurden, können nachher auf dieselbe Polarisationsebene zurückgeführt werden, ohne daß sie dadurch in den Stand gesetzt werden, mit einander Interferenzen hervorzubringen.

950. Zwei in entgegengesetzten Ebenen polarisirte Strahlen, die dann in gleichen Zustand der Polarisation zurückgeführt werden, treffen wie natürliches Licht zusammen, vorausgesetzt, daß sie einem Strahl zugehören, welcher anfangs ganz in derselben Ebene polarisirt wurde.

951. Bei den Erscheinungen der Interferenzen solcher Strahlen, die die doppelte Brechung erlitten haben, wird der Ort der gefärbten Franzen nicht bloß

durch den Unterschied der Wege oder der Geschwindigkeiten bestimmt, sondern unter gewissen Umständen muß eine halbe Undulation zugegeben werden.

952. Dieß sind die Gesetze der Interferenzen polarisirter Strahlen, wie sie von Arago und Fresnel angegeben worden sind. Wir gebrauchen zu ihrer Darstellung, so wie in diesem ganzen Theil der Lehre des Lichts, die Sprache des Undulationssystems, da es wirklich das natürlichste ist, und sich mit der geringsten Gewalt und Dunkelheit den Thatsachen anpassen läßt. Der Leser kann, wenn er will, die Corpusculartheorie und die Newtonianischen Anwandlungen an deren Stelle setzen, und noch eine Drehung der Lichttheilchen um ihre Axe, wie Biot annimmt, hinzufügen, oder sich mit der bloßen Darstellung der Thatsachen und mit allgemeinen Ausdrücken, welche die Bedingungen der periodischen Wiederkehr enthalten, begnügen, so daß nur eine kleine Umschreibung hierzu nöthig ist; allein die Deutlichkeit der Begriffe leidet sehr darunter. Was die Gesetze selbst betrifft, so kann man das erste leicht untersuchen; wir brauchen nur irgend einen der Versuche über die Interferenz solcher Strahlen, die aus einem gemeinschaftlichen Ursprung ausgehen, zu wiederholen, indem an die Stelle des gewöhnlichen Lichts polarisirtes genommen wird. Die Resultate werden dieselben seyn, wie auch die Polarisationsebene liegen mag. Es werden also Strahlen, die in derselben Ebene polarisirt sind, wie natürliche Strahlen unter ähnlichen Umständen zusammentreffen.

953. Die Untersuchung des zweiten Gesetzes ist schwieriger. Die Bedingungen, unter welchen durch die Interferenz Farben hervorgebracht werden, verlangen daß die zusammentreffenden Strahlen zu gleicher Zeit aus einem gemeinschaftlichen Ursprung ausfließen, oder Theile einer und derselben Welle ausmachen, und an dem Punkt, wo man die zusammentreffenden Strahlen untersucht, dieselbe Anzahl Undulationen, innerhalb der Gränzen weniger Einheiten, gemacht haben müssen. Indem sie aus dem Anfangspunkt ausgehen, können sie nur auf gleiche Weise polarisirt seyn, und da sie in entgegengesetzten Zuständen an dem Punkt der Interferenz ankommen sollen, so muß die Polarisation des einen Strahls oder beider geändert werden, nachdem sie ihren Ursprung verlassen haben, entweder durch Zurückwerfung, Durchgehen durch durchsichtige Mittel, oder durch doppelte Brechung, und dieß muß geschehen, ohne daß sich der Un-

terschied beider Wege um mehr als einige Undulationen ändert. Bedenkt man nun, wie klein eine solche Undulation ist, so begreift man leicht, welche Feinheit bei einem zu diesem Zweck eingerichteten Apparat erfordert wird, und wie schwierig es ist, solche Vorrichtungen zu finden, welche diese große und fast unausführbare Feinheit überflüssig machen.

954. Die genannten Physiker haben verschiedene scharfsinnige und schöne Methoden, um den Versuch anzustellen, angegeben, und wir wollen uns damit begnügen, hier eine oder zwei derselben zu zeigen. Da der Ursprung der zusammentreffenden Strahlen das Bild der Sonne im Brennpunkt einer kleinen Linse ist, wie wir in diesem ganzen Abschnitt annehmen werden, wenn das Gegentheil nicht ausdrücklich gesagt wird, so ist einleuchtend, daß wenn wir zwischen das Auge und dieses Bild ein Rhomboid von isländischem Kalkspath bringen, so entstehen zwei Bilder, die desto mehr von einander getrennt sind, je dicker das Rhomboid ist; allein der Zwischenraum bleibt verhältnißmäßig immer nur klein. Der einzelne leuchtende Punkt ist jetzt in zwei andere zerlegt, die einander sehr nahe liegen, und welche den Gesetzen der Polarisation zufolge in das Auge Strahlen schicken, die in entgegengesetzten Ebenen polarisirt sind. Bei dieser Einrichtung der Dinge findet aber die Bedingung der nahen Gleichheit der Wege nicht statt; denn der gewöhnliche und ungewöhnliche Strahl verfolgen verschiedene Bahnen innerhalb des Krystalls mit verschiedenen Geschwindigkeiten, so daß ein Unterschied in der Anzahl der Undulationen entsteht, der hinreichend ist, allen durch die [redacted]

sie haben daher bei dem Heraustreten genau gleiche Wege mit gleichen Geschwindigkeiten beschrieben, so daß sie nur rücksichtlich ihrer entgegengesetzten Polarisation von einander verschieden sind. Wir haben also hier einen Fall, in welchem Strahlen von zwei an einander liegenden Punkten ausgehen, die sonst in jeder Rücksicht zur Interferenz fähig sind. Allein wenn wir die farbigen Franzen suchen, die unter solchen Umständen hervorgebracht werden sollten (und die in natürlichem Licht gesehen werden, §. 735 und §. 736), so finden wir keine. Ihre Abwesenheit muß daher durch den entgegengesetzten Zustand der Polarisation der zusammentreffenden Strahlen hervorgebracht werden.

955. Arago wendete, um diesen Versuch anzustellen, eine andere Methode an, die von der doppelten Brechung unabhängig ist. Zwei feine Oeffnungen wurden in eine dünne Kupferplatte gemacht, durch welche Strahlen aus dem gemeinschaftlichen Ursprung hindurchgingen, und Franzen bilden, wenn sie auf die §. 709 angegebene Art mit einem Ocularglase betrachtet wurden. Er verfertigte nun zwei Säulen von sehr dünnen Glimmerblättchen, oder sehr dünnen Blättchen von geblasenem Glase, an der Zahl funfzehn, und theilte dann diese zusammengesetzte Platte, so daß die Hälften in der Nähe der Theilungslinie nothwendig gleiche Dicke haben mußten. Wurden diese Säulen unter einem Winkel von 30° einem Strahl ausgesetzt, so wurde sein hindurchgegangener Theil fast vollständig polarisirt. Die Säulen wurden dann vor die Oeffnungen so gesetzt, daß sie die Strahlen vom leuchtenden Punkt genau unter diesem Winkel auffingen und durchließen. Außerdem waren sie so eingerichtet, daß die Einfallsebene und daher auch die Polarisationsebene geändert werden konnte, indem man sie entweder bloß herumdrehte, ohne ihre Neigung gegen den Strahl zu ändern, oder indem man den Strahl durch eine andere Stelle gehen ließ. Man fand, daß wenn beide Säulen so standen, daß sie die Strahlen in parallelen Ebenen polarisirten, z. B. wenn beide abwärts geneigt, oder wenn die eine aufwärts, die andere abwärts geneigt war, so bildeten sich die Franzen eben so, als wenn keine Säulen da waren; wurde aber die eine Säule um den einfallenden Strahl als Axe um 90° gedreht, und so gestellt, daß die durchgehenden Strahlen unter rechten Winkeln gegen einander polarisirt wurden, so verschwanden die Franzen völlig, auch konnten sie nicht wieder zum Vorschein gebracht werden, wenn man die Säule etwas

mehr oder weniger gegen den einfallenden Strahl in der Einfallsebene neigte, wodurch man nach und nach die Länge des Weges des Strahls innerhalb der Säule ändern konnte, ohne die Polarisation zu ändern, und auf diese Art jede kleine Ungleichheit in der Dicke aufgehoben werden konnte. In den dazwischen befindlichen Lagen erschienen die Franzen, aber immer um so lebhafter, je mehr sich die Polarisationsebenen dem genauern Parallelismus näherten, wo sie ihr Maximum erhielten, und bei jeder Viertelsumdrehung der einen Platte, während die andere in Ruhe blieb, völlig verschwanden.

956. Eine sorgfältig bearbeitete Turmalinplatte mit völlig parallelen Oberflächen, welche man dann theilt, würde eben so gut als die durchsichtigen Säulen zur Polarisation dienen; allein der Turmalin muß von sehr gleichförmiger Textur seyn, was man selten findet; dann ist aber der Versuch sehr leicht und völlig befriedigend. Die eine Hälfte des Turmalin wird über der Oeffnung befestigt, während die andere auf dieser in ihrer eigenen Ebene beweglich ist. Dreht man dann den beweglichen Turmalin, so zeigen sich dieselben Erscheinungen, als bei der schiefen Säule im letztern Versuch.

957. Ein noch einfacherer und eben so entscheidender Versuch ist folgender von Fresnel angestellter. Er setzte vor die Kupferplatte (die wie die vorige zwei schmale Oeffnungen neben einander hatte) ein einzelnes dünnes Blättchen von schwefelsaurem Kalk. Da dieser Körper die doppelt brechende Kraft besitzt, so wird jeder Strahl in zwei getheilt, einen gewöhnlichen und einen ungewöhnlichen, welche, je nachdem sie von der Oeffnung rechter Hand oder linker Hand ausgehen, wir durch Ro, Re und Lo, Le bezeichnen wollen. Gebraucht man hierzu gewöhnliches Licht, so haben diese Strahlen gleiche Intensität, aber die mit e bezeichneten haben eine Polarisation, die der mit o bezeichneten entgegengesetzt ist. Wir können dann vier Combinationen machen. 1) Ro kann mit Lo zusammentreffen; 2) Re mit Le; 3) Ro mit Le; 4) Re mit Lo. Von diesen sind Ro und Lo gleichmäßig polarisirt, und sie haben gleiche Wege mit gleichen Geschwindigkeiten beschrieben, folglich wenn man annimmt, daß sie im Stande sind Interferenzen hervorzubringen, so erzeugen sie eine Reihe von Franzen, die genau der Mitte beider Oeffnungen, oder der Axe des Apparats entspricht. Dasselbe gilt von Re und Le. Diese beiden Reihen decken also einander und erscheinen als eine einzige von doppel-

ter Intensität. Nun kann Ro mit Lo verbunden werden, allein da diese beiden Strahlen den Krystall in verschiedenen Richtungen und mit verschiedenen Geschwindigkeiten durchlaufen haben, so werden die Theile jedes Strahls, die sich in der Axe treffen, um zu viel Undulationen verschieden seyn, als daß sie Farben hervorbringen könnten, und bringen die Strahlen Interferenzen hervor, so wird der Ort der Franzen mehr nach der Seite zu verschoben seyn, wo der Strahl die größte Geschwindigkeit hat (§. 737), und zwar um so mehr, je dicker der Krystall ist, so daß wenn man denselben von der gehörigen Dicke nimmt, diese Reihe von Franzen ganz aus der Mitte geschoben, und unabhängig von der andern Reihe gesehen werden kann. Auf ähnliche Weise kann der Strahl Re mit Lo zusammentreffen, und eine andere Reihe Franzen geben; da aber der Strahl, welcher in der vorigen Verbindung der schnellere war, jetzt der langsamere ist, so liegt diese Reihe auf der andern Seite der mittlern Reihe, und man sollte daher drei Reihen sehen, eine hellere in der Mitte, und auf jeder Seite eine schwächere. Allein man sieht nur eine, nämlich die mittlere. Folglich bringt die Verbindung der Strahlen Ro und Le, oder Lo und Re, die entgegengesetzt polarisirt sind, keine Franzen hervor, d. h. sie treffen nicht zusammen.

958. Allein wenn wir das Blättchen aus einander schneiden, und die eine Hälfte um einen Quadranten in ihrer eigenen Ebene herumdrehen, so werden dann diese Strahlen auf dieselbe Polarisation reducirt, und die Strahlen Ro und Lo, Re und Le, welche vorher die centralen Franzen hervorbrachten, befinden sich jetzt in entgegengesetzter Polarisation; man findet dem gemäß, daß die centralen Franzen verschwunden sind, und zwei Seitenreihen von Ro und Le, Re und Lo gebildet werden. Drehen wir dann das Blättchen langsam herum, so verschwinden diese nach und nach, während die centralen wieder erscheinen und heller werden, und so wechselsweise. Dieß giebt einen überzeugenden Beweis von der Wahrheit des zweiten der angegebenen Gesetze.

959. Der Versuch, welchen Arago und Fresnel zur Unterstützung des dritten Gesetzes angegeben haben, ist folgender: Man nimmt die Einrichtung der §§. 955 und 956 wieder vor, stellt die Säulen oder Turmaline so, daß sie die beiden Strahlen entgegengesetzt polarisiren, und bringt dann ein doppelt brechendes Prisma zwischen das Auge und die Kupferplatte, so daß der Hauptdurchschnitt

desselben gegen jede Polarisationsebene der zusammentreffenden Strahlen um 45° geneigt ist. Jeder Strahl theilt sich dann in zwei andere von gleicher Intensität, die in zwei auf einander senkrecht stehenden Ebenen polarisirt sind, von denen die eine der Hauptdurchschnitt selbst ist. Wir sollten daher erwarten, daß zwei Systeme von Franzen sichtbar würden, von denen das eine durch die Verbindung **Ro** und **Lo**, das andere durch die Verbindung **Re** und **Le** hervorgebracht wird, man sieht aber keine Franzen. Der Versuch kann dadurch abgeändert werden, daß man für das doppelt brechende Prisma einen Turmalin oder eine Säule nimmt, deren Hauptdurchschnitt ein Azimuth von 45° hat. Diese reducirt alle durchgehenden Strahlen auf dieselbe Polarisation, und doch sieht man keine Franzen, folglich findet keine Interferenz statt. Rücksichtlich dieses dritten Gesetzes ist jedoch zu bemerken, daß es einer genauern Untersuchung bedarf, indem, wenn es in seiner völligen Ausdehnung angenommen wird, durch dasselbe die Fundamentalsätze der Lehre von den Interferenzen umgeworfen zu werden scheinen.

960. In der angeführten Abhandlung ist folgender Versuch zum Beweis des vierten und fünften Gesetzes angegeben. Ein Blättchen von schwefelsaurem Kalk wird senkrecht einem polarisirten Strahl ausgesetzt, der von einem kleinen Punkt ausgeht, und unmittelbar dahinter steht eine Messingplatte, die mit zwei sehr nahe bei einander liegenden kleinen Oeffnungen versehen ist. Der Hauptdurchschnitt des Blättchens muß einen Winkel von 45° mit der ursprünglichen Polarisationsebene bilden. Aus jeder der Oeffnungen (die rechter Hand R, die linker Hand L) wird dann ein Strahl hervortreten, der aus zwei gleichen Strahlen zusammengesetzt ist, **Ro** und **Re**, und **Lo** und **Le**, welche entgegengesetzte Polarisation haben, indem ihre Polarisationsebenen Winkel von + 45° und — 45° mit der Ebene der primitiven Polarisation machen, die wir vertical annehmen. Unter diesen Umständen wird ein Rhomboid von isländischem Kalkspath zwischen die Oeffnungen gestellt, und ein Ocularglas angewendet, um die Franzen zu betrachten. Der Hauptdurchschnitt des Rhomboids muß vertical stehen, d. h. mit dem des Blättchens einen Winkel von 45° bilden. Jeder der vier erwähnten Strahlen wird dann in zwei gleiche, einen gewöhnlichen und einen ungewöhnlichen, getrennt, so daß im Ganzen die acht Strahlen

Roo,

Roo, Reo; Loo, Leo;
Roe, Ree; Loe, Lee;

Diese Strahlen werden mit dem Ocularglase aufgefangen und in das Auge gebracht. Wir wollen nun ihre Bahnen und verschiedenen Polarisationszustände untersuchen.

961. Die Strahlen Ro und Re sind parallel, nachdem sie das Blättchen verlassen haben, und vermöge der geringen Dicke desselben können sie als sich gegenseitig deckend angesehen werden, indem sie nicht unterschieden werden können; allein sie haben innerhalb des Blättchens verschiedene Wege mit verschiedenen Geschwindigkeiten beschrieben, so daß sie bei ihrem Heraustreten um eine Phase verschieden seyn werden, die dem der Dicke des Blättchens proportionalen Verzögerungsraum gleich ist, und die wir d nennen wollen, so daß wenn x die Phase des Strahls Ro ist, x + d die des Strahls Re seyn wird. Dasselbe gilt von Lo und Le. Außerdem ist das eine Paar Strahlen gegen das andere entgegengesetzt polarisirt, nämlich in Ebenen, die + 45° und — 45° mit der Verticalen machen. Dieß können wir auf einmal folgendermaßen darstellen.

Strahl.	Phase.	Polarisat. Eb.
Ro	x	+ 45°
Re	x + d	— 45°
Lo	x	+ 45°
Le	x + d	— 45°

962. Die Theile, in welchen diese Strahlen wieder durch das Rhomboid zerlegt werden, verfolgen bei ihrem Durchgange durch dasselbe wieder verschiedene Wege, und haben verschiedene Geschwindigkeiten; allein alle, welche gewöhnlich gebrochen werden, haben eine gemeinschaftliche Richtung und Geschwindigkeit, so wie auch die ungewöhnlich gebrochenen; folglich entsteht zwischen den hier hervorgebrachten gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahlen ein Unterschied der Phasen, den wir δ nennen wollen, so daß wenn x die Phase eines gewöhnlichen Strahls ist, so wird x + δ die des entsprechenden ungewöhnlichen. Ihre Polarisationsebenen sind entgegengesetzt und machen die Winkel 0° und 90° mit der Verticalen. Die Zustände lassen sich so darstellen:

A.

Strahl.	Phase.	Polarisat. Eb.
Roo	x	0°

Reo	$x + d$	0°
Loo	x	0°
Leo	$x + d$	0°
	B.	
Roe	$x + d$	90°
Ree	$x + d + \delta$	90°
Loe	$x + \delta$	90°
Lee	$x + d + \delta$	90°

963. Diese acht Strahlen haben gleiche Intensität, und alle die in der ersten Reihe (A) enthaltenen treffen das Gesichtsfeld an einer Stelle, während die mit B bezeichneten (wegen der Dicke des Rhomboids, die wir als bedeutend ansehen, so daß eine merkliche und sogar starke Trennung des gewöhnlichen und des ungewöhnlichen Strahls entsteht) eine andere treffen, die von der der erstern um einen Raum entfernt ist, der in einem gewissen Verhältniß zur Dicke des Rhomboids steht, und den wir so beträchtlich annehmen wollen, daß sich die etwa durch B hervorgebrachten Franzen nicht mit den durch A erzeugten vermischen. Wir wollen daher die Strahlen A besonders betrachten, und zusehen, was für Interferenzen stattfinden können. Roo mag sich mit Loo verbinden, und da der Unterschied der Phasen Null ist, so treffen sie in der Axe des Apparats zusammen, und da ihre Polarisationsebenen zusammenfallen, so ist keine Ursache vorhanden, aus welcher in demjenigen Punkte, wo sie sich treffen, keine Franzen entstehen sollten. Dasselbe gilt von der Verbindung Reo und Leo, folglich decken sich in der Axe zwei Reihen von Franzen, die eine einzige von doppelter Helligkeit bilden.

964. Ferner kann Roo mit Leo zusammentreffen; da aber eine constante Differenz d der Phasen zu Gunsten des letztern vorhanden ist, so liegen die durch das Zusammentreffen hervorgebrachten Franzen von der Axe links um einen Raum entfernt, der der Dicke des schwefelsauren Kalks proportional ist, und sie lassen sich besonders sehen. Eben so bestimmt das Zusammentreffen der Strahlen Reo, Loo die Erzeugung einer andern Reihe von Seitenfranzen; da aber die Differenz der Phasen d zu Gunsten des rechts liegenden Strahls ist, so wird dieses System eben so weit rechts von der Axe liegen, als das erstere sich links befand.

965. Es sollten daher in dem gewöhnlichen Bilde drei Franzenreihen erscheinen, und in dem ungewöhnlichen eben so viel. Dieß

ist auch wirklich der Fall, und die Erscheinungen zeigen sich völlig auf die hier beschriebene Art. Es ist aber einleuchtend, daß die Strahlen, welche die Seitenfranzen bilden, grade diejenigen sind, welche, indem sie den schwefelsauren Kalk verließen, entgegengesetzte Polarisation besaßen, allein nachher durch die Wirkung des Rhomboids auf gleiche Polarisation gebracht wurden.

966. Nehmen wir statt eines Rhomboids von merklicher doppelter Brechung ein Blättchen schwefelsauren Kalk oder Bergkrystall, welches so dünn ist, daß es keine sichtbare Trennung der Strahlen hervorbringt, so decken die aus den Strahlen B entstehenden Franzen diejenigen, welche aus den Strahlen A erzeugt werden, und wir sollten daher erwarten, statt sechs Reihen nur drei zu sehen, von denen die mittlere die hellste ist. Allein man sieht nur eine, indem die an der Seite liegenden völlig verschwinden. Dieses merkwürdige Resultat beweist, daß die Farben, welche aus dem Zusammentreffen der durch das Rhomboid gewöhnlich gebrochenen Strahlen entstehen, zu denjenigen, welche aus den ungewöhnlich gebrochenen entstehen, complementär sind, und daß wir annehmen müssen, es werde eine halbe Undulation verloren oder gewonnen, indem wir von einer Franzenreihe zur andern übergehen, grade wie bei den Erscheinungen der von dünnen Blättchen zurückgeworfenen oder durchgelassenen Farben.

967. Eine der wichtigsten Folgen dieser Gesetze besteht darin, daß sie das mangelnde Glied in der Kette, welche die Undulationstheorie mit den Farben der krystallisirten Blättchen, wie sie in dem letzten Abschnitt beschrieben sind, verbindet, ersetzt. Es wurde schon von Dr. Young bemerkt, daß der Durchgang des gewöhnlichen und des ungewöhnlichen Strahls mit verschiedenen Geschwindigkeiten durch das krystallisirte Blättchen denjenigen Unterschied der physischen Beschaffenheit der heraustretenden Strahlen hervorzubringen, der sie in den Stand setzt, Farben zu erzeugen; allein es blieb eine Schwierigkeit zu beseitigen übrig, nicht etwa zu erklären, warum unter gewissen Umständen Farben entstehen, sondern warum nicht unter allen Umständen Farben erzeugt werden, kurz, welchen Antheil die Polarisation des einfallenden und die Zerlegung des heraustretenden Lichts an der Hervorbringung der Erscheinungen hat.

968. Um die Natur dieser Schwierigkeit deutlicher einzusehen, denke man sich, daß eine von einem entfernten strahlenden Punkte

ausgehende Welle auf ein sehr dünnes krystallisirtes Blättchen falle. Sie trennt sich in zwei, von denen jede das Blättchen in verschiedener Richtung und mit besonderer Geschwindigkeit durchläuft, und die zuletzt der anfänglichen Richtung parallel wieder austreten. Die einfallende Welle ist daher nach ihrem Heraustreten in zwei parallele zerlegt, allein sie sind von einander um den Verzögerungsraum getrennt. Die hinterste derselben sollte nun dem Gesetz der Interferenzen gemäß mit einer Welle desjenigen Systems, zu welchem die vorderste gehört, zusammentreffen, und man sollte daher periodische Farben erblicken, wenn man nur den Himmel durch ein solches Blättchen ohne weitern Apparat ansehe. Warum sieht man keine? Hierauf giebt das, von Arago und Fresnel entdeckte Gesetz eine genügende Antwort; die beiden Wellensysteme, in welche die ursprünglich einfallende Welle zerlegt wird, sind entgegengesetzt polarisirt, und sind daher unfähig mit einander zusammenzutreffen, obgleich alle übrigen Bedingungen erfüllt werden.

969. Um einzusehen, wie die Farben der polarisirten Ringe durch die Interferenz hervorgebracht werden, wollen wir den einfachsten Fall nehmen, wo ein polarisirter Strahl AB (Fig. 194) auf irgend ein dünnes krystallisirtes Blättchen B fällt, dessen Hauptdurchschnitt gegen die ursprüngliche Polarisationsebene um 45° geneigt ist. Es sey A das System der Wellen, welches den einfallenden Strahl ausmacht, dann trennt sich dasselbe bei seinem Durchgange durch das krystallisirte Blättchen in zwei Systeme O und E von gleichen Intensitäten, welche in Ebenen polarisirt werden, die mit der ursprünglichen Polarisationsebene Winkel von + 45° und — 45° machen, und von denen das eine um einige wenige Undulationen hinter dem andern hergeht, so daß sie zusammentreffen, wie in der Figur dargestellt ist, und die parallelen Strahlen CF und DG ausmachen. Man fange dieselben mit einem doppelt brechenden Prisma FGHL auf, dessen Hauptdurchschnitt in der Ebene der ursprünglichen Polarisation liegt, oder 45° gegen den Hauptdurchschnitt des Blättchens geneigt ist. Dann wird jeder der einfallenden Strahlen wieder getheilt; CF in HM und IP, DG in KN und LQ, alle von gleicher Intensität. Von diesen sind HM und KN, IP und LQ einander nach dem Heraustreten parallel. Nun werden die Wellensysteme O und E, die einander in einem bestimmten Raum d folgen, in den gebrochenen Strahlen dieselbe Entfernung

beibehalten, so daß jeder der Strahlen HMKN, IPLQ aus einem doppelten Wellensystem Oe und Ee, Oo und Eo besteht. Das erste Paar folgt einander in der Entfernung d, und das letztere in der Entfernung d + einer halben Undulation (wegen der bewiesenen Thatsache, daß beim Uebergange vom gewöhnlichen zum ungewöhnlichen System eine halbe Undulation zugegeben werden muß, §. 966). Da nun jedes Paar von Strahlen ähnliche Polarisation besitzt, nämlich die gewöhnlich gebrochenen Oo und Eo in der Ebene des Hauptdurchschnitts des Prisma, und die ungewöhnlich gebrochenen Oe und Ee in einer darauf senkrecht stehenden Ebene, so ist keine Ursache vorhanden, warum die Interferenz nicht stattfinden sollte, und es müssen daher complementäre Farben in den herausfahrenden Strahlen entstehen, die den Verzögerungsräumen d und $d + \frac{\lambda}{2}$ entsprechen, welches auch wirklich geschieht.

970. Man nehme nun einen andern Strahl AB an, der auf B fällt, aber in einer Ebene polarisirt ist, welche auf der bei letztern angenommenen senkrecht steht. Dieser erleidet dieselben Trennungen als der vorige. Allein die Verzögerungsräume sind verschieden; denn da sich seine Polarisationsebene, wenn er auf B fällt, jetzt auf die gewöhnliche Brechungsebene bezieht, so wie die des andern Strahls auf die ungewöhnliche, und umgekehrt, so muß ein Unterschied von einer halben Undulation in der relativen Lage der beiden Wellensysteme unabhängig vom Verzögerungsraum innerhalb des Blättchens zugegeben werden, so daß wenn d der Verzögerungsraum im erstern Fall ist, der Unterschied jetzt $d - \frac{1}{2}\lambda$ beträgt, und nachdem sie durch das Prisma gegangen sind, haben wir für die Verzögerungsräume der beiden binären Strahlen $d - \frac{1}{2}\lambda$ und d, während sie vorher d und $d + \frac{1}{2}\lambda$ waren. Folglich wechseln beide Strahlen die Farben, wenn die Polarisation des einfallenden Lichts um einen Quadranten geändert wird, und dieß stimmt auch mit der Beobachtung überein. Sollte diese Schlußfolge nicht genug überzeugend scheinen, so kann man den Leser auf §. 983 und 984 verweisen.

971. Endlich sey das einfallende Licht nicht polarisirt. Dieser Fall, wie wir §. 851 gesehen haben, ist derselbe mit demjenigen,

wo ein Strahl aus zwei gleichen, aber entgegengesetzten polarisirten Strahlen besteht, und daher ist in jedem Strahl die primäre und die complementäre Farbe zugleich vorhanden; da sie von gleicher Intensität sind, so neutralisiren sie einander, und der heraustretende Strahl ist weiß, und jeder besitzt die halbe Intensität des einfallenden Strahls. Dieß ist die Ursache, warum wir keine Farben sehen, wenn das ursprünglich einfallende Licht nicht polarisirt ist.

972. Wir sehen hieraus, daß die Theorie der Interferenzen mit den obigen Grundsätzen verbunden, eine Erklärung der Farben krystallisirter Blättchen giebt, die von der der mobilen Polarisation ganz verschieden ist. Die einzige Schwierigkeit sie auf alle Fälle anzuwenden, liegt in der Bestimmung, welcher von beiden heraustretenden Strahlen so angesehen werden muß, als ob sein Verzögerungsraum um eine halbe Undulation vermehrt würde. Fresnel giebt für diesen wichtigen Gegenstand folgende Regeln. (Annales de Chimie. Vol. XVII.) *) Das Bild, dessen Farbe genau dem Unterschied der Wege entspricht, ist dasjenige, in welchem die Polarisationsebenen der Strahlen, nachdem sie von einander getrennt waren, durch entgegengesetzte Bewegungen zusammengebracht werden, während auf der andern Seite diejenigen Strahlen, deren Polarisationsebenen zur Coincidenz durch eine Fortsetzung derselben Bewegung gebracht werden, durch welche sie getrennt wurden, vermittelst ihrer Vereinigung das complementäre Bild geben. Um dieß besser zu verstehen, sey OC (Fig. 195) die auf die Ebene des Papiers projicirte ursprüngliche Polarisationsebene, auf welcher der Strahl senkrecht [redacted]

CE so, daß CP zwischen CE und CO liegt, so daß die Ebene CP sich gleichsam wie der Einband eines Buchs in CO und CE auf jeder Seite öffnet. Man kann ferner CS immer so ansehen, als ob sie mit CO einen Winkel macht, der nicht größer als ein rechter ist, und der Strahl O sich durch die Brechung im Prisma in zwei Oo, Oe zerlegt, so kann seine Polarisationsebene CO so betrachtet werden, als ob sie sich in zwei auf einander senkrechte CS und CT entfaltete, welche CO einschließen. Auf gleiche Art zerlegt sich der Strahl E in die beiden Eo, Ee, und seine Polarisationsebene CE entfaltet sich in die beiden CS′, CT′, die in dem Fall der Fig. 195 (a) CE zwischen sich haben, und im Fall der Fig. 195 (b) in die beiden CS′, CE; im erstern Fall ist CT′ eine Verlängerung von CT, im letztern CS′ eine Verlängerung von CS. Die Strahlen Oo und Eo, welche dann den gewöhnlichen Strahl ausmachen, sind im Fall der Figur 195 (a) durch entgegengesetzte Bewegungen in eine Polarisationsebene CS gebracht worden, wie die Pfeile anzeigen, während die ungewöhnlichen Oe, Ee durch Bewegungen, die nach einer Richtung gehen, in eine und dieselbe Polarisationsebene gebracht wurden. Das Umgekehrte findet bei Fig. 195 (b) statt. Im Fall der Figur (a) entspricht daher die Farbe des gewöhnlichen Strahls Oo + Eo genau dem Unterschied der Wege, und die des ungewöhnlichen derselben Differenz + einer halben Undulation, während in Figur (b) das Entgegengesetzte stattfindet. Diese Regel ist empirisch, d. h. ein bloßes Resultat der Beobachtung. Es ist einleuchtend, daß der Grundsatz der Erhaltung der lebendigen Kräfte hierbei sowohl, als bei den Farben der nichtkrystallisirten Blättchen verlangt, daß die beiden Bilder complementär seyn müssen, und daß daher von einem Strahl eine halbe Undulation gewonnen oder verloren werden muß, allein welcher von beiden diese Modification erleidet, können wir a priori nicht bestimmen.

973. Ist dieß jedoch einmal bestimmt, so findet keine Schwierigkeit statt, die Formeln für die Intensität und andere Umstände in den Erscheinungen anzugeben, wenn das Azimuth des krystallisirten Blättchens beliebig, und nicht wie bisher bloß auf 45° beschränkt ist. Die analytischen Ausdrücke für die Intensität der Strahlen müssen wir für den folgenden Abschnitt aufsparen.

---

§. IX. Von der Anwendung der Undulationstheorie auf die Erklärungen der Erscheinungen des polarisirten Lichts und der doppelten Brechung.

974. Die Phänomene der doppelten Brechung und der Polarisation, wie sie Huygens anstellte, wurden von Newton und seinen Nachfolgern als unüberwindliche Einwürfe gegen die Undulationstheorie angesehen, in so fern als es ihnen unmöglich war einzusehen, wie eine Undulation verschiedene Beziehungen gegen verschiedene Richtungen im Raume oder Seiten haben könne, da ein elastisches Mittel nach allen Seiten gleich stark drückt. Newton sagt: Sind nicht alle Hypothesen irrig, bei denen man annimmt, daß das Licht in einem Druck oder einer Bewegung besteht, die durch ein flüssiges Mittel fortgepflanzt wird?....... Denn Pressungen und Bewegungen, die von einem leuchtenden Körper durch ein gleichförmiges Mittel fortgepflanzt werden, müssen nach allen Seiten gleich seyn, während es doch das Ansehen hat, als ob die Lichttheilchen an ihren verschiedenen Seiten verschiedene Eigenschaften besäßen......... Mir kommt dieß unerklärlich vor, wenn das Licht nichts Anderes ist als ein bloßer Druck oder eine Bewegung, die durch den Aether fortgepflanzt wird. (Opticks. III. Buch. 28.) Ferner sagt er in der 29sten Aufgabe: Sind nicht die Lichtstrahlen sehr kleine, von den leuchtenden Substanzen ausgeworfene Körper?..... Die ungewöhnliche Brechung des isländischen Krystalls hat sehr das Ansehen, als ob sie durch anziehende Kräfte hervorgebracht würde, die in gewissen Seiten der Krystalle sowohl als der Lichttheilchen liegen. Ich will hiermit nicht sagen, daß diese Anziehung magnetisch sey. Sie scheint von anderer Art zu seyn. Ich sage nur, wie sie auch beschaffen seyn mag, es ist schwer einzusehen, wie Lichtstrahlen, wenn sie keine Körper sind, eine permanente Kraft in zwei ihrer Seiten besitzen können, die nicht in den andern Seiten ebenfalls befindlich ist, und dieß zwar ohne weitere Hinsicht auf ihre Lage, als bloß rücksichtlich des Mittels, durch welches sie gehen.

975. Obgleich wir von der innern Beschaffenheit elastischer Mittel, oder von der Art und Weise, auf welche die an einander liegenden Theilchen derselben mit einander verbunden sind und sich gegenseitig in Bewegung setzen, keine Kenntniß haben, so ist doch so viel gewiß, daß die Art und die Gesetze der Fortpflanzung der Be-

wegung durch dieselben vermittelst der Schwingungen sehr wesentlich von der Art dieser Verbindung abhängen muß. Die einzigen Analogien, die uns bei der Untersuchung dieser Gesetze leiten können, sind die der Fortpflanzung des Schalls durch Wasser und Luft, und der Erschütterungen durch feste Körper, wie bei gespannten Saiten oder Flächen; die Schwierigkeit dieses Gegenstandes ist selbst unter dem rein mathematischen Gesichtspunkt so groß, daß wir genöthigt sind, zu diesen Analogien unsere Zuflucht zu nehmen, und indem wir bei dem jetzigen Zustande der Wissenschaft ganz die Hoffnung fahren lassen müssen, den Gegenstand unter analytische Formeln zu bringen, uns bloß damit begnügen, aus der Erfahrung zu schöpfen, welche Modificationen die besondere Beschaffenheit der schwingenden Körper in der Art der Fortpflanzung der Bewegung durch dieselben hervorbringen kann. Wird der Schall durch Luft oder Wasser fortgepflanzt, wo man wenigstens annehmen kann, daß die Theilchen keine weitere Verbindung unter einander haben als die, daß sie mit gleicher Leichtigkeit bewegt werden können, und in ihre Stellen mit gleichen elastischen Kräften zurückgetrieben werden, nach welcher Richtung sie auch verrückt worden sind, und bei denen außerdem (wenigstens theoretisch) zugegeben werden muß, daß die Bewegung eines Theilchens eine gleichmäßige Neigung hat, die anliegenden in Bewegung zu setzen, nach welcher Richtung diese auch gegen das erste liegen mögen, so ist es sehr schwer zu begreifen, daß die Bewegung eines Theilchens an der Oberfläche einer Welle, in einiger Entfernung von dem Mittelpunkte, aus welchem der Schall ausgeht, auf andere Weise als in der Richtung des Radius, oder senkrecht auf die Oberfläche der Welle geschehen kann, so daß in diesem Fall die Bewegung der schwingenden Theilchen mit der Richtung der Schallstrahlen zusammenfallen muß, und es ist daher keine Ursache vorhanden, aus welcher diese Strahlen verschiedene Relationen gegen die verschiedenen Gegenden des Raumes haben sollten; denn sieht man den Strahl als eine Axe an, so haben alle Theile der Kugel um dieselbe eine gleiche Beziehung gegen sie.

976. Nehmen wir aber eine Verbindung solcher Art an, die möglicherweise durch anziehende und abstoßende Kräfte, magnetische oder andere Polarität zwischen den Theilchen des schwingenden Mittels hervorgebracht wird, so verändert sich die Sache. Es ist dann nicht mehr nothwendig, daß die Bewegung jedes einzelnen Theilchens in der Richtung geschieht, in welcher die allgemeine Welle fortschrei-

tet, sondern sie kann irgend einen Winkel, sogar einen rechten Winkel damit bilden. Ein sehr gewöhnliches Beispiel einer solchen Fortpflanzung sieht man an der Welle, welche an einem langen gespannten Seile fortläuft, das an einem Ende geschlagen, geschüttelt, oder sonst aus der Lage des Gleichgewichts gebracht wird. Die Richtung der Welle liegt in der Länge des Seils, und die der Bewegung jedes einzelnen Theilchens in einer auf demselben senkrechten Ebene. Grade diese Fortpflanzungsart nimmt Fresnel bei dem Licht an. Er setzt voraus, daß das Auge bloß von solchen Schwingungen der Aethertheilchen einen Eindruck erhält, die in Ebenen liegen, welche senkrecht auf der Richtung des Strahls stehen. Dieser Lehre zufolge ist ein polarisirter Strahl ein solcher, bei welchem die Schwingung immer in einer Ebene geschieht, welches entweder durch eine regelmäßige Bewegung hervorgebracht wird, welche das Lichttheilchen ursprünglich erhielt, oder durch eine andere spätere Ursache, die auf die Welle selbst wirkte und alle Schwingungsebenen auf gleiche Art verrückte. Ein nicht polarisirter Strahl ist ein solcher, in welchem sich die Schwingungsebene fortwährend ändert, oder wo die schwingenden Theilchen des leuchtenden Körpers immer die Ebene ihrer Bewegung ändern, und bei denen keine spätere Ursache die so im Aether erregten Schwingungen in zusammenfallende Ebenen brachte.

977. Die Analogie mit einem gespannten Seil (auf welche Dr. Young im Jahr 1818 bei der Betrachtung der optischen Eigenschaften zweiaxiger Krystalle gekommen zu seyn scheint) leistet unsern Begriffen große Hülfe. Man nehme ein solches Seil von unbe-

sirten Strahl vor. Wird das Ende derselben aber immer in andern Ebenen bewegt, so daß die Schwingungsebene nach und nach alle möglichen Lagen annimmt, so wird, während jedes Theilchen der Bewegung des einen Endes folgt, die Curve aus Theilen bestehen, die in allen möglichen Ebenen liegen, und da wegen der Fortpflanzung der Schwingung längs derselben jeder Theil durch die Bewegung des andern gestört wird, so laufen alle diese veränderlichen Schwingungen durch einen gegebenen Punkt, und befände sich daselbst ein empfindendes Organ wie die Netzhaut, so würde der Eindruck dem ähnlich seyn, welchen das Auge durch einen nichtpolarisirten Lichtstrahl erhält.

978. Man kann gegen diese Art, die Lichtschwingungen anzusehen, den Einwurf machen, daß die Theilchen des Aethers, wenn derselbe eine solche Flüssigkeit ist, wie wir sie bis jetzt betrachtet haben, nicht so angenommen werden können, als ob sie kettenweise wie die Theile eines Seils mit einander verbunden wären, sondern sie müssen getrennt und von einander unabhängig dastehen. Es ist aber für unsern Zweck hinreichend, einen solchen Grad von Adhäsion (wir wollen es nicht Zähigkeit nennen) anzunehmen, durch welches jedes Theilchen in den Stand gesetzt wird, nicht bloß diejenigen Theilchen, die in der Richtung seiner Bewegung liegen, vor sich hin zu stoßen, sondern auch die zunächst an der Seite liegenden mit sich fortzuziehen. Wir erkennen die Schwierigkeit dieser Annahme, allein wenn Licht eine wirkliche Erscheinung ist, so können wir nicht erwarten, daß es ohne einen Mechanismus hervorgebracht werde, der seiner wundervollen Wirkung angemessen ist. Wir legen den Flüssigkeiten, die wir zur Erklärung der Erscheinungen von Hitze, Elektricität, Magnetismus u. s. w. annehmen, ohne Weiteres Eigenschaften bei, die unsern gewöhnlichen Begriffen von Flüssigkeiten ganz entgegen sind; warum sollten wir nicht dasselbe thun können, wenn wir die Lichterscheinungen zu erklären haben. Es ist wahr, daß die Eigenschaften, die wir dem Aether beilegen, eher einem festen als einem flüssigen Körper zugehören, und durch dieselben gleichsam die veraltete Lehre des Plenum wieder hervorgerufen wird. Allein wenn die Erscheinungen dadurch erklärt, d. h. auf gleichförmige und allgemeine Grundsätze gebracht werden können, so sehen wir nicht ein, warum nicht diese oder noch eine verwickeltere Theorie zugelassen werden kann, die man freilich nicht als eine

bewiesene Thatsache, aber doch als ihren Repräsentanten ansehen kann, bis die eigentliche Wahrheit entdeckt wird. Wir wollen daher sehen, welche Erklärungen von den Erscheinungen des polarisirten Lichts gegeben werden können, indem wir mit Fresnel als Forderungssatz annehmen, daß die Schwingungen der Aethertheilchen, die das Licht ausmachen, in Ebenen geschehen, welche senkrecht auf der Richtung der Bewegung des Strahls stehen.

979. Wir behandeln zuerst die Interferenzen zweier polarisirter Strahlen, sie mögen in einerlei oder in verschiedenen Ebenen polarisirt seyn. Man muß in dieser Lehre annehmen, daß die Polarisationsebene entweder die ist, in welcher die Schwingungen geschehen (d. h. diejenige Ebene, welche durch die Richtung des Strahls und diejenige Linie geht, welche das schwingende Theilchen bei seiner Ausweichung beschreibt), oder eine andere beliebige darauf senkrecht stehende. Aus Ursachen, welche sogleich angegeben werden sollen, ist das letztere vorzuziehen, allein für jetzt ist es gleichgültig, welche wir annehmen. Im dritten Abschnitt haben wir §. III weitläufig untersucht, mit Rücksicht auf den vorliegenden Gegenstand, welche Schwingungen durch die Zusammensetzung beliebig gegebener Schwingungen entstehen, sie mögen in derselben oder in verschiedenen Ebenen liegen, und es folgt aus den daselbst angegebenen rein mechanischen Grundsätzen, daß die Verbindung zweier Schwingungen in einerlei Ebene eine in derselben Ebene liegende Schwingung hervorbringt, deren Intensität alle Grade zwischen der Summe und der Differenz der beiden einzelnen Schwingungen dem Unterschiede ihrer Phasen gemäß anneh-

[redacted]

980. Wir sehen hieraus, daß das Zusammentreffen ähnlich polarisirter Strahlen und das Nichtzusammentreffen unähnlich polarisirter Strahlen eine nothwendige Folge aus dieser Hypothese ist, und diese Erscheinung brachte auch wirklich zuerst die Idee derselben hervor. Man kann dieselbe sehr einfach durch die Analogie mit einem gespannten Seil erklären. Es werde ein solches Seil an dem einen Ende in regelmäßigen Zeiträumen in Schwingungen versetzt, so bildet es eine in einer Ebene liegende wellenförmige Curve. Fügen wir zu dieser Bewegung noch eine andere ähnliche hinzu, die aber genau um eine halbe Undulation später anfängt, so ist einleuchtend, daß die Bewegung, welche jedes Theilchen vermöge des ersten Systems annehmen würde, in jedem Augenblick durch die rückgängige Bewegung, die sie vermöge des zweiten Systems annehmen sollte, aufgehoben wird, und daher bleibt jedes Theilchen sowohl als das ganze Seil in Ruhe. Geschieht aber das zweite System von Bewegungen in einer Ebene, die auf der ersten senkrecht steht, so erhält das Seil die Gestalt einer Curve doppelter Krümmung, die im Allgemeinen eine elliptische Spirale ist und in die gewöhnliche kreisförmige übergeht, wenn beide Schwingungen um den vierten Theil einer Schwingung oder 90° von einander verschieden sind. Man sehe hierüber §. 627.

981. In diesem Fall beschreibt das Ende des Seils fortwährend einen Kreis, und diese Bewegung wird von jedem Theilchen in seiner ganzen Länge nachgeahmt. Man kann dieß leicht durch einen Versuch vorstellen, indem man das Ende eines gespannten Seils mit der Hand kreisförmig dreht, wodurch das ganze Seil eine spiralförmige Gestalt erhält, und jeder Theil desselben sich genau wie das Ende dreht.

982. Die Erfahrung zeigt aber nicht bloß, daß zwei unter rechten Winkeln polarisirte gleiche Strahlen sich nicht aufheben, sondern daß außerdem, wie auch der Unterschied ihres Ursprungs beschaffen seyn mag, die Intensität des zusammengesetzten Strahls völlig dieselbe bleibt. Dieß ist ebenfalls eine nothwendige Folgerung aus der Theorie der transversalen Schwingungen. Um dieß zu zeigen, brauchen wir nur auf die Ausdrücke A, B, C in der Gleichung (7) §. 619 zurückzugehen, und zugleich die daselbst angewendeten Schlußfolgen und Bezeichnungsarten beizubehalten. Da die Intensität des Eindrucks, den irgend ein Strahl im Auge hervorbringt, der lebendigen Kraft proportional ist, so wird er durch die Summe der ver-

schiedenen lebendigen Kräfte in den drei auf einander senkrechten Richtungen, oder durch

$$AA + BB + CC$$

vorgestellt, d. h. durch

$$aa + bb + cc + a'a' + b'b' + c'c'$$
$$+ 2aa'.\cos(p-p')$$
$$+ 2bb'.\cos(q-q')$$
$$+ 2cc'.\cos(r-r')$$

Nehmen wir nun an, daß die Richtungen der Coordinaten x und y durch die des Strahls hindurchgehen, und die eine in der Polarisationsebene des einen Strahls, die andere in der des andern liegt, und daß z selbst sich in der Richtung des Strahls befindet, so haben wir

$$a' = o,\ b = o,\ c = o,\ c' = o;$$

und folglich wird obiger Ausdruck für die Intensität

$$AA + BB + CC = aa + bb;$$

welcher von dem Unterschiede der Phasen $p-p'$, $q-q'$, $r-r'$ unabhängig ist, und der Summe der Intensitäten der einzelnen Strahlen gleich wird. Nebenbei können wir bemerken, daß man keine andere Schwingungsart als gerade diese erdenken kann, bei welcher die Amplituden c, c' der Schwingungen in der Richtung des Strahls verschwinden und dasselbe Resultat hervorbringen. (Fresnel Considérations théoriques sur la Polarisation de la Lumière. Bulletin de la Société Philomathique, October 1824.)

983. Wir wollen nun zusehen, was sich dann ereignet, wenn [redacted]

denn die Phasen, in welchen jeder Strahl in C′ ankommt, sind gleich, und nach der zweiten Zerlegung werden die in der Richtung SS′ übereinstimmenden Schwingungen immer noch in derselben Phase sich befinden, und die in der Ebene TT′ einander entgegengesetzten müssen immer noch so betrachtet werden, als ob sie in entgegengesetzten Phasen, d. h. als ob sie um eine halbe Undulation verschieden wären. Zweitens können wir annehmen, daß aus irgend einer Ursache die beiden zerlegten Strahlen nicht gleiche Geschwindigkeit haben (wie in dem Fall, wo die Zerlegung durch doppelte Brechung geschieht). Ist in diesem Fall i der Verzögerungsraum des einen Strahls gegen den andern, wenn sie in C′ ankommen, so giebt i den Unterschied der Phasen beider Strahlen im Augenblick ihrer zweiten Zerlegung. Folglich ist der Strahl, dessen Schwingungen in SS′ geschehen, die Summe, und derjenige, dessen Schwingungen in TT′ geschehen, der Unterschied zweier Strahlen, von denen der eine in der Phase θ, der andere in der Phase $\theta + i$ sich befindet, oder was dasselbe ist, der erste ist die Summe zweier Strahlen in den Phasen θ, und $\theta + i$, der letzte die Summe zweier Strahlen in den Phasen θ und $\theta + i + 180°$, so daß immer noch der Unterschied einer halben Undulation angebracht werden muß. Wenden wir im Fall der Figur 195, b, dieselben Schlüsse an, so ergiebt sich, daß derselbe Unterschied noch stattfindet, allein umgekehrt an dem Strahl, dessen Schwingungen in CS geschehen, angebracht werden muß.

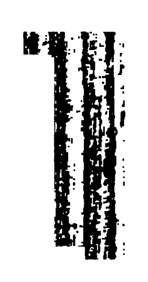
985. Wir haben also hier die theoretische Ursache, aus welcher eine halbe Undulation zugegeben werden muß, wenn man die polarisirten Farben §. 966 erklären will, so wie auch den Grund der [redacted]

denn die Phasen, in welchen jeder Strahl in C′ ankommt, sind gleich, und nach der zweiten Zerlegung werden die in der Richtung SS′ übereinstimmenden Schwingungen immer noch in derselben Phase sich befinden, und die in der Ebene TT′ einander entgegengesetzten müssen immer noch so betrachtet werden, als ob sie in entgegengesetzten Phasen, d. h. als ob sie um eine halbe Undulation verschieden wären. Zweitens können wir annehmen, daß aus irgend einer Ursache die beiden zerlegten Strahlen nicht gleiche Geschwindigkeit haben (wie in dem Fall, wo die Zerlegung durch doppelte Brechung geschieht). Ist in diesem Fall i der Verzögerungsraum des einen Strahls gegen den andern, wenn sie in C′ ankommen, so giebt i den Unterschied der Phasen beider Strahlen im Augenblick ihrer zweiten Zerlegung. Folglich ist der Strahl, dessen Schwingungen in SS′ geschehen, die Summe, und derjenige, dessen Schwingungen in TT′ geschehen, der Unterschied zweier Strahlen, von denen der eine in der Phase θ, der andere in der Phase $\theta + i$ sich befindet, oder was dasselbe ist, der erste ist die Summe zweier Strahlen in den Phasen θ, und $\theta + i$, der letzte die Summe zweier Strahlen in den Phasen θ und $\theta + i + 180°$, so daß immer noch der Unterschied einer halben Undulation angebracht werden muß. Wenden wir im Fall der Figur 195, b, dieselben Schlüsse an, so ergiebt sich, daß derselbe Unterschied noch stattfindet, allein umgekehrt an dem Strahl, dessen Schwingungen in CS geschehen, angebracht werden muß.

985. Wir haben also hier die theoretische Ursache, aus welcher eine halbe Undulation zugegeben werden muß, wenn man die polarisirten Farben §. 966 erklären will, so wie auch den Grund der in §. 972 für ihre richtige Anwendung gegebene Regel. Wie willkürlich auch die dort angegebene Annahme scheinen mag, und wie sonderbar es auch seyn mag, die Eigenschaften eines Strahls in einem Punkte seines Weges von denen, die er in einem andern besaß, abhängig zu machen, so sehen wir doch, daß das Ganze eine directe und sehr einfache Folge der gewöhnlichen elementaren Regeln für die Zusammensetzung und Zerlegung der Bewegungen ist. Man kann hierbei bemerken, daß die Sache schon als gewiß anerkannt war, ehe die Theorie der transversalen Schwingungen aufgestellt wurde, so daß diese Theorie das Verdienst hat, eine Erklärung von dem=

demjenigen a priori zu geben, was anfangs den Anschein einer bloß willkürlichen Hypothese hatte.

986. Um die Zerlegung eines Strahls in zwei andere zu begreifen, die in verschiedenen Ebenen polarisirt sind, kann man die vorher erwähnte Analogie mit einem gespannten Seile zu Hülfe nehmen. Es sey AB (Fig. 196) ein gespanntes Seil, welches sich in B in zwei andere BC, BD verzweigt, die bei B einen kleinen Winkel mit einander machen, und entweder gleiche oder ungleiche Spannung besitzen. Die Ebene, in welcher die beiden Theile liegen, sey horizontal, und man lasse das Ende A des einfachen Seils in einer verticalen Ebene schwingen, oder man bringe wenigstens die Schwingungen des Seils, ehe sie in B anlangen, in eine verticale Ebene, vermittelst eines kleinen verticalen Leiters IK, gegen welchen das Seil sanft gedrückt ist, und an dem dasselbe ohne Reibung gleiten kann. Jenseits des Trennungspunktes B, in einer solchen Entfernung, daß die Schwingungen des Theilchens B keinen merklichen Winkel bilden, stelle man zwei andere solcher leitenden Ebenen auf, die gegen den Horizont unter verschiedenen Winkeln geneigt sind, und auf einander senkrecht stehen. Nun erhalte B eine Ausweichung von seinem Ruhepunkte, so würde, wenn die Ebene EF mit IK parallel wäre, das Theilchen des Zweiges BC, welches an EF liegt, auf EF um einen Raum fortgleiten, der der ganzen Ausweichung von B gleich ist; da dieselbe aber um den Winkel θ gegen IK geneigt ist, so wird bloß ein Theil der Bewegung von B erforderlich seyn, um dieses Theilchen auf EF fortgleiten zu machen, und der übrige Theil der Bewegung wird das Seil über das Hinderniß biegen und gegen dasselbe drücken; allein wegen der geringen Größe der Ausweichungen von B wird diese Beugung und der Widerstand des Hindernisses, so wie der daraus erfolgende Verlust von Kraft sehr klein seyn, und kann vernachlässigt werden. Da nun der Druck des Hindernisses das Seil von derjenigen Lage, die es ohne das Daseyn eines Hindernisses angenommen haben würde, in einer Richtung entfernt, welche senkrecht auf seiner Oberfläche steht, so sieht man leicht, daß die Größe der Ausweichung des anliegenden Theilchens auf der Ebene EF sich zu der von B wie $\cos\theta$ zur Einheit verhalten muß, und nennt man daher a die Größe der Ausweichung von B, so ist die des an EF liegenden Theilchens $= a.\cos\theta$, und daher beträgt auch



man, daß wenn eins dieser Sphäroide in Schn
wird, deren Amplitude gegen den Durchmesser dersel
die Bewegung nur zwei anliegenden Schichten der Mol
wird, nämlich denjenigen, die dem Aequator und der A
parallel liegen, weil die Molleculen sich bloß in d
rühren. Es kann daher eine Bewegung, die ein
ner solchen Masse mitgetheilt wird, bloß durch di
fortgepflanzt werden, die in Ebenen liegen, welche
Axe und senkrecht auf derselben sind. Wird daher
Bewegung in einer beliebigen Ebene einer solchen M
mitgetheilt, so wird diese Bewegung sogleich in zu
in den erwähnten Ebenen befinden, und diese werd
schiedenen Elasticität mit verschiedener Geschwindig

990. Man darf nicht glauben, daß diese An
liche Erklärung der Beschaffenheit krystallisirter
Es soll nur gezeigt werden, daß die Annahme ein
tur nicht den mechanischen Grundsätzen widerspri
die Schwingungen bloß nach zwei Richtungen
senkrecht auf der Axe fortgepflanzt werden. Nimm
daß sich die Sache auf diese Weise verhält, so

ten sphäroidischen Undulationen zu erklären; (O
Tractatus de Lumine, citirt von Wollaston P
p. 58); und der genannte ausgezeichnete Naturf

BD mit verschiedenen Geschwindigkeiten fort. Nehmen wir auf ähnliche Weise an, daß vermöge der besondern Beschaffenheit der krystallisirten Körper, und der Relation ihrer Theile zu dem in ihnen befindlichen Aether, die Aethertheilchen in einer Ebene leichter verrückt werden können, als in einer andern, oder mit andern Worten, daß er in verschiedenen Richtungen verschiedene Elasticität besitzt, so werden die von den getrennten Theilen der Strahlen angenommenen Polarisationsebenen die Elasticität und daher auch die Geschwindigkeit ihrer Fortpflanzung bestimmen. Wir haben nun in einem frühern Abschnitt gezeigt, daß die Beugung eines Strahls an den Gränzen eines Mittels wesentlich von dem Verhältniß der Geschwindigkeiten innerhalb und außerhalb des Mittels abhängt, und zwar vermittelst der analytischen Ausdrücke, die aus dem Grundsatz der schnellsten Fortpflanzung abgeleitet sind. Ein Unterschied in der Geschwindigkeit bringt also nothwendig einen verschiedenen Weg hervor, und daher findet die Theilung oder die doppelte Brechung eines auf ein krystallisirtes Mittel fallenden Strahles in der Theorie keine Schwierigkeit mehr, vorausgesetzt, daß wir eine passende Ursache für die Zerlegung seiner Schwingungen in zwei bestimmten Ebenen bei seinem Eintritt in den Krystall auffinden können.

989. Wir wollen mit Fresnel (Annales de Chimie XVII. p. 179) den Fall eines einaxigen Krystalls vornehmen. Den darin befindlichen Aether, welcher durch die Molecularkräfte des Krystalls modificirt wird, können wir als ein elastisches Mittel betrachten, in welchem die Elasticität in einer senkrecht auf der Axe stehenden Richtung von der in einer damit parallelen Richtung verschieden ist, d. h. in welchem sich die Theilchen nach der einen Richtung leichter als nach der andern zusammendrücken lassen. Um unserer Einbildungskraft bei der Vorstellung einer solchen Eigenschaft zu Hülfe zu kommen, können wir ein gleichförmig elastisches Mittel so betrachten, als ob es aus dünnen, hohlen, elastischen, sich berührenden Kugelschalen bestünde, und ein solches elastisches Mittel, wie hierbei angenommen wird, als aus ähnlichen verlängerten oder abgeplatteten Ellipsoiden bestehend, deren Axen alle einerlei Richtung haben, und zwar der Axe des Krystalls parallel sind. *) Es

*) Huygens selbst kam auf die Idee von sphäroidischen Molleculen im isländischen Kalkspath, um dadurch die durch denselben fortgepflanz-

sehen hierdurch, daß dieser Lehre zufolge der Unterschied der Geschwindigkeiten und die daraus folgende Trennung der Strahlen in der Axe Null wird, und so lange wächst, bis der ungewöhnliche Strahl darauf senkrecht steht; dieß stimmt mit der Erfahrung überein. Da endlich die Polarisationsebene des ungewöhnlichen Strahls senkrecht auf der Schwingungsebene steht, so muß sie auch mit einer durch die Axe und den Strahl gehenden Ebene rechten Winkel bilden; auch dieß ist mit den Beobachtungen übereinstimmend.

992. Fresnels Theorie giebt daher, wie wir sehen, wenigstens eine annehmbare Erklärung der Erscheinungen der doppelten Brechung bei einaxigen Krystallen, und wenn wir das tiefe Geheimniß berücksichtigen, welches bei jeder andern Hypothese diesen Gegenstand verhüllt, so müssen wir zugeben, daß hierdurch ein großer und wichtiger Schritt geschehen ist. Allein dieselben Grundsätze lassen sich auch mit den gehörigen Modificationen auf zweiaxige Krystalle anwenden, und sie leiten uns zu Schlüssen, welche, obgleich sie mit allen früher angenommenen, die sich auf unvollkommene Analogie und unzureichende Versuche gründeten, widersprechend sind, doch seitdem durch genaue und sorgfältige Versuche als richtig befunden wurden, und so ein neues Feld für die optischen Untersuchungen eröffnet haben. Man kann für eine Hypothese nichts Günstigeres sagen, als daß sie uns in den Stand setzt, die Resultate der Beobachtungen vorauszusehen, und Thatsachen vorauszusagen, die vorgefaßten Meinungen, welche sich auf miß-

[redacted]

Schwingungen der auf einen solchen Krystall fallenden Strahlen in zwei, die in den angegebenen Ebenen liegen, und da sie mit verschiedener Geschwindigkeit fortgepflanzt werden, so befolgen die so entstehenden Strahlen verschiedene Wege, wenn sie durch die Brechung gebogen werden. Wir wollen zuerst denjenigen betrachten, dessen Schwingungen in Ebenen geschehen, die senkrecht auf der Axe sind. Da der Krystall rücksichtlich der Axe symmetrisch, und nach allen darauf senkrechten Richtungen gleich elastisch ist, so wird die Geschwindigkeit der Fortpflanzung dieses Theils nach allen Richtungen dieselbe seyn. Sein Brechungsverhältniß ist daher constant, und die Brechung dieses Theils befolgt das gewöhnliche Gesetz. Da außerdem seine Polarisationsebene auf der, in welcher die Schwingungen geschehen, senkrecht steht, so geht sie nothwendig durch die Axe, in welcher Rücksicht er auch mit dem gewöhnlichen Strahl in Uebereinstimmung steht, wie die Beobachtung wirklich zeigt.

991. Der ungewöhnliche Strahl entsteht aus dem andern Theil der ursprünglichen Schwingung, die in einer Ebene parallel mit der Axe geschieht. Vermöge des Grundsatzes der transversalen Schwingungen geschieht dieselbe in einer Ebene, die senkrecht auf dem Strahl steht. Nehmen wir daher eine Ebene an, die durch den ungewöhnlichen Strahl und die Axe geht, so schneidet dieselbe eine auf dem Strahl senkrecht stehende Ebene in einer graden Linie, die die Richtung der schwingenden Bewegung angiebt. Diese Richtung ist daher gegen die Axe unter einem Winkel geneigt, der dem Complement desjenigen gleich ist, welchen der ungewöhnliche Strahl mit der letztern Linie bildet, und ist daher der ungewöhnliche Strahl mit der Axe parallel, so ist die Richtung der Schwingung darauf senkrecht, und umgekehrt. Im erstern Fall ist die Kraft der Elasticität, welche der Verrückung des Theilchens widersteht, dieselbe als bei dem gewöhnlichen Strahl; die Geschwindigkeiten beider Strahlen sind daher gleich, ihre Richtungen fallen zusammen, und längs der Axe findet keine Trennung statt. Im letztern Fall ist die Elasticität diejenige, welche mit der Axe parallel stattfindet, und daher von der erstern am stärksten unterschieden ist. Hier ist also der Unterschied der Geschwindigkeiten und der Richtungen ein Maximum. In den dazwischen liegenden Lagen des ungewöhnlichen Strahls ist auch die Elasticität eine mittlere; folglich muß dasselbe für die Geschwindigkeit und doppelte Brechung stattfinden. Wir

sehen hierdurch, daß dieser Lehre zufolge der Unterschied der Geschwindigkeiten und die daraus folgende Trennung der Strahlen in der Axe Null wird, und so lange wächst, bis der ungewöhnliche Strahl darauf senkrecht steht; dieß stimmt mit der Erfahrung überein. Da endlich die Polarisationsebene des ungewöhnlichen Strahls senkrecht auf der Schwingungsebene steht, so muß sie auch mit einer durch die Axe und den Strahl gehenden Ebene rechte Winkel bilden; auch dieß ist mit den Beobachtungen übereinstimmend.

992. Fresnels Theorie giebt daher, wie wir sehen, wenigstens eine annehmbare Erklärung der Erscheinungen der doppelten Brechung bei einaxigen Krystallen, und wenn wir das tiefe Geheimniß berücksichtigen, welches bei jeder andern Hypothese diesen Gegenstand verhüllt, so müssen wir zugeben, daß hierdurch ein großer und wichtiger Schritt geschehen ist. Allein dieselben Grundsätze lassen sich auch mit den gehörigen Modificationen auf zweiaxige Krystalle anwenden, und sie leiten uns zu Schlüssen, welche, obgleich sie mit allen früher angenommenen, die sich auf unvollkommene Analogie und unzureichende Versuche gründeten, widersprechend sind, doch seitdem durch genaue und sorgfältige Versuche als richtig befunden wurden, und so ein neues Feld für die optischen Untersuchungen eröffnet haben. Man kann für eine Hypothese nichts Günstigeres sagen, als daß sie uns in den Stand setzt, die Resultate der Beobachtungen vorauszusehen, und Thatsachen vorauszusagen, die vorgefaßten Meinungen, welche sich auf mißlungene oder unvollkommene Erfahrungen gründen, zuwider sind.

993. Ehe wir aber hierauf eingehen, müssen wir zeigen, wie die Erscheinung, auf welche die Theorie der mobilen Polarisation gegründet ist, sich durch die Theorie der transversalen Schwingungen erklären läßt. Sobald ein polarisirter Strahl in den Krystall eindringt, nimmt dieser Theorie zufolge derselbe abwechselnd zwei Polarisationsebenen in den Azimuthen 0° und 2i ein, wo i die Neigung des Hauptdurchschnitts gegen die ursprüngliche Polarisationsebene ist: die angenommene Ebene befindet sich im Azimuth 0°, wenn die durchlaufene Dicke so beschaffen ist, daß der Verzögerungsraum zwischen dem gewöhnlichen und dem ungewöhnlichen Strahl Null oder eine grade Anzahl halber Undulationen beträgt, und im Azimuth 2i, wenn derselbe eine ungrade Anzahl halber

Undulationen ausmacht. Wir wollen annehmen, daß ein im Azimuth Null polarisirter Strahl senkrecht auf ein krystallisirtes Blättchen fällt, dessen Hauptdurchschnitt das Azimuth i hat, so zerlegt er sich in zwei andere, deren Schwingungen im Hauptdurchschnitt und senkrecht darauf geschehen. Bezeichnen wir daher die Amplitude der ursprünglichen Schwingungen durch die Einheit, so sind die beiden zerlegten Schwingungen den Größen sin i und cos i gleich. Ist nun zuerst die Dicke des Blättchens so beschaffen, daß der Verzögerungsraum einer Anzahl von Undulationen gleich wird, so treten die Strahlen aus dem Blättchen in vollkommener Uebereinstimmung aus, und da sie parallel sind, so laufen beide Wellensysteme zusammen fort. Da sie jedoch in entgegengesetzten Ebenen polarisirt sind, so heben sie einander weder auf, noch bringen sie einen Strahl hervor, der ihrer Summe gleich ist, sondern der hieraus sich ergebende Strahl muß wie §. 623 bestimmt werden. Wir haben hier nämlich den Fall von gradlinigen Schwingungen, die in vollkommener Uebereinstimmung sind, gegebene Amplituden haben und einen gegebenen Winkel von 90° mit einander bilden, so daß das dort erhaltene Resultat sich unmittelbar auf diesen Fall anwenden läßt; die zusammengesetzte Schwingung wird erstlich gradlinig seyn, so daß der zusammengesetzte Strahl ganz in einer Ebene polarisirt erscheint, und zweitens ist die Amplitude derselben die Diagonale eines Parallelogramms, dessen Seiten die Amplituden der zusammengesetzten Schwingungen sind. Folglich ist dieselbe mit derjenigen identisch, durch deren Zerlegung diese hervorgebracht wurde, und daher wird der austretende zusammengesetzte Strahl sowohl rücksichtlich der Polarisation als der Intensität den ursprünglich einfallenden ganz gleich seyn.

894. Beträgt der Unterschied der Wege innerhalb eines Krystalls genau ein ungrades Vielfaches einer halben Undulation, so sind die Wellen bei ihrem Heraustreten aus der hintern Fläche in vollkommenem Gegensatze. Ihre Resultante kann jedoch immer noch durch die gewöhnliche Regel bestimmt werden, wenn man den einen Strahl als negativ betrachtet, d. h. als wenn er seine Schwingungen in entgegengesetzter Richtung vollbrächte. Denn es bewegen sich bei dem Eintritt des Strahls das Theilchen C in der Richtung CP (Fig. 197) mit der Geschwindigkeit CP, so werden die in den Ebenen CO und CE zerlegten Geschwindigkeiten der Größe und der Richtung nach durch CO und CE dargestellt. Da aber

kanntmachung der rückständigen Abhandlungen neuerdings so viel Thätigkeit gezeigt hat), daß dieß nicht mehr lange der Fall seyn wird. *) Ein Auszug jedoch, welchen der Verfasser selbst in den Bulletin de la Société Philomathique 1822 einrücken ließ, und der in den Annales de Chimie 1825 wieder abgedruckt wurde, setzt uns in den Stand, eine freilich unvollkommene Darstellung des Inhalts zu geben. Die Beweise der Fundamentalsätze wollen wir nach unsern Kräften beifügen, und uns durch den Tribut belohnt fühlen, den wir dem abgeschiedenen Verdienst dadurch zollen, daß wir den Leser zum Erstenmal von diesen tiefen und interessanten Untersuchungen in Kenntniß setzen. His saltem accumulem donis — et fungar inani munere. Denn eben jetzt, wo wir diese Entdeckungen erwähnen, ist ihr Urheber durch einen frühzeitigen Tod der Wissenschaft mitten in seiner glänzenden Laufbahn entrissen worden, eben so wie sein berühmter Zeitgenosse Fraunhofer, der ein frühes Opfer seiner schwachen Constitution wurde, die eine unangemessene Hülle für einen so kräftigen und thätigen Geist abgab.

998. Fresnel nimmt als Forderungssatz an, daß verschiedene elastische Kräfte der Verrückung eines Theilchens des schwingenden

---

*) Dieser Aufschub hat eine sonderbare Folge gehabt, welche hinreichend zeigt, wie wenig Publicität selbst die wichtigsten Arbeiten durch solche Notizen, wie im Text bemerkt sind, erhalten. Im December 1826 gab die kaiserliche Akademie der Wissenschaften in Petersburg folgende Preisaufgabe für die Jahre 1827 und 1828: Man [redacted]

Mittels in einem krystallisirten Körper widerstehen, jenachdem die Richtung beschaffen ist, in welcher diese Verrückung stattfindet (es mag nun dieses Mittel der Aether oder der Krystall selbst, oder vermöge einer gegenseitigen Wirkung derselben beide zugleich seyn). Man sieht nun leicht ein, daß im Allgemeinen die Mittelkraft aller Mollecularkräfte, die auf ein verrücktes Theilchen wirken, nicht nothwendigerweise der Richtung seiner Verrückung parallel zu seyn braucht, wenn die partiellen Kräfte nicht symmetrisch gegen diese Richtung liegen; man kann aber den Satz folgendermaßen a priori beweisen. Man nehme an, daß die drei Coordinaten x, y, z die partiellen Verrückungen irgend eines Theilchens M vorstellen, so giebt $r = \sqrt{xx + yy + zz}$ die vollständige Verrückung, welche mit den Axen der x, y, z die Winkel α, β, γ machen soll, so daß $x = r \cdot \cos\alpha$, $y = r \cdot \cos\beta$, $z = r \cdot \cos\gamma$ wird. Da wir nun in dieser Theorie annehmen, daß die Verrückungen der Theilchen gegen ihre gegenseitigen Entfernungen sehr klein sind, so ist einleuchtend, daß wie auch das Gesetz der Molleculaaction beschaffen seyn mag, die aus dieser Verrückung entstehende Kraft der linearen Länge der Verschiebung selbst porportional seyn muß, und daher die Form $r \cdot \varphi$ haben wird, wo φ eine unbekannte Function der Winkel α, β, γ, oder ihrer Cosinus ist. Da außerdem diese unendlich kleinen Verschiebungen die Lage des Theilchens unter den übrigen nicht merklich ändern, so werden alle Kräfte nach der Verschiebung noch eben so auf dasselbe wirken als vorher. Die ganze Kraft, welche durch die gleichzeitigen Verrückungen x, y, z, oder die einzelne Verschiebung r entsteht, muß daher den drei Kräften gleich seyn, welche unabhängig von einander durch die verschiedenen partiellen Verschiebungen x, y, z entstehen. Die Kraft, welche durch die Verschiebung x hervorgebracht wird, findet man aus $r \cdot \varphi$, indem man $r = x$, und $\varphi = a$ setzt, wo a dieselbe Function von 1, 0, 0 ist, als φ von $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$; a ist daher eine Constante, die bloß von der Lage der Axen der x, y, z gegen die Molleculen des Krystalls abhängt. Zerlegt man diese Kraft ax nach den drei Axen, so können die zerlegten Theile nur von der Form Ax, $A'x$, $A''x$ seyn, wo A, A', A'' auf gleiche Weise bloß von der Lage der Coordinaten x, y, z gegen die Molleculen abhängen, und nicht von α, β, γ und von

$$A^2 + A'^2 + A''^2 = a^2.$$

Da dasselbe von den partiellen Kräften gilt, die durch die Verrückungen y und z entstehen, so ergiebt sich, daß die ganze Kraft, die durch die Verrückung r hervorgebracht wird, die Mittelkraft der drei Kräfte

$$f = Ax + By + Cz,$$
$$f' = A'x + B'y + C'z,$$
$$f'' = A''x + B''y + C''z$$

seyn muß, die den Axen der x, y, z parallel liegen, wo die Coefficienten von α, β, γ unabhängig sind, und in denen auf gleiche Art

$$B^2 + B'^2 + B''^2 = b^2$$
$$C^2 + C'^2 + C''^2 = c^2$$

ist. Wir haben aber $x = r \cdot \cos\alpha$, $y = r \cdot \cos\beta$, $z = r \cdot \cos\gamma$, so daß, wenn wir

$$f = r\,\{A.\cos\alpha + B.\cos\beta + C.\cos\gamma\}.$$
$$f' = r\,\{A'.\cos\alpha + B'.\cos\beta + C'.\cos\gamma\}.$$
$$f'' = r\,\{A''.\cos\alpha + B''.\cos\beta + C''.\cos\gamma\}.$$

setzen, die Mittelkraft von f, f', f'' diejenige Kraft seyn wird, welche auf das Theilchen wirkt.

999. Von diesen Kräften, die in der Richtung der Coordinaten wirken, kann jede in zwei zerlegt werden, eine in der Richtung der Verschiebung r, und die andere senkrecht darauf, in den Ebenen r und x, r und y, r und z; die Summe der ersten Kräfte ist

$$F = f.\cos\alpha + f'.\cos\beta + f''.\cos\gamma,$$

welches die ganze Kraft ist, die das verrückte Theilchen in die Lage des Gleichgewichts zu bringen sucht. Die letztern sind gleich $f.\sin\alpha$, [redacted]

1000. Fresnel giebt ferner folgenden Satz an: **Jedes elastische Mittel hat im Allgemeinen drei rechtwinkliche Axen, und wenn ein Theilchen in ihrer Richtung verrückt wird, so wirken die Kräfte auf dasselbe in der Richtung seiner Verrückung.** Dieß ist die so eben angeführte Ausnahme, und Fresnel giebt den Axen, welche diese Eigenschaft besitzen (und die er als die eigentlichen Axen des Krystalls ansieht), den Namen der **Axen der Elasticität.**

Um diesen Satz zu beweisen, müssen wir bemerken, daß wenn die Mittelkraft der drei rechtwinklichen Kräfte f, f′, f″ mit ihren drei Richtungen die Winkel α, β, γ bilden, und daher der Richtung nach mit r zusammenfallen soll, so müssen dieselben zu einander im Verhältniß der Cosinus dieser Winkel stehen, und wir erhalten daher folgende drei Gleichungen, die diese Bedingung ausdrücken.

$$\frac{f}{f'} = \frac{\cos\alpha}{\cos\beta};\ \frac{f}{f''} = \frac{\cos\alpha}{\cos\gamma};\ \frac{f'}{f''} = \frac{\cos\beta}{\cos\gamma};$$

Diese drei Gleichungen gelten eigentlich nur für zwei; allein wenn sie mit der Gleichung

$$\cos\alpha^2 + \cos\beta^2 + \cos\gamma^2 = 1$$

verbunden werden, so sind sie hinreichend um α, β, γ zu bestimmen; setzen wir für die Cosinus dieser Winkel u, v, w, so erhalten wir folgendes System von Gleichungen, dem jede Axe der Elasticität Genüge leisten muß.

$$(Au + Bv + Cw)\,v = (A'u + B'v + C'w)\,u$$
$$(Au + Bv + Cw)\,w = (A''u + B''v + C''w)\,u$$
$$(A'u + B'v + C'w)\,w = (A''u + B''v + C''w)\,v$$
$$u^2 + v^2 + w^2 = 1.$$

1001. Wir wollen annehmen, wir hätten aus diesen Gleichungen die Lage einer Axe der Elasticität abgeleitet, so folgt nothwendig, daß noch zwei andere vorhanden seyn müssen, die auf dieser sowohl als auch unter einander senkrecht sind. Um dieß zu beweisen, müssen wir die Verbindung zwischen den partiellen Kräften, die durch eine Verrückung des Theilchens M hervorgebracht werden, und der Mollecularanziehung oder Abstoßung des Mittels betrachten. Es sey φ die Wirkung irgend eines Theilchens dm auf M, die nach der Richtung ihrer Verbindungslinie ausgeübt wird, und eine Function ihres gegenseitigen Abstandes ϱ ist. Wird dann M um die will-

kürlichen Größen δx, δy, δz (die gegen die Entfernung ρ unendlich klein sind) in den Richtungen der drei Axen verschoben, so haben wir

$$\delta\varphi = \left(\frac{x}{\rho}.\delta x + \frac{y}{\rho}.\delta y + \frac{z}{\rho}.\delta z\right).\frac{d\varphi}{d\rho}$$

und setzen wir

$$\varphi' = \frac{d\varphi}{d\rho},\ \frac{x}{\rho} = \cos\lambda,\ \frac{y}{\rho} = \cos\mu,\ \frac{z}{\rho} = \cos\nu$$

so kommt

$$\delta\varphi = \varphi'\{\delta x.\cos\lambda + \delta y.\cos\mu + \delta z.\cos\nu\}.$$

Folglich da die Kraft des Theilchens dm nach den drei Axen zerlegt, durch

$$(\varphi + \delta\varphi).dm.\frac{x}{\rho},$$

$$(\varphi + \delta\varphi).dm.\frac{y}{\rho},$$

$$(\varphi + \delta\varphi).dm.\frac{z}{\rho},$$

ausgedrückt wird, so giebt die Summe dieser Größen durch das ganze Mittel genommen die vollständige Wirkung auf M; allein wenn das Theilchen im Gleichgewicht ist, so hat man

$$\int\varphi.dm.\frac{x}{\rho} = 0\ ;$$

$$\int\varphi.dm.\frac{y}{\rho} = 0\ ,$$

$$\int\varphi.dm.\frac{z}{\rho} = 0\ ;$$

x, y, z bezeichnet haben. Stellen wir diese Bezeichnungen wieder her, so sehen wir, daß unter dieser Annahme (welche die natürlichste ist, die wir rücksichtlich der Wirkung der Mollecularkräfte aufstellen können) die Coefficienten A, B, C keine andern als folgende sind:

$$A = \int \varphi' . dm . \cos \lambda^2 ,$$
$$B = \int \varphi' . dm . \cos \mu^2 ,$$
$$C = \int \varphi' . dm . \cos \nu^2 ,$$

und durch ähnliche Schlüsse finden wir:

$$A' = \int \varphi' . dm . \cos \lambda . \cos \mu ,$$
$$B' = \int \varphi' . dm . \cos \mu^2 ,$$
$$C' = \int \varphi' . dm . \cos \mu . \cos \nu ,$$
$$A'' = \int \varphi' . dm . \cos \lambda . \cos \nu ,$$
$$B'' = \int \varphi' . dm . \cos \mu . \cos \nu ,$$
$$C'' = \int \varphi' . dm . \cos \nu^2 ;$$

es müssen daher folgende Relationen nothwendigerweise zwischen diesen Coefficienten stattfinden:

$$B = A', \; C = A'', \; C' = B''.$$

1002. Nachdem dieß vorausgeschickt worden ist, wollen wir annehmen, es sey eine Axe der Elasticität durch die vorhergehenden Gleichungen bestimmt worden. Da die Lage der Axen der Coordinaten willkürlich ist, so können wir voraussetzen, daß die der x mit der so bestimmten Axe zusammenfalle; hierdurch wird $A' = A'' = o$, $B = o$, $C = o$, $B'' = C'$, weil die oben bewiesenen Relationen allgemein und unabhängig von einer besondern Lage der Axen sind. Die Gleichungen des §. 1000 werden dann

$$A u v = (B' v + C' w) u ,$$
$$A u w = (B'' v + C'' w) u .$$
$$(B' v + C' w) w = (C' v + C'' w) v$$
$$u^2 + v^2 + w^2 = 1 .$$

Setzen wir nun $u = o$ oder $\alpha = 90^\circ$, so geschieht den beiden ersten Gleichungen ohne weitere Relation zwischen v, w Genüge, so daß wenn wir dieselben bloß aus den beiden letztern bestimmen, dem ganzen System Genüge geschieht. Diese geben sogleich (da $u = o$ ist)

$$w = \sqrt{\frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{1}{\sqrt{4mm+1}}\right)}$$

$$v = -\sqrt{\frac{1}{2}\left(1 \mp \frac{1}{\sqrt{4mm+1}}\right)}$$

kürlichen Größen δx, δy, δz (die gegen die Entfernung ϱ unendlich klein sind) in den Richtungen der drei Axen verschoben; so haben wir

$$\delta\varphi = \left(\frac{x}{\varrho}\cdot\delta x + \frac{y}{\varrho}\cdot\delta y + \frac{z}{\varrho}\cdot dz\right)\cdot\frac{d\varphi}{d\varrho}$$

und setzen wir

$$\varphi' = \frac{d\varphi}{d\varrho},\ \frac{x}{\varrho} = \cos\lambda,\ \frac{y}{\varrho} = \cos\mu,\ \frac{z}{\varrho} = \cos\nu$$

so kommt

$$\delta\varphi = \varphi'\{\delta x.\cos\lambda + \delta y.\cos\mu + \delta z.\cos\nu\}.$$

Folglich da die Kraft des Theilchens dm nach den drei Axen zerlegt, durch

$$(\varphi + \delta\varphi).dm.\frac{x}{\varrho}\ ,$$

$$(\varphi + \delta\varphi).dm.\frac{y}{\varrho}\ ,$$

$$(\varphi + \delta\varphi).dm.\frac{z}{\varrho}\ ,$$

ausgedrückt wird, so giebt die Summe dieser Größen durch das ganze Mittel genommen die vollständige Wirkung auf M; allein wenn das Theilchen im Gleichgewicht ist, so hat man

$$\int\varphi.dm.\frac{x}{\varrho} = 0\ ;$$

$$\int\varphi.dm.\frac{y}{\varrho} = 0\ ,$$

$$\int\varphi.dm.\frac{z}{\varrho} = 0\ ;$$

und daher ist die Wirkung des ganzen Mittels auf dieses Theilchen in seiner verschobenen Lage, nach diesen drei Richtungen

$$\int\frac{x}{\varrho}.dm.d\varphi\ ;$$

$$\int\frac{y}{\varrho}.dm.d\varphi\ ;$$

$$\int\frac{z}{\varrho}.dm.d\varphi\ ;$$

d. h. in der Richtung der Axe x,

$$\int\varphi' dm\{\delta x.\cos\lambda^2 + \delta y.\cos\mu^2 + \delta z.\cos\nu^2\}\ ;$$

δx, δy, δz sind die partiellen Verrückungen von M in den Richtungen dieser Coordinaten, und daher dieselben, welche wir §. 998 durch

x, y, z bezeichnet haben. Stellen wir diese Bezeichnungen wieder her, so sehen wir, daß unter dieser Annahme (welche die natürlichste ist, die wir rücksichtlich der Wirkung der Mollecularkräfte aufstellen können) die Coefficienten A, B, C keine andern als folgende sind:

$$A = \int \varphi' . dm . \cos \lambda^2 ,$$
$$B = \int \varphi' . dm . \cos \mu^2 ,$$
$$C = \int \varphi' . dm . \cos \nu^2 ,$$

und durch ähnliche Schlüsse finden wir:

$$A' = \int \varphi' . dm . \cos \lambda . \cos \mu ,$$
$$B' = \int \varphi' . dm . \cos \mu^2 ,$$
$$C' = \int \varphi' . dm . \cos \mu . \cos \nu ,$$
$$A'' = \int \varphi' . dm . \cos \lambda . \cos \nu ,$$
$$B'' = \int \varphi' . dm . \cos \mu . \cos \nu ,$$
$$C'' = \int \varphi' . dm . \cos \nu^2 ;$$

es müssen daher folgende Relationen nothwendigerweise zwischen diesen Coefficienten stattfinden:

$$B = A', \; C = A'', \; C' = B''.$$

1002. Nachdem dieß vorausgeschickt worden ist, wollen wir annehmen, es sey eine Axe der Elasticität durch die vorhergehenden Gleichungen bestimmt worden. Da die Lage der Axen der Coordinaten willkürlich ist, so können wir voraussetzen, daß die der x mit der so bestimmten Axe zusammenfalle; hierdurch wird $A' = A'' = o$, $B = o$, $C = o$, $B'' = C'$, weil die oben bewiesenen Relationen allgemein und unabhängig von einer besondern Lage der Axen sind. Die Gleichungen des §. 1000 werden dann

$$A u v = (B' v + C' w) u ,$$
$$A u w = (B'' v + C'' w) u .$$
$$(B' v + C' w) w = (C' v + C'' w) v$$
$$u^2 + v^2 + w^2 = 1.$$

Setzen wir nun $u = o$ oder $\alpha = 90^\circ$, so geschieht den beiden ersten Gleichungen ohne weitere Relation zwischen v, w Genüge, so daß wenn wir dieselben bloß aus den beiden letztern bestimmen, dem ganzen System Genüge geschieht. Diese geben sogleich (da $u = o$ ist)

$$w = \sqrt{\frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{1}{\sqrt{4mm+1}}\right)}$$

$$v = -\sqrt{\frac{1}{2}\left(1 \mp \frac{1}{\sqrt{4mm+1}}\right)}$$

wo $m = \frac{C'}{B' - C''}$ ist. Da nun mm nothwendig positiv wird, so ist auch $4mm + 1$ positiv und größer als 1, folglich $\frac{1}{\sqrt{4mm+1}}$ reell und kleiner als 1, folglich sind vv, ww beide positiv und daher v und w reell und kleiner als die Einheit. Hieraus ergiebt sich, daß nothwendig zwei Axen senkrecht auf der Axe der x vorhanden sind, die den Bedingungen der Axen der Elasticität entsprechen, und die entgegengesetzten Zeichen von v und w zeigen an, daß sie auf einander senkrecht stehen.

1003. Der Einfachheit wegen wollen wir in der Folge annehmen, daß die Richtungen der Coordinaten mit denen der Axen der Elasticität zusammenfallen, so daß

$$A = a,\ A' = A'' = o,$$
$$B' = b,\ B = B'' = o,$$
$$C'' = c,\ C' = C = o,$$

dann haben wir aus §. 998 für die partiellen Kräfte:

$$f = ax = ar . \cos\alpha.$$
$$f' = by = br . \cos\beta.$$
$$f'' = cz = cr . \cos\gamma.$$

und aus §. 999:

$$F = r\{a . \cos\alpha^2 + b . \cos\beta^2 + c . \cos\gamma^2\}$$

für die ganze Kraft, die das Theilchen M in der Richtung von r treibt, und wo

$$a = \int\varphi' . \cos\lambda^2 . dm,$$
$$b = \int\varphi' . \cos\mu^2 . dm,$$
$$c = \int\varphi' . \cos\nu^2 . dm,$$

seyn muß.

1004. Fresnel nimmt hierauf eine Oberfläche an, die er die Oberfläche der Elasticität nennt, und welche nach folgendem Gesetz construirt wird: Auf jeder Axe der Elasticität und auf jedem nach beliebiger Richtung gezogenen Radius nehme man eine Länge an, die der Quadratwurzel der Elasticität proportional ist, welche auf das verrückte Theilchen nach der Richtung des Radius ausgeübt wird, also im Verhältniß von $\sqrt{F}$. Nennen wir dann diese Länge oder den Radius Vector der Oberfläche der Elasticität R, so kommt

$$RR = r\{a . \cos\alpha^2 + b . \cos\beta^2 + c . \cos\gamma^2\} . \text{Const.}$$

Die

Die Werthe von R nach Richtungen, die den drei Axen parallel sind, hat man dann aus den Gleichungen

$$R^2 = \text{Const} . a r.$$
$$R^2 = \text{Const} . b r.$$
$$R^2 = \text{Const} . c r.$$

die wir der Kürze wegen, da wir auf unsere frühern Bezeichnungen nicht wieder zurückzugehen brauchen, durch aa, bb, cc bezeichnen wollen, so daß die Gleichung der Oberfläche der Elasticität die Form

$$R^2 = a^2 . \cos X^2 + b^2 . \cos Y^2 + c^2 . \cos Z^2$$

erhält, wo jetzt X, Y, Z für α, β, γ gesetzt sind, welche die Winkel bedeuten, die R mit den Coordinatenaxen macht.

1005. Wir wollen nun annehmen, daß ein Mollecul in der Richtung des Radius R verrückt werde und in derselben Richtung schwinge, oder wir wollen wenigstens die Bewegung, welche senkrecht auf den Radius Vector stattfindet, vernachlässigen. Dann ist die Kraft der Elasticität, durch welche die Schwingungen bewirkt werden, R^2 proportional, und die Geschwindigkeit der Lichtwelle, die senkrecht auf den Radius fortgepflanzt wird, steht mit R im Verhältniß, so daß man, da die Oberfläche der Elasticität gegeben ist, die Geschwindigkeit einer Welle, welche in einer gegebenen Richtung und mit einer gegebenen Polarisationsebene durch ein Mittel fortgepflanzt wird, folgendermaßen auf einmal erhält. Man ziehe der Oberfläche der Welle parallel und senkrecht auf ihre Polarisationsebene eine grade Linie; diese ist die Richtung der Schwingungen. Parallel mit dieser Linie ziehe man einen Radius Vector an die Oberfläche der Elasticität, so stellt dieser die Geschwindigkeit der Welle vor.

1006. Setzen wir für R, cos X, cos Y, cos Z ihre Werthe durch die drei Coordinaten ausgedrückt, so wird die Gleichung der Oberfläche der Elasticität folgende Gestalt annehmen.

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 = a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2.$$

Sie ist daher im Allgemeinen eine Oberfläche von der vierten Ordnung: Nehmen wir an, daß sie von einer Ebene geschnitten wird, die durch den Mittelpunkt geht, und deren Gleichung allgemein von der Form

$$m x + n y + p z = o$$

seyn muß, so wird die krumme Linie des Durchschnitts ein Oval vorstellen, in welchem nicht alle Durchmesser gleich zu seyn brauchen.

1007. Nehmen wir nun an, daß ein Theilchen in dieser Ebene in Schwingung versetzt wird, so wird es in jedem Zeitpunct seiner Bewegung nicht grade nach seinem Ruhepuncte, sondern in schiefer Richtung getrieben, so daß es keine grade Linie beschreibt, sondern in einer mehr oder weniger verwickelten Curve herumläuft; seine Bewegung läßt sich jedoch immer in zwei gradlinige auf einander senkrecht stehende zerlegen, wovon die eine dem größten, die andere dem kleinsten Durchmesser des Durchschnitts parallel geht. Jede dieser Bewegungen geschieht unabhängig von der andern, und daher theilt sich die durch den Krystall fortgepflanzte Bewegung jedem Theilchen eben so mit, als ob zwei gradlinige und von einander unabhängige Bewegungen durch denselben fortgepflanzt würden. Jedes Wellensystem, welches von Außen in den Krystall tritt, wird daher in zwei zerlegt, die sich mit verschiedenen Geschwindigkeiten bewegen und in Ebenen polarisirt sind, welche auf einander senkrecht stehen, und dem größten und kleinsten Durchmesser des Schnitts der Oberfläche der Elasticität parallel sind, der jeder Welle parallel gemacht ist. Da jeder Unterschied in den Geschwindigkeiten zweier Wellen, die einander parallel durch ein Mittel fortgepflanzt werden, einen entsprechenden Unterschied in ihren Ebenen beim Heraustreten aus demselben hervorbringt, wo sie eine gemeinschaftliche Geschwindigkeit erhalten, so sind diese Wellen beim Heraustreten nicht mehr parallel, und die auf ihnen senkrecht stehenden Strahlen sind gegen einander geneigt, wodurch die Erscheinungen der doppelten Brechung entstehen; es ist einleuchtend, daß die Wellen bei dem Heraustreten dieselben Polarisationsebenen beibehalten müssen, welche sie im Krystall erhielten, weil jedes Theilchen des außen befindlichen Mittels nur in der Ebene zu schwingen anfängt, in welcher es durch die anliegenden Theilchen verschoben wurde.

1008. Diese Theorie erklärt demnach vollkommen sowohl die Theilung des heraustretenden Strahls, als die entgegengesetzte Polarisation der Theile. Diese fallen in ihrer Richtung zusammen, d. h. es findet keine doppelte Brechung statt, sobald der Durchschnitt der Oberfläche der Elasticität ein Kreis wird, weil dann alle Radien gleich werden, folglich auch in jeder Richtung dieselbe Elasticität stattfindet, und alle Schwingungen in gleichen Zeiten geschehen, so daß dann keine Zerlegung des einfallenden Strahls geschieht, auch die Polarisations-

ebene nicht verändert wird. Der erwähnte Durchschnitt wird ein Kreis, wenn

$$xx + yy + zz = \text{Const} = rr$$

oder auch sobald

$$a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 = r^4$$

wird. Verbindet man diese Gleichungen mit

$$mx + ny + pz = 0$$

so erhalten wir

$$r^4 = r^2(x^2 + y^2 + z^2),$$
$$p^2r^4 = r^2(p^2x^2 + p^2y^2 + (mx + ny)^2),$$
$$p^2r^4 = p^2a^2x^2 + p^2b^2y^2 + c^2(mx + ny)^2,$$

und setzt man diese Werthe einander gleich und bedenkt, daß der so entstehenden Gleichung unabhängig von besondern Werthen der Größen x, y Genüge geleistet werden muß, so erhalten wir

$$r^2(m^2 + p^2) = a^2p^2 + m^2c^2$$
$$mnr^2 = mnc^2$$
$$r^2(p^2 + n^2) = b^2p^2 + n^2c^2.$$

Diesen Gleichungen kann nicht anders Genüge geleistet werden, als wenn man entweder m, n oder p Null setzt, oder der Durchschnitt durch eine der Axen geht. Setzen wir $m = 0$, so kommt

$$r = a, \left(\frac{n}{p}\right)^2 = \frac{a^2 - b^2}{c^2 - a^2}$$

woraus man sieht, daß $\left(\frac{n}{p}\right)^2$ nicht positiv, also $\frac{n}{p}$ nicht reell seyn kann, wenn nicht die halbe Axe a, durch welche der Durchschnitt geht, der Größe nach zwischen b und c enthalten ist.

1009. Hierdurch sieht man, daß die Oberfläche der Elasticität nur zwei kreisförmige Durchschnitte zuläßt, die durch Schnitte gebildet werden, welche durch die mittlere Axe der Oberfläche gehen, und daß diese Schnitte gegen die andern Axen gleiche Neigung haben, da $\frac{n}{p}$ zwei gleiche aber entgegengesetzte Werthe hat. Die auf diesen Durchschnitten errichteten Normalen sind die Richtungen, in welchen keine doppelte Brechung stattfindet, oder die optischen Axen des Krystalls. In allen Krystallen, die drei ungleiche Axen der Elasticität enthalten, sind dieselben daher nur paarweise enthalten, und Strahlen, die längs denselben fortgepflanzt werden, er-

annehmen, und V für den größten oder kleinsten Radius Vector in dem erwähnten Durchschnitt setzen, V derjenige Werth von R seyn, der $dR = o$ giebt, und man erhält ihn daher durch Elimination aus folgendem System von Gleichungen:

$$V^2 = x^2 + y^2 + z^2$$
$$V^4 = a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2$$
$$z = mx + ny$$

zu denen noch ihre Differentiale hinzugefügt werden müssen, indem V als constant angenommen wird. Diese Elimination, welche ziemlich verwickelt ist, muß folgendermaßen vorgenommen werden: eliminiren wir zuerst aus den Differentialgleichungen dx, dy, dz, setzen im ganzen System für z seinen Werth, und nehmen der Kürze wegen

$$p = a^2 - b^2;\ q = a^2 - c^2;\ r = b^2 - c^2,$$

so erhalten wir

$$V^4 = (a^2 + m^2 c^2) x^2 + (b^2 + n^2 c^2) y^2 + 2mnc^2 xy.$$
$$V^2 = (1 + m^2) x^2 + (1 + nn) y^2 + 2mnxy.$$
$$o = mnqx^2 - mnry^2 + kxy,$$

wo der Kürze wegen

$$k = p + n^2 q - m^2 r$$
$$= (1 + n^2) q - (1 + m^2) r$$

gesetzt ist.

Nehmen wir außerdem noch

$$M = k^2 + 4 m^2 n^2 qr,$$

so erhalten wir aus den vorigen Gleichungen durch Elimination

[redacted]

abweichen. Kennen wir die Form der Welle a priori, so ist die Lage der Berührungsebene gegeben; können wir umgekehrt die Lage dieser Ebene in allen Fällen angeben, so erhalten wir die Gestalt der Welle, die alle diese Ebenen berühren muß.

1012. Nun ist in §. 807 gezeigt, daß die Berührungsebene in allen Fällen mit der Lage zusammenfällt, welche die Oberfläche einer von einem unendlich entfernten leuchtenden Punkte herkommenden ebenen Welle, die senkrecht auf der Einfallslinie R C steht, innerhalb des Krystalls annimmt. Es folgt außerdem aus §. 811, daß wenn wir die Geschwindigkeit kennen, mit welcher eine ebene Welle innerhalb des Krystalls in einer Richtung fortgeht, die senkrecht auf ihrer Oberfläche steht, wir ihre Neigung gegen die Oberfläche, durch die sie einfällt, nach dem gewöhnlichen Brechungsgesetz berechnen können, indem wir das Brechungsverhältniß so annehmen, daß es sich zu dem des umgebenden Mittels so verhält, wie die Geschwindigkeit der Welle, ehe sie in das Mittel fällt, zu der Geschwindigkeit, die sie im Mittel senkrecht auf ihrer Oberfläche besitzt. Der Leser muß hierbei den Unterschied im Auge behalten, der zwischen der Geschwindigkeit der Welle und des aus ihr entstehenden Strahls §. 813 angegeben ist, dessen Richtung allgemein genommen schief auf ihrer Oberfläche steht. Nun wird die Geschwindigkeit einer Welle innerhalb des Mittels durch die Gleichung der Oberfläche der Elasticität gegeben, deren Radius Vector sie in allen Fällen ausdrückt. Es ist aber gezeigt worden, daß jede Schwingung, die einem Theilchen des Krystalls mitgetheilt wird, sich in zwei rechtwinkliche zerlegt, deren Geschwindigkeiten dem größten und kleinsten Durchmesser des Durchschnitts der Oberfläche der Elasticität proportional sind, welcher der Ebene, in der die Schwingungen geschehen, parallel liegt. Nun ist es für das Gesetz der doppelten Brechung einerlei, ob ein einzelner äußerer Strahl sich in zwei innere oder ein innerer in zwei äußere zerlegt. Wir wollen den letztern Fall annehmen, und voraussetzen, daß die gewöhnliche und die ungewöhnliche Welle innerhalb des Mittels einander parallel sind. Ihre Geschwindigkeiten können dann folgendermaßen gefunden werden. Da die Gleichung der Oberfläche der Elasticität die Form

$$R^4 = a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2$$

hat, so wird, wenn wir für die schneidende Ebene die Gleichung

$$z = mx + ny$$

annehmen, und V für den größten oder kleinsten Radius Vector in dem erwähnten Durchschnitt setzen, V derjenige Werth von R seyn, der $dR = 0$ giebt, und man erhält ihn daher durch Elimination aus folgendem System von Gleichungen:

$$V^2 = x^2 + y^2 + z^2$$
$$V^4 = a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2$$
$$z = mx + ny$$

zu denen noch ihre Differentiale hinzugefügt werden müssen, indem V als constant angenommen wird. Diese Elimination, welche ziemlich verwickelt ist, muß folgendermaßen vorgenommen werden: eliminiren wir zuerst aus den Differentialgleichungen dx, dy, dz, setzen im ganzen System für z seinen Werth, und nehmen der Kürze wegen

$$p = a^2 - b^2;\ q = a^2 - c^2;\ r = b^2 - c^2,$$

so erhalten wir

$$V^4 = (a^2 + m^2 c^2) x^2 + (b^2 + n^2 c^2) y^2 + 2 m n c^2 x y.$$
$$V^2 = (1 + m^2) x^2 + (1 + nn) y^2 + 2 m n x y.$$
$$0 = m n q x^2 - m n r y^2 + k x y,$$

wo der Kürze wegen

$$k = p + n^2 q - m^2 r$$
$$= (1 + n^2) q - (1 + m^2) r$$

gesetzt ist.

Nehmen wir außerdem noch

$$M = k^2 + 4 m^2 n^2 q r,$$

so erhalten wir aus den vorigen Gleichungen durch Elimination folgende:

$$M x^2 = \left\{ \begin{array}{l} (1 + n^2) k (V^2 - c^2) \\ + 2 m^2 n^2 r (V^2 - c^2) \\ - r k \end{array} \right\} . V^2$$

$$M y^2 = \left\{ \begin{array}{l} 2 m^2 n^2 q (V^2 - c^2) \\ - (1 + m^2) k (V^3 - c^2) \\ + r q \end{array} \right\} . V^2$$

$$M x y = \left\{ \begin{array}{l} (1 + nn) q (V^2 - c^2) \\ + (1 + mm) r (V^2 - c^2) \\ + 2 q r \end{array} \right\} . V^2 m n$$

und setzt man das Quadrat der letztern dem Product der beiden ersten gleich, so erhält man nach allen Reductionen folgende Gleichung zur Bestimmung von V,

$$\left.\begin{array}{l}(V^2-a^2)\,(V^2-b^2)\\ +m^2(V^2-b^2)\,(V^2-c^2)\\ +n^2(V^2-a^2)\,(V^2-c^2)\end{array}\right\}=0$$

1013. Die Wurzeln dieser Gleichung bestimmen die größten und kleinsten Werthe in der Ebene des Durchschnitts, und daher die Geschwindigkeiten der gewöhnlichen und ungewöhnlichen ebenen Wellen, die sich innerhalb des Krystalls parallel bewegen, und sind diese gefunden, so erhält man die Gestalt der Welle aus der Bedingung, daß ihre Oberfläche immer eine Ebene berühren muß, die die Entfernung V von der schneidenden Ebene, deren Gleichung $z = mx + ny$ ist, hat, und zwar für alle Werthe, die m und n erhalten können. Ihre Aufsuchung reducirt sich daher auf ein bloß geometrisches Problem. Man verlangt die Gleichung einer krummen Oberfläche, die jede Ebene berühren soll, welche einer andern parallel ist, deren Gleichung durch

$$z = mx + ny$$

ausgedrückt wird, und von derselben um die Größe V entfernt ist, wo V eine Function von m und n ist, die aus der obern Gleichung sich bestimmt. Löst man diese Aufgabe auf, so gelangt man zu folgender Gleichung:

$$\begin{array}{l}(a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2)\,(x^2+y^2+z^2)\\ -a^2(b^2+c^2)\,x^2-b^2(a^2+c^2)\,y^2\\ -c^2(a^2+b^2)\,z^2+a^2b^2c^2=0.\end{array}$$

1014. Die durch diese Gleichung dargestellte Oberfläche ist allgemein genommen von der vierten Ordnung, und besteht aus zwei unterschiedenen Flächen. Eine derselben bestimmt durch ihre Berührung mit der in Rede stehenden Ebene die Richtung des gewöhnlichen, die andere die des ungewöhnlichen Strahls. Man muß nun bemerken, daß so lange den Größen a, b, c nicht besondere Werthe beigelegt werden, diese Gleichung nicht in quadratische Factoren zerlegt werden kann, so daß keine der Flächen, aus welcher diese Oberfläche besteht, weder kugelförmig noch ellipsoidisch ist, und daß daher weder der gewöhnliche noch der ungewöhnliche Strahl dem Cartesianischen oder dem Huygenianischen Brechungsgesetz folgt. Diese Folgerung ist zu merkwürdig, als daß man sie nicht durch Beobachtungen hätte untersuchen sollen. Fresnel hat hierzu zwei Methoden angewendet. Die erste bestand darin, daß er direct die Geschwindigkeiten der beiden Strahlen in Topasplatten maß, die nach verschiedenen Richtungen rück-

sichtlich ihrer Axen nach der bei den Interferenzen (§. 738 und 739) angegebenen Methode geschnitten waren. Da ein Unterschied zwischen den Geschwindigkeiten der zusammentreffenden Strahlen die Franzen eben so verrückt, als es durch einen Unterschied in der Dicke bewirkt werden würde, so ist es einleuchtend, daß wenn bei zwei auf verschiedene Weise geschnittenen, aber gleich dicken Platten die von den gewöhnlichen Strahlen gebildeten Franzen auf verschiedene Art verrückt werden, wenn man die Platten nach und nach mit einer und derselben Glasplatte verbindet, die Geschwindigkeit in beiden Platten nicht dieselbe seyn kann, und bemerkt man, daß die Franzen, welche durch die Interferenz der gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahlen entstehen, auf verschiedene Art verrückt werden, so ist klar, daß keiner eine constante Geschwindigkeit haben kann. Rücksichtlich der Erfüllung der Bedingung von gleicher Dicke versichert man sich dadurch, daß man die Platten mit den Rändern an einander kittet, sie zugleich schleift und polirt, und die Oberflächen nach der Operation sorgfältig untersucht, ob sie genaue Continuität besitzen, welches dadurch geschehen kann, daß man das reflectirte Bild eines entfernten Gegenstandes betrachtet, oder noch genauer dadurch, daß man über ihrer Verbindungslinie eine convexe Linse mit langer Brennweite leicht andrückt. Sind dann die zwischen den Oberflächen gebildeten farbigen Ringe nicht unterbrochen, so sind wir gewiß, daß dieser Bedingung genau Genüge geleistet ist. Wurde der Versuch auf diese Art angestellt, so fand Fresnel, daß der Schluß, zu welchem man durch vorige Theorie geleitet wurde, sich bestätigte. Um aber diesen wichtigen Resultaten noch stärkere Stützen zu geben, wurde ein Versuch auf folgende Methode angestellt.

1015. Im Topas ist die ungewöhnliche Brechung stärker als die gewöhnliche, so daß der gewöhnliche Strahl, wenn beide durch ein Prisma aus dieser Materie getrennt werden, leicht dadurch erkannt wird, daß er der am wenigsten abgelenkte ist. Fresnel ließ zwei Prismen aus einem Topas schneiden, so daß in beiden die Basis mit der Spaltungsebene parallel lag, und daher auf einer Linie, die den Winkel der optischen Axen halbirt, so wie auf den Hauptdurchschnitt des Krystalls senkrecht stand; d. h. senkrecht auf der mittlern Axe der Elasticität; allein in dem einen Prisma fiel die Ebene des brechenden Winkels mit diesem Durchschnitt zusammen, und in dem andern bildete sie mit ihm einen rechten Winkel; diese sind die Ebenen, in

welchen der Unterschied der Geschwindigkeit des gewöhnlichen Strahls am größten ist, wie man leicht aus dem oben Gesagten sieht. Diese Prismen wurden so an einander gekittet, daß ihre Basen in einer Ebene, und ihre brechenden Kanten in einer graden Linie lagen; sie wurden dann sorgfältig geschliffen und polirt, so daß ihre brechenden Winkel gleich seyn mußten. In dieser Lage wurde das zusammengesetzte Prisma ABC Fig. 199, 1 (das in Fig. 199, 2 perspectivisch gezeichnet ist), dessen brechender Winkel ABC, 92° betrug, durch zwei Prismen CBA, DCA aus Crownglas achromatisirt, wobei eine kleine Brechung zu Gunsten des Topases übrigblieb. Indem man nun durch die Seite EB sah, wurde die ganze Verbindung um die brechende Kante wie um eine Axe gedreht, bis das Bild eines entfernten Gegenstandes, eine schwarze Linie auf weißem Grunde stillstehend blieb; so daß die gebrochenen Strahlen, sowohl der gewöhnliche als der ungewöhnliche, sehr nahe mit der Basis parallel oder senkrecht auf die mittlere Axe, aber in den erwähnten verschiedenen Ebenen durch das Prisma hindurchgegangen seyn mußten. Es wurde nun bemerkt, daß das am wenigsten gebrochene Bild der schwarzen Linie, d. h. das gewöhnliche, an der Zusammenfügung beider Prismen gebrochen war, während das außerordentliche Bild eine continuirliche Linie ausmachte. Diese letztere Erscheinung (die auf den ersten Anblick uns verleiten könnte zu glauben, daß beide Bilder mit einander verwechselt worden wären) ist eine Folge der oben erwähnten Theorie, und bestätigt dieselbe noch mehr.

1016. Wenn zwei der Axen der Elasticität, z. B. b und c einander gleich sind, so läßt sich die allgemeine Gleichung der Gestalt der Oberfläche der Welle in zwei Factoren zerlegen, und sie kann unter folgende Form gebracht werden:

$$\{a^2 x^2 + b^2 (y^2 + z^2) - a^2 b^2\}$$
$$\times (x^2 + y^2 + z^2 - b^2) = o,$$

welches das Product der Gleichung einer Kugel in die eines durch Umdrehung entstandenen Ellipsoids ist. In diesem Fall liegen die beiden kreisförmigen Durchschnitte in der Ebene der y, z und die optischen Axen in der Axe der x. Wir haben hier den Fall der einaxigen Krystalle, und wir erhalten zugleich einen Beweis a priori, sowohl des Huygenianischen Gesetzes der elliptischen Schwingungen für den ungewöhnlichen Strahl, als auch des constanten Brechungsverhältnisses für den gewöhnlichen. Die Art, auf welche diese

Resultate aus dem allgemeinen Fall abgeleitet wurden, ist zugleich elegant und befriedigend.

1017. Fresnel giebt folgende einfache Construction für die krumme Oberfläche an, welche die Welle im Fall ungleicher Axen begränzt, und die zugleich die unmittelbare Beziehung zwischen der Länge und der Richtung der Radien aufstellt. Man nehme ein Ellipsoid an, das dieselben halben Axen a, b, c hat, und nachdem dasselbe von einer durch seinen Mittelpunct gehenden Ebene geschnitten worden ist, ziehe man senkrecht auf diese Ebene vom Mittelpunct aus zwei Linien, von denen die eine dem größten, die andere dem kleinsten Radius Vector des Durchschnitts gleich ist. Die geometrischen Oerter der Enden dieser Perpendikel sind die Oberflächen der gewöhnlichen und der ungewöhnlichen Welle, oder mit andern Worten, ihre Längen sind die Längen der Halbmesser der Wellen in diesen Richtungen, und sie geben daher die Geschwindigkeiten der in beiden Richtungen fortgepflanzten Strahlen, ebenso wie die Radien des Huygenianischen Ellipsoids den Geschwindigkeiten des ungewöhnlichen Strahls in ihrer Richtung proportional sind.

1018. Dividiren wir endlich die Einheit durch die Quadrate der beiden halben Axen eines diametralen Durchschnitts des Ellipsoids, so ist der Unterschied dieser Quotienten dem Product der Sinus der Winkel proportional, welche die auf diesem Durchschnitt errichtete senkrechte Linie mit den Perpendikeln macht, die auf den Ebenen der Kreisschnitte des Ellipsoids errichtet sind. Bei allen bisher bekannten Krystallen sind diese Durchschnitte sehr wenig von den kreisförmigen Durchschnitten der Oberfläche der Elasticität verschieden, und wir können ohne merklichen Fehler beide als mit einander zusammenfallend betrachten; folglich können in dieser Rücksicht die beiden Perpendikel für die optischen Axen genommen werden. Wir erhalten hierdurch den Ursprung desjenigen Gesetzes, das aus den Erscheinungen der gefärbten Lemniscaten abgeleitet ist, vermöge dessen der Unterschied der Quadrate der reciproken Geschwindigkeiten dem Product der Sinus der Winkel proportional ist, welche der Strahl mit der optischen Axe macht; die Erscheinungen der polarisirten Ringe sind auf diese Art von denselben allgemeinen Grundsätzen abhängig gemacht.

1019. Dieß ist die schöne Theorie, welche Fresnel und Young aufgestellt haben, und wenn die Richtigkeit einer Hypothese dadurch bewiesen werden kann, daß sich aus derselben die verschiedenartigsten und verwickeltsten Erscheinungen durch eine streng mathematische

Schlußfolge, die so lang ist, daß man die Folgerungen aus den Vordersätzen nicht voraussehen kann, ableiten lassen, so kann man nicht läugnen, daß diese Theorie den Charakter der Wahrheit in hohem Grade besitzt. Wir müssen nur bedauern, daß die Gränzen dieses Werkes, die sich schon weit über die anfangs vorgesteckten erweitert haben, uns nicht erlauben, tiefer in das Einzelne derselben einzugehen.

1020. Die Axen der Elasticität sind diejenigen, welche Fresnel als die Fundamentalaxen der doppelt brechenden Mittel ansieht. Die optischen Axen können aus mehrern Ursachen nicht als solche betrachtet werden. Erstens haben sie selten eine symmetrische Lage gegen die Fundamentallinie der krystallinischen Form; zweitens ändern sie ihre Lage mit der Farbe der einfallenden Strahlen; drittens hat es sich gefunden, daß sie bei einerlei Farbe und in demselben Krystall sich mit der Temperatur ändern. Diese wichtige Thatsache ist neulich von Mitscherlich aufgestellt worden, und wir werden sogleich Gelegenheit haben, ausführlicher davon zu reden. Wir können dieselben daher bloß als Linien betrachten, denen die Bedingung $v - v' = o$ zugehört, den Gesetzen gemäß, die die Beschaffenheit der Geschwindigkeiten v, v' beider Strahlen als Functionen derjenigen Größen bestimmen, die wir als die fundamentalen Data betrachten müssen, mit Berücksichtigung der Lage des Strahls innerhalb des Mittels. Die Axen der Elasticität selbst dürfen vielleicht nur als aus den Gleichungen §. 1000 hervorgehend betrachtet werden, und hängen vielleicht von andern Fundamentallinien der krystallinischen Form, so wie von der Vertheilung der Molecularkräfte ab. Dem gemäß sieht Dr. Brewster die optischen Axen so an, als ob sie durch andere, die er polarisirende Axen nennt, bestimmt würden, aus welchen polarisirende Kräfte ausgehen, welche die beobachteten Erscheinungen der Ringe, der doppelten Brechung und der Polarisation hervorbringen, und denen derselbe folgende Eigenschaften beilegt.

1021. Erster Forderungssatz. Eine einzelne polarisirende Axe hat den Charakter einer Axe keiner doppelten Brechung, und fällt mit der Axe des Huygenianischen Sphäroids in solchen Krystallen zusammen, die nur Eine besitzen. Eine positive Axe wirkt wie die des Quarz u. s. w., eine negative Axe wie die des kohlensauren Kalks u. s. w.

1022. Zweiter Forderungssatz. Die polarisirende Kraft einer einzelnen Axe in irgend einem Mittel ist der Farbe proportional, die der gewöhnliche und der ungewöhnliche Strahl giebt, in welche ein doppelt brechendes Prisma einen polarisirten Strahl zerlegt, der eine gegebene Dicke des Mittels durchlaufen hat.

1023. Erster Zusatz. Die polarisirende Kraft einer einzelnen Axe in einem und demselben Mittel verhält sich wie das Quadrat des Sinus desjenigen Winkels, den der durchgehende Strahl im Innern des Mittels mit der Axe bildet.

1024. Zweiter Zusatz. Dieselbe Kraft verhält sich auch umgekehrt wie die Dicke, welche unter einem gegebenen Winkel durchlaufen werden muß, um dieselbe Farbe zu entwickeln. Man kann dieselbe als die wahre polarisirende Kraft oder die Intensität der Axe betrachten.

1025. Dritter Forderungssatz. Wenn zwei Axen in einem Mittel vorhanden sind und zugleich wirken, so polarisiren sie eine Farbe, deren Maß (§. 906) die Diagonale eines Parallelogramms ist, dessen Seiten nach derselben Skale die Farben messen, die von jeder Axe besonders polarisirt werden, und welche mit einander einen Winkel bilden, der dem doppelten Neigungswinkel zweier Ebenen gleich ist, die durch den Strahl und jede Axe gehen.

1026. Erster Zusatz. Sind t und t′ die numerischen Maße zweier Farben, die von jeder Axe besonders polarisirt werden, T die durch ihre gemeinschaftliche Wirkung polarisirte, C der von den angegebenen Ebenen eingeschlossene Winkel, so erhält man T durch die Gleichung

$$T^2 = t^2 + t'^2 + 2tt' . \cos 2C.$$

1027. Zweiter Zusatz. Bezeichnet man die Intensitäten der Axen durch a, b, die Winkel, welche der Strahl mit jeder Axe macht, durch α, β, so ist

$$t = a . \sin \alpha^2, \quad t' = b . \sin \beta^2,$$

und hieraus erhält man

$$\begin{aligned} T^2 &= (a . \sin \alpha^2)^2 + (b . \sin \beta^2)^2 \\ &\quad + 2ab . \sin \alpha^2 . \sin \beta^2 \; (1 - 2 \sin C^2) \\ &= (a . \sin \alpha^2 + b . \sin \beta^2)^2 \\ &\quad - 4ab . \sin \alpha^2 . \sin \beta^2 . \sin C^2. \end{aligned}$$

oder auch

$$\begin{aligned} T^2 &= (a . \sin \alpha^2 - b . \sin \beta^2)^2 \\ &\quad + 4ab . \sin \alpha^2 . \sin \beta^2 . \cos C^2. \end{aligned}$$

1028. Ist γ der von den polarisirenden Axen eingeschlossene Winkel, so hat man, da α, β, γ die Seiten eines sphärischen Dreiecks sind, und C der von den Seiten α, β eingeschlossene Winkel ist,

$$\cos C = \frac{\cos\alpha \,.\, \cos\beta - \cos\gamma}{\sin\alpha \,.\, \sin\beta}.$$

und wird dieß für cos C in den letzten der Ausdrücke für T^2 gesetzt, so findet man nach den gehörigen Reductionen

$$T^2 = (a \,.\, \sin\alpha^2 + b \,.\, \sin\beta^2)^2 - 4ab \,.\, \left\{ \begin{array}{l} 1 - \cos\alpha^2 - \cos\beta^2 - \cos\gamma^2 \\ \quad - 2\cos\alpha \,.\, \cos\beta \,.\, \cos\gamma \end{array} \right\}$$

1029. Zusatz. Stehen die polarisirenden Axen auf einander senkrecht, so ist $\gamma = 90°$, $\cos\gamma = 0$, und der vorige Ausdruck für die zusammengesetzte Farbe wird

$$T^2 = (a \,.\, \sin\alpha^2 + b \,.\, \sin\beta^2)^2 - 4ab(\sin\alpha^2 - \cos\beta^2).$$

1030. Satz. Wenn zwei rechtwinklich auf einander stehende polarisirende Axen gegeben werden, die entweder beide negativ oder beide positiv sind, so kann man zwei andere Axen oder feste Linien finden, die so beschaffen sind, daß wenn man die Winkel, welche ein Strahl, der durch ein kugelförmiges Stück des Mittels geht, mit den Axen macht, durch θ und θ' bezeichnet, die polarisirte Farbe dem Producte $\sin\theta \,.\, \sin\theta'$ proportional wird.*)

Es seyen AC und BC (Fig. 199) die beiden polarisirenden Axen, die einen rechten Winkel einschließen, und BC sey die am stärksten wirkende. Ferner sey OC ein in dieser Richtung in den Krystall dringender Strahl, und in einer Ebene PCQ die auf ACB senkrecht ist, ziehe man irgend zwei Linien PC, CQ, die mit BC gleiche Winkel machen, von denen wir jeden durch x bezeichnen wollen. Denkt man sich dann eine Kugel um C als Mittelpunct

---

*) Biot scheint den in diesem Satz ausgesprochenen Gegenstand, daß nämlich Dr. Brewsters Hypothese der polarisirenden Axen auf ein Resultat führt, welches mathematisch mit seinem eigenen schönen Gesetz des Products der Sinus identisch ist, zuerst bemerkt zu haben. Er hat jedoch den Beweis weggelassen. Dr. Brewster scheint die Richtigkeit der Uebereinstimmung beider Resultate auf eine numerische Vergleichung der Beobachtungen Biot's an schwefelsaurem Kalk mit seiner eigenen Theorie gegründet zu haben.

beschrieben, so wird sie von den Ebenen ACB, PCQ, OCA, OCB, OCP, OCQ in größten Kreisen BA, PBQ, OA, OB, OP, OQ durchschnitten, und wir haben $PB = QB = x$, $OA = \alpha$, $OB = \beta$, $OP = \theta$, $OQ = \theta'$, und vermöge der sphärischen Trigonometrie ist ein Dreieck OBP

$$\cos OBP = \sin OBA = \sin AOB . \frac{\sin OA}{\sin AB}$$
$$= \sin\alpha . \sin C; \ (AB = 90^\circ)$$
$$= \frac{\cos\beta . \cos x - \cos\theta}{\sin\beta . \sin x.}$$

folglich hieraus

$$-\cos\theta = \sin\alpha . \sin\beta . \sin x . \sin C.$$
$$- \cos\beta . \cos x.$$

und auf ähnliche Weise erhalten wir aus dem Dreieck OBQ, da $OBQ = 90^\circ + ABO$ ist, eine zweite Relation

$$+\cos\theta' = \sin\alpha . \sin\beta . \sin x . \sin C.$$
$$+ \cos\beta . \cos x.$$

Addirt und subtrahirt man, indem der Kürze wegen

$$\cos\theta' = p, \quad \cos\theta = q$$

gesetzt wird, so kommt:

$$p + q = 2\cos\beta . \cos x.$$
$$p - q = 2\sin\alpha . \sin\beta . \sin x . \sin C.$$

Diese Gleichungen drücken die geometrischen Relationen zwischen den Linien PC, QC und den Axen AC, BC aus, und wenn sie mit den Gleichungen der §§. 1028 und 1029 verbunden werden, so reichen sie hin, um α, β, C zu eliminiren, und T durch x, θ, θ' auszudrücken. Vermittelst der so eben bewiesenen Gleichungen haben wir

$$\left(\frac{p+q}{2\cos x}\right)^2 = \cos\beta^2 ,$$

$$\left(\frac{p-q}{2\sin x}\right)^2 = \sin\alpha^2 . \sin\beta^2 . \sin C^2 ;$$

und setzt man in der letztern Gleichung $1 - \cos C^2$ für $\sin C^2$, und für $\cos C^2$ seinen Werth aus §. 1028, der, da $\gamma = 90^\circ$ ist, durch

$$\sin\alpha^2 . \sin\beta^2 . \cos C^2 = \cos\alpha^2 . \cos\beta^2$$

ausgedrückt wird, so kommt

$$\left(\frac{p-q}{2\sin x}\right)^2 = \sin\alpha^2 . \sin\beta^2 - \cos\alpha^2 . \cos\beta^2$$
$$= \sin\alpha^2 - \cos\beta^2.$$

Hieraus erhalten wir für die Werthe von $\sin\alpha^2$ und $\sin\beta^2$

$$\sin\alpha^2 = \left(\frac{p+q}{2\cos x}\right)^2 + \left(\frac{p-q}{2\sin x}\right)^2$$

$$\sin\beta^2 = 1 - \left(\frac{p+q}{2\cos x}\right)^2$$

und substituirt man diese in der Gleichung §. 1029.

$$T^2 = \left\{ b + \frac{a-b}{4\cos x^2}(p+q)^2 + \frac{a}{4.\sin x^2}(p-q)^2 \right\}^2$$

$$= \frac{a\,b}{\sin x^2}(p-q)^2.$$

Dieß ist die allgemeine Form des Ausdrucks der Farbe, wenn sie nach der hier angenommenen Art auf willkürliche Axen bezogen wird, und er fällt ziemlich verwickelt aus; allein nehmen wir die Lage der neuen Axen so an, daß $\sin x^2 = \frac{a}{b}$ wird, so wird die Gleichung einfacher; wir haben dann

$$\frac{a}{4\sin x^2} = \frac{b}{4},$$

$$\frac{a-b}{4\cos x^2} = -\frac{b}{4},$$

so daß der Werth von TT sich auf

$$TT = bb\left\{1 - \left(\frac{p+q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p-q}{2}\right)^2\right\}^2$$

$$- bb(p-q)^2$$

$$= bb\{(1-pq)^2 - (p-q)^2\}$$

$$= bb\{1 - p^2 - q^2 + p^2q^2\}$$

$$= bb(1-pp)(1-qq)$$

$$= bb.\sin\theta^2.\sin\theta'^2$$

reducirt, indem zugleich für p und q ihre Werthe $\cos\theta$, $\cos\theta'$ gesetzt werden; hieraus erhält man

$$T = -b.\sin\theta.\sin\theta'.$$

Das negative Vorzeichen ist aus einer Ursache genommen, die in §. 1034 angegeben werden wird.

1031. Wir sehen hierdurch, daß nach Dr. Brewsters Principien die verbundene Wirkung zweier Axen eine Reihe von isochro-

matischen Linien giebt, die in der Form von Lemniscaten um zwei Pole P und Q liegen, welche durch die Bedingung

$$\sin BP = \sin BQ = \sqrt{\frac{\text{Intensit. der schwächern Axe}}{\text{Intensit. der stärkern Axe}}}$$

bestimmt werden, und die so gefundenen Linien CP, CQ haben daher den Charakter der optischen Axen in zweiaxigen Krystallen, und man kann ihnen mit Dr. Brewster den Namen resultirender Axen beilegen. Wir müssen uns jedoch in Acht nehmen, daß wir in dieser Theorie die resultirenden Axen nicht mit den polarisirenden verwechseln.

1032. Haben die polarisirenden Axen nicht gleiche Zeichen, so daß die eine positiv, die andere negativ ist, so wird der Werth von sin BP imaginär, und die Farben können sich nicht auf die angegebene Art bilden. Nehmen wir aber an, daß in diesem Fall die neuen Axen mit den polarisirenden in derselben Ebene liegen wie in Fig. 200, so haben wir hier

$$\cos OBA = +\cos OBQ.$$
$$\cos OBA = -\cos OBP.$$

Es ist aber

$$\cos OBA = -\frac{\cos\alpha}{\sin\beta}.$$

$$\cos OBQ = \frac{\cos\beta . \cos x - \cos\theta'}{\sin\beta . \sin x}.$$

so daß wir die Gleichung

$$\cos\theta' = p = \cos\beta . \cos x + \cos\alpha . \sin x$$

erhalten, und auf ähnliche Weise

$$\cos\theta = q = \cos\beta . \cos x - \cos\alpha . \sin x.$$

Hieraus kommt durch Addition und durch Subtraction:

$$\cos\alpha = \frac{p-q}{2\sin x}\ ;\ \cos\beta = \frac{p+q}{2\cos x}\ ,$$

diese geben, wenn sie im Werthe von TT substituirt werden

$$TT = \left\{\begin{matrix}(a+b) + \left(\frac{a}{\sin x^2} - \frac{b}{\cos x^2}\right) . \frac{pq}{2} \\ -\left(\frac{a}{\sin x^2} + \frac{b}{\cos x^2}\right)\frac{p^2+q^2}{4}\end{matrix}\right\}^2 .$$

$$-4ab + \frac{ab}{\sin x^2 . \cos x^2} . (p^2+q^2)$$

$$+2ab$$

$$+\frac{2ab(\sin x^2-\cos x^2)}{\sin x^2.\cos x^2}.pq.$$

Nehmen wir nun hierin

$$\frac{a}{\sin x^2}+\frac{b}{\cos x^2}=o,\ \tan g\, x^2=-\frac{a}{b}.$$

so erhält dieser Ausdruck nach den gehörigen Reductionen die Form

$$T^2=\frac{(1-pp)(1-qq)}{\cos x^4}.bb$$

$$=\frac{bb.\sin\theta^2.\sin\theta'^2}{\cos x^4.}$$

und hieraus ergiebt sich

$$T=-\frac{b}{\cos x^2}.\sin\theta.\sin\theta'.$$

d. h. wenn man den Werth von x einführt, da

$$\tan g\, x^2=-\frac{a}{b},\ \cos x^2=\frac{b}{b-a}$$

ist, so kommt endlich

$$T=-(b-a).\sin\theta.\sin\theta'.$$

1033. Es sind also auch in diesem Fall die isochromatischen Linien Sphärolemniscaten, und der einzige Unterschied besteht darin, daß ihre Pole in der Ebene der polarisirenden Axen liegen, statt daß sie sich vorher in einer darauf senkrechten Ebene befanden, und daß, während in dem vorigen Fall der zwischen demselben enthaltene halbe Winkel x durch $\sin x=\sqrt{\frac{a}{b}}$, d. h. durch $\cos x=\sqrt{\frac{b-a}{b}}$ ausgedrückt wurde, er jetzt durch die Gleichung $\cos x=\sqrt{\frac{b}{b-a}}$ gegeben wird.

1034. Erster Zusatz. Ist $a=b$, oder haben die polarisirenden Axen gleiches Zeichen und gleiche Intensität, so wird $\sin x=1$, $x=90°$, so daß die resultirenden Axen eine grade Linie bilden, die Lemniscaten werden Kreise, und die einzelne resultirende Axe hat jetzt den Charakter einer polarisirenden Axe. Umgekehrt läßt sich daher eine einzelne polarisirende Axe in zwei andere von gleicher Intensität zerlegen, die auf derselben und unter einander senkrecht stehen, und ein Vorzeichen haben, das dem der zerlegten

Axe entgegengesetzt ist. Dieß folgt aus dem negativen Zeichen beider Quadratwurzeln §. 1030 und 1032; weil in dem angenommenen Fall, wenn der Bogen ÀB = 90° ist, der Winkel C oder AOB nothwendig größer als 90° wird, und der Winkel des Farbenparallelogramms 2C > 180°, so daß die Diagonale rückwärts gemessen, und nothwendig eine negative Größe seyn muß.

1035. Da eine einzelne Axe zwei gleich starken Axen von entgegengesetzten Zeichen, die auf der erstern und unter einander senkrecht stehen, gleich gilt, so wird, wenn wir noch eine gleiche Axe von entgegengesetztem Charakter in der Richtung der ersten hinzufügen, diese die Wirkung der ersten aufheben, und daher ist die Verbindung dreier solcher Axen gar keiner gleichgeltend. Folglich heben drei gleiche rechtwinkliche Axen ihre Wirkung gegenseitig auf. Hierdurch erklärt Brewster den Mangel von Polarisation und doppelter Brechung in solchen Krystallen, deren primitive Gestalt der Würfel das reguläre Oktaëder u. s. w. ist, und deren secundäre Formen eine vollkommene Symmetrie der Theilchen rücksichtlich der drei Axen anzeigen.

1036. Wir brauchen die allgemeine Theorie dieser Art von Zusammensetzung der Axen und Farben nicht weiter zu verfolgen. Es scheint uns in der That, als ob die von Dr. Brewster angegebene Regel über das Parallelogramm der Farben sich nicht mehr anwenden läßt, sobald eine dritte Axe mit in Betracht kommt; denn wollten wir die aus zwei Axen (A, B) entstehende Farbe mit der verbinden, die durch die Wirkung der dritten (C) hervorgebracht wird, so sagt uns die Regel nicht, welches der Winkel des neuen Parallelogramms seyn soll, obgleich seine Seiten gegeben sind (nämlich die zusammengesetzte Farbe T' und die einfache t''), indem sie keine einzelne Linie angiebt, die mit der Axe C auf die verlangte Art verbunden werden, oder die in dieser Rücksicht als die Resultante der Axen A und B angesehen werden kann. Wir verweisen daher den Leser auf die Originalabhandlung in den Transactions of the Royal Society 1818.

---

§. X. Von der kreisförmigen Polarisation.

1037. Die ersten Erscheinungen, welche sich auf die Classe von Gegenständen beziehen, deren Betrachtung dieser Abschnitt gewidmet ist, wurden von Arago in seiner Abhandlung angezeigt, die

sich unter denen befindet, die vom Institut für das Jahr 1811 über die Farben der krystallisirten Platten bekannt gemacht wurden. Er beobachtete, daß wenn ein polarisirter Strahl durch ein Plättchen Quarz, das senkrecht auf die doppelt brechende Axe geschnitten war, unter rechten Winkeln ging, so hatten die beiden Bilder, welche durch Zerlegung des einzelnen Strahls mit einem doppelt brechenden Prisma entstanden, complementäre Farben, und daß diese Farben sich änderten, wenn man das doppelt brechende Prisma drehte; so daß während einer halben Umdrehung, z. B. das ungewöhnliche Bild, welches zuerst roth war, nach und nach orange, gelb, gelbgrün und violett wurde, worauf dieselben Farben wiederkehrten. Es ist einleuchtend, daß dasselbe stattfinden würde, wenn man annimmt, daß die verschieden gefärbten Strahlen bei ihrem Austreten aus dem Krystall auch in verschiedenen Ebenen polarisirt sind, und Arago gelangte zu dieser Folgerung in einer zweiten Abhandlung, die er dem Institut vorlas. Der Gegenstand wurde von Biot in einer Abhandlung wieder vorgenommen, die in den Mémoires de l'Institut 1812 sich befindet, und seine Arbeiten schlossen sich mit einer zweiten sehr interessanten Abhandlung, welche 1818 vorgelesen wurde.

1038. Durchläuft ein polarisirter Strahl die Axe von isländischem Spath, Beryll oder andern einaxigen Krystallen, so haben wir gesehen, daß er keine Aenderung erleidet, und daß, wenn er bei seinem Heraustreten durch ein doppelt brechendes Prisma zerlegt wird, dessen Hauptdurchschnitt in der Ebene der ursprünglichen Polarisation liegt, das gewöhnliche Bild den ganzen Strahl enthält, so daß die complementären Farben Weiß und Schwarz sind. Quarz macht jedoch hierbei eine Ausnahme. Ein polarisirter Strahl, der ganz genau längs seiner Axe fortgeht, bleibt gefärbt und getheilt, und zwar um so mehr, je dicker die Platte ist. Legen wir ein dünnes Blättchen dieses Körpers auf einen Apparat, wie §. 929 beschrieben und Fig. 189 vorgestellt ist, und drehen das zerlegende Prisma so lange herum, bis das ungewöhnliche Bild die geringste Helligkeit besitzt, so wird es in dieser Lage eine matte violette oder purpurrothe Farbe haben, weil die gelben oder die hellsten Strahlen in diesem Zustand völlig verlöscht sind. Man bemerke den Drehungswinkel des Prisma, welcher durch den getheilten Kreis R gemessen wird, nehme das Quarzblättchen weg, und lege ein

anderes an seine Stelle, das von demselben Krystall geschnitten ist, aber eine doppelte Dicke hat. Die Farbe des ungewöhnlichen Bildes ist nicht mehr violett, allein dreht man das Prisma in derselben Richtung um einen gleich großen Bogen, so wird die violette Farbe wieder hergestellt, und das Minimum der Helligkeit erreicht; ist im Allgemeinen die Dicke des Blättchens in einem gewissen Verhältniß größer oder kleiner (es muß immer aus demselben Krystall geschnitten werden), so wird der Drehungswinkel des Prisma in demselben Verhältniß vergrößert oder verkleinert, wenn man ein Minimum von Helligkeit und eine violette Farbe in dem ungewöhnlichen Bilde hervorbringen will. Ist daher die Platte dick genug, so muß man einen oder mehrere Umläufe machen, und da man nur den Ueberschuß über die ganzen Umläufe ablesen kann, so könnte dieß einige Verwirrung hervorbringen, wenn man nicht Sorge trägt, solche Dicken nach und nach anzuwenden, daß der Sprung bei denselben keinen ganzen oder halben Umlauf beträgt.

1039. Aus diesem Versuch schließen wir, daß die Polarisationsebene eines mittlern gelben Strahls, der die Axe einer Quarzplatte durchlaufen hat, aus ihrer ursprünglichen Lage um einen Winkel gedreht worden, der der Dicke der Platte proportional ist, und sie nimmt daher bei seinem Heraustreten dieselbe Lage an, welche sie haben würde, wenn sie sich gleichförmig während der ganzen Zeit, die der Strahl brauchte, um die ganze Dicke zu durchlaufen, gedreht hätte. Dasselbe findet für die übrigen homogenen Strahlen statt; allein um es zu beweisen, müssen wir den Gebrauch des weißen Lichts unterlassen und bloß homogene Strahlen anwenden. Gebrauchen wir z. B. rothes Licht, oder halten vor das Auge ein reines rothes Glas, so beobachtet man dasselbe, nur gehört hierzu ein anderer Drehungswinkel als zu dem violetten Licht, und das ungewöhnliche Bild verschwindet völlig, wodurch sich zeigt, daß die Polarisation vollständig ist, was bei den vorigen Versuchen zweifelhaft bleiben konnte.

1040. Indem Biot auf diese Art die Größe, um welche eine und dieselbe Quarzplatte die Polarisationsebenen der verschiedenen homogenen Strahlen dreht, untersuchte, fand er, daß die Wirkung auf die brechbarern Strahlen größer ist, als auf die wenigen brechbaren, und ihre Polarisationsebenen um einen größern Winkel ge-

dreht werden. Diesem ausgezeichneten Physiker zufolge ist der constante Coefficient, der die Geschwindigkeit der Drehung der Polarisationsebene angiebt, dem Quadrat der Länge einer Undulation des homogenen Strahls proportional, so daß wenn wir λ die Länge einer Undulation, t die Dicke einer Platte nennen, die hervorgebrachte Ablenkung $= k . \lambda^2 t$ ist, wo k eine gewisse Constante ist. Den Werth dieser Constante setzt er $= \frac{18°414}{(6,18014)^2}$, wenn t in Millimeter gegeben wird, und folgende Tabelle enthält den Betrag der Ablenkung in Sexagesimalgraden, die durch eine Quarzplatte von einem Millimeter Dicke bei den verschiedenen Strahlen hervorgebracht wurde.

Benennung des homogenen Strahls.	Bogen der Drehung, die einem Millimeter entspricht.
Aeußerstes Roth	17°.4964
Gränze zwischen Roth und Orange	20.4798
— — Orange und Gelb	22.3138
— — Gelb und Grün	25.6752
— — Grün und Blau	30.0460
— — Blau u. Dunkelblau	34.5717
— — Dunkelblau u. Violett	37.6829
Aeußerstes Violett	44.0827

1041. Bei diesen Untersuchungen gelangte Biot zu der sonderbaren Entdeckung eines constanten Unterschiedes, die bei verschiedenen Arten dieses Krystalls rücksichtlich der Richtung stattfindet, in welcher diese Drehung der Polarisationsebene eines durchgehenden Strahls geschieht. Bei einigen Arten geschieht sie von der rechten nach der linken, bei andern von der linken nach der rechten Hand. Um diesen Unterschied einzusehen, nehme man einen gewöhnlichen Korkzieher, und indem man ihn mit dem Griff nach sich zu hält, drehe man denselben so, als ob man einen Kork durchbohren wollte. Der Griff dreht sich dann auf dieselbe Art als die Polarisationsebene eines vom Beobachter aus durch einen rechts-

drehenden Krystall gehenden Strahls. Wäre die Schraube des Korkziehers umgekehrt, so würde die Bewegung des Griffes die der Polarisationsebene eines Strahls vorstellen, der durch einen linksdrehenden Krystall geht. Wir wollen hiermit nicht behaupten, daß die Polarisationsebene sich wirklich auf diese Art in Krystall dreht, allein die Erscheinungen sind bei dem Heraustreten eben dieselben, als ob die Drehung so geschehen wäre. Diese Bemerkung ist deßwegen nothwendig, weil man die Sache noch aus einem ganz andern Gesichtspunkt betrachten kann.

1042. Sind solche Krystalle, die diesen merkwürdigen Unterschied zeigen, geschnitten und polirt, und die äußern Zeichen der krystallinischen Form verwischt, so zeigt sich kein anderer Unterschied weiter. Ihre Härte, Durchsichtigkeit, brechende und doppelt brechende Kraft ist dieselbe, und mit Ausnahme der Richtung sind ihre Wirkungen rücksichtlich der Ablenkung der Polarisationsebene dieselben. Es haben jedoch Versuche, die nach Biots Untersuchungen angestellt worden, eine besondere Verbindung zwischen diesen Richtungen und den krystallinischen Formen derselben gezeigt. In der Art des krystallisirten Quarzes, den Hauy plagiedrischen nennt, kommen Seitenflächen vor, die gegen die Axen und Kanten der primitiven Form eine nichtsymmetrische Lage haben, man mag dieselben als das Rhomboid oder als das doppelt pyramidalische Dodekaëder ansehen. Figur 201 stellt einen solchen Krystall vor, in welchem, wenn die Spitze aufwärts steht, alle Seiten C, C, C sich nach einer Richtung neigen, nämlich rücksichtlich der Axe gegen die rechte Hand, als ob sie durch irgend eine Ursache, die rings um den ganzen Krystall gewirkt hat, von der linken nach der rechten Hand hin verdreht worden wären. Steht die Spitze B oben, so findet dieselbe Verdrehung rücksichtlich der Seiten D, D, D statt, und man findet selten Quarzkrystalle (wenn solche überhaupt vorhanden sind), bei denen die Verdrehung nach entgegengesetzten Seiten vorhanden ist. Man hat nun gefunden, daß in Krystallen, bei denen eine oder mehrere solcher Seiten gesehen werden, ihre Dimensionen mögen noch so klein seyn, man mit Gewißheit die Drehung in einer aus denselben geschnittenen Platte voraussagen kann; sie geschieht allemal nach der Seite, nach welcher die Seitenflächen einem Beobachter verdreht erscheinen, der den Krystall eben so wie die Figur ansieht. Sie stellt einen rechtsdrehenden Krystall vor. Wir dür-

sen hieraus schließen, daß, wie auch die Ursache beschaffen seyn mag, die die Richtung der Drehung bestimmt, dieselbe bei der Bestimmung der Richtung der plagiedrischen Seiten gewirkt hat. Andere Krystalle, wie Apatit u. s. w., zeigen auch plagiedrische und unsymmetrische Seiten, allein sie sind sehr selten, und bewirken auch keine Drehung, so daß wir jetzt nicht im Stande sind zu sagen, ob dieses sonderbare Gesetz allgemein ist, und auch nicht vermuthen können, auf welchen Grundsätzen dasselbe beruhen möge.

1043. Werden zwei Quarzplatten auf einander gelegt, die beide rechts oder links drehend sind, so ist ihre ganze Wirkung der Summe der einzelnen gleich. Besitzen dieselben einen entgegengesetzten Charakter, so ist die ganze Wirkung der Differenz beider gleich.

1044. Der Amethyst (und wahrscheinlicherweise auch in einigen Fällen der Achat) zeigt die sehr merkwürdige und sonderbare Erscheinung, daß diese beiden Quarzarten in demselben in wechselnden Schichten von sehr geringer Dicke zusammen krystallisirt sind. Wird daher ein Amethyst senkrecht auf die Axe durchschnitten, und durch polarisirtes Licht untersucht, das längs seiner Axe fortgeht, und wie gewöhnlich zerlegt wird, so hat derselbe ein gestreiftes Ansehen und zeigt Franzen (Fig. 202), die verschiedene Farben haben, jenachdem die Lage der Polarisationsebenen der ausfahrenden Strahlen an den verschiedenen Punkten beschaffen ist. Das Weitere hierüber kann der Leser in einer Abhandlung von Dr. Brewster finden (Edinburgh Transactions vol. XI). Man sieht diese Schichten sehr deutlich an der Oberfläche eines frischen Bruchs dieses Minerals hervorstehen, wodurch dasselbe den besondern wellenförmigen Bruch erhält, der dasselbe von dem gewöhnlichen Quarz unterscheidet.

1045. Die oben beschriebenen Erscheinungen der Drehung sind aber nicht bloß auf Quarz eingeschränkt. Viele Flüssigkeiten, und sogar Dämpfe zeigen dieselben, ein Umstand, der uns sehr unerwartet vorkommen muß, wenn wir bedenken, daß in Flüssigkeiten und Gasarten die Theilchen in keiner krystallinischen Anordnung liegend betrachtet werden müssen, so daß jedes Theilchen, um eine solche Erscheinung hervorzubringen, von unsymmetrischer Beschaffenheit gedacht werden muß, d. h. es hat eine linke und eine

rechte Seite. Biot und Seebeck haben diese interessante Entdeckung zu gleicher Zeit gemacht; ersterer hat aber die Erscheinungen mit besonderer Sorgfalt untersucht, und aus seiner oben angegebenen Abhandlung ziehen wir folgende Darstellung aus: Die Flüssigkeiten, welche eine rechtsdrehende Eigenschaft besitzen, sind Terpenthinöl, Lorbeeröl, Dampf von Terpenthinöl, und eine Weingeistauflösung von künstlichem Kampher, der durch Salzsäure und Terpenthinöl entsteht. Die linksdrehende Eigenschaft beobachtete er bei Limonienöl, Syrup von Rohrzucker, und einer Weingeistauflösung von natürlichem Kampher. Bei allen diesen war die Intensität der Wirkung oder die Geschwindigkeit der Drehung viel geringer als bei Quarz. Folgende sind die Drehungsverhältnisse oder die Bogen, auf welche ein Millimeter Dicke die Polarisationsebene eines gewissen von Biot ausgewählten rothen Strahls dreht.

Rechts drehende.	
Quarz	+ 18°414.
Terpenthinöl	+ 0°271.
Eine andere Art	+ 0°251.
Dasselbe durch wiederholte Destillationen gereinigt	+ 0°286.
Auflösung von 1753 Theilen von künstlichem Kampher in 17359 Theilen Alkohol	+ 0°018.
Links drehende.	
Quarz	— 18°414.
Limonienöl	— 0°436.
Concentrirter Syrup	— 0°551.

1046. Es ergiebt sich ferner aus Biot's Untersuchungen, daß wenn zwei oder mehr Flüssigkeiten unter einander gemischt, oder mit Quarzplatten verbunden werden, so ist die ganze Drehung immer der Summe aller einzelnen gleich. Ist daher T die zusammengesetzte Dicke, R das Drehungsverhältniß, so wird

$$RT = rt + r't' + r''t'' + \ldots\ldots,$$

wo r, r', r'' die Drehungsverhältnisse der einzelnen Ingredienzien, und $t, t'\ldots$ ihre Dicke sind. Werden z. B. 66 Theile Terpenthinöl, dessen Drehungsverhältniß $+0{,}251$ ist, mit 38 Theilen Limonienöl vermischt, so haben wir

$$+66 \times 0{,}251 - 38 \times 0{,}436 = 0{,}002.$$

so daß diese Dicken einander beinahe genau compensiren müssen, welches auch nach Biot's Versuch stattfand, indem der ganze durchgelassene Strahl seine ursprüngliche Polarisation ohne die geringste Spur eines ungewöhnlichen Bildes behalten hatte. Gießt man in zwei Röhren von gleicher Dicke, aber ungleicher Länge gleiche Mengen Terpenthinöl, und wird der übrige Theil ihrer Längen mit Schwefeläther gefüllt, der keine drehende Eigenschaft hat, oder in welchem $r = o$ ist, so geben die beiden so zusammengesetzten Dicken bei allen Lagen des zerlegenden Prisma völlig dieselben Farben. Wir sehen hieraus, daß eine Mischung, die die Theilchen bloß trennt, ohne sie zu zerlegen, ihre drehende Kraft nicht ändert. Biot fand sogar, daß selbst unter der Dampfform Terpenthinöl immer noch diese Eigenschaft behielt, und hätte nicht die Explosion des Apparats genauere Messungen verhindert, so würde er gewiß gefunden haben, daß er im Verhältniß der Dichtigkeit dasselbe Drehungsverhältniß behalten hätte. Aus diesen Umständen schließt er, daß die drehende Kraft wesentlich in den Theilen der Körper befindlich ist, und daß sie dieselbe in allen Verbindungen beibehält. Allein dieß ist ein zu übereilter Schluß, denn Zucker hat im festen Zustande diese Eigenschaft nicht, so wenig als der durch Potasche aufgelöste oder durch Hitze geschmolzene Quarz (wie es Dr. Brewster that), wodurch er seine krystallinische Beschaffenheit verliert. Dieser dunkle Theil der chemischen Optik verdient große Aufmerksamkeit.

1047. Fresnel hat seine Untersuchungen auf die rotatorischen Erscheinungen mit gleich glänzendem Erfolg als auf die übrigen Lichterscheinungen ausgedehnt, und er hat gezeigt, daß sie erklärt werden können, wenn man annimmt, daß die Aethertheilchen, welche die Strahlen längs den Axen von Quarz oder den rotatorischen Flüssigkeiten fortpflanzen, statt in graden Linien zu schwingen, sich auf die §. 627 angegebene Art in Kreisen bewegen (wo wir gezeigt haben, daß solch eine Schwingungsart stattfinden kann, und aus der Interferenz zweier rechtwinklicher Schwingungen von gleicher Amplitude, die um den vierten Theil einer Schwingung von einander verschieden sind, entstehen muß), und außerdem zugiebt, daß vermöge einer besondern Beschaffenheit der Theilchen dieser Mittel, solche kreisförmige Schwingungen, die von der rechten nach der linken Hand zu gehen, eine Elasticität erfordern, die von der in

der entgegengesetzten Richtung etwas verschieden ist. Die Farben, welche olche Mittel hervorbringen, sollen durch die Interferenz zweier auf diese Art kreisförmig polarisirter Strahlen entstehen, die hinter einander um einen Verzögerungsraum herkommen, der dem Unterschied ihrer Geschwindigkeiten proportional ist.

1048. Um aber diese letztere Hypothese zulässig zu machen, müssen wir zeigen, daß die Erscheinung, welche nothwendigerweise einen Unterschied der Geschwindigkeiten begleitet, nämlich die Zerlegung des Strahls bei der Brechung an schiefen Oberflächen, wirklich stattfindet. Dieß hat Fresnel durch einen Versuch gezeigt, der freilich sehr fein, aber doch befriedigend und entscheidend ist. Er ließ aus einem Quarzkrystall ein Prisma schneiden, dessen brechender Winkel 150° betrug, und dessen Seiten gegen die Axe gleiche Neigung hatten, so daß ein im Innern des Prisma mit der Axe parallel gehender Strahl, unter gleichen Winkeln nämlich 75° auf jede Seite fällt. Da dieser Winkel zu groß ist, als daß der Strahl heraustreten könnte, so kittete er auf jede Seitenfläche die Hälfte eines ganz ähnlichen Prisma, das aus einem Quarzkrystall geschnitten war, der die Eigenschaft hatte, in entgegengesetzter Richtung als die vorige zu drehen. So ist in Figur 203 ACB das erste Prisma, und nachdem die Seite CB des zweiten Prisma CBE auf CB gekittet ist, wird dieses Prisma durch die Ebene BD halbirt, und die Hälfte DBE desselben auf die andere Seite gebracht, und mit der Seite BC auf AC gekittet, wodurch das achromatische Parallelepipedum FABD entsteht, so daß wenn ein Strahl auf Q in der Richtung PQ parallel mit der Basis AB, d. h. parallel mit der Axe der beiden Krystalle, fällt, er alle drei in der Richtung der Axen ihrer Sphäroide der doppelten Brechung durchläuft, und daher, in so fern das Huygenianische Gesetz der doppelten Brechung in Betracht kommt, keine Trennung erleiden sollte. Nun ist es einleuchtend, daß wenn der Strahl PQ bei seinem Eintritt in AFC in zwei kreisförmig und entgegengesetzt polarisirte zerlegt wird, und sich der eine (R) schneller als der andere (L) bewegt, so muß an der Oberfläche AC eine Trennung stattfinden, indem R am wenigsten, L am stärksten gebrochen wird. In diesem Zustande fallen sie auf das Mittel ACB, und nun vertauschen die Theile R und L, wegen der entgegengesetzten Beschaffenheit beider Mittel, ihre Geschwindigkeiten; so daß R, der bei seinem Heraus-

treten aus der Seite AC des Prisma FAC am wenigsten aufwärts gebrochen wurde, jetzt am stärksten abwärts gebrochen wird; die Trennung der Bilder wird auf diese Art verdoppelt, und dasselbe findet an der gemeinschaftlichen Fläche CB statt. Diese Verbindung ist daher sehr passend, eine Trennung oder einen Unterschied der Geschwindigkeiten längs der Axe merklich zu machen, sowohl wegen der Verdoppelung der Trennung, als auch wegen des großen Einfallswinkels. Es wird also durch ein solches zusammengesetztes Prisma eine doppelte Brechung hervorgebracht, und man bemerkt wirklich, daß zwei Strahlen herausfahren, die einen merklichen Winkel mit einander bilden.

1049. Man hat aber außerdem beobachtet, daß, obgleich beide Strahlen durch eine wirkliche doppelte Brechung getrennt worden sind, sie nicht die Eigenschaften erhalten haben, welche die doppelte Brechung insgemein dem gewöhnlichen und dem ungewöhnlichen Strahl mittheilt, sondern sehr davon verschieden. In den gewöhnlichen Fällen der doppelten Brechung sind beide Strahlen in entgegengesetzten Ebenen polarisirt, und jeder derselben giebt durch ein doppelt brechendes Prisma zwei ungleiche Bilder, die wechselsweise mehr oder weniger hell sind, so wie das Prisma durch die verschiedenen Quadranten gedreht wird. Dieß findet nicht bei den zwei Strahlen statt, von denen hier die Rede ist, denn

Erstens. Giebt jeder derselben, wenn er durch ein doppelt brechendes Prisma untersucht wird, immer zwei Bilder von gleicher Intensität. Hierin haben sie also den Charakter des nichtpolarisirten Lichts, und sie können so betrachtet werden, als ob jeder derselben aus zwei Strahlen bestünde, die unter einander senkrecht polarisirt sind.

1050. Zweitens. Unterscheiden sie sich vom gewöhnlichen oder nichtpolarisirten Licht durch eine sehr merkwürdige Eigenschaft, die zuerst von Fresnel entdeckt wurde, und ein Hauptkennzeichen dieser Art von Polarisation ausmacht. Es falle jeder derselben senkrecht auf die Oberfläche AB eines Parallelepipedum von Crownglas vom Brechungsverhältniß 1,51, dessen Winkel ABC, ADC, $54\frac{1}{2}°$ betragen, so wird derselbe an der innern Oberfläche BC total zurückgeworfen, und wenn das Parallelepipedum lang genug ist, von Neuem an der entgegengesetzten Seite AD, so daß er endlich senkrecht aus der Oberfläche BC heraustritt. Der heraustre-

tende Strahl aber, anstatt sich wie gewöhnliches Licht zu verhalten, ist jetzt in einer Ebene vollständig polarisirt, die 45° gegen die geneigt ist, in welcher die Zurückwerfungen geschahen, welche Lage auch diese Ebene gehabt haben mag. Werden beide Strahlen auf dieselbe Art behandelt, so zeigt sich, daß der eine nach zwei vollständigen Zurückwerfungen in einer Ebene polarisirt ist, deren Azimuth 45° rechter Hand, der andere in einer Ebene, deren Azimuth 45° linker Hand von der Zurückwerfungsebene aus gerechnet, beträgt.

Wir sehen hieraus, daß die Wirkung der doppelten Brechung längs der Axe des Quarz darin besteht, daß sie jedem der herausfahrenden Strahlen entgegengesetzte Polarisation mittheilt, welches von der Modification gänzlich verschieden ist, die die gewöhnliche Zurückwerfung, oder die doppelte Brechung durch isländischen Kalkspath in dem Strahl hervorbringt; so lange der Strahl bei dem zuletzt beschriebenen Versuch senkrecht in die erste Oberfläche des Parallelepipedum eindringt, ist es gleichgültig, in welcher Ebene die beiden Zurückwerfungen geschehen, und da er, wenn ihm ein doppelt brechendes Prisma in den Weg gestellt wird, sich immer in zwei gleiche Strahlen theilt, so ist einleuchtend, daß ein auf diese Art modificirter Strahl keine Seiten hat, d. h. keine besondern Beziehungen zu gewissen Gegenden im Raume, und daß daher der Name kreisförmige Polarisation sich ohne alle Rücksicht auf theoretische Betrachtungen sehr wohl anwenden läßt. Allein die oben beschriebenen Kennzeichen sind nicht die einzigen, die einem solchen Strahl zugehören; denn

Drittens. Geht ein solcher Strahl durch ein dünnes krystallisirtes Blättchen parallel mit der Axe desselben, so wird er durch die erfolgende doppelte Brechung in zwei Strahlen von Complementärfarben zerlegt, wodurch sich ein bestimmter Unterschied zwischen ihm und dem gewöhnlichen Licht zeigt; während auf der andern Seite diese Farben nicht mit denjenigen übereinstimmen, die von einem gewöhnlich polarisirten Strahl hervorgebracht werden, sondern von ihnen um ein Viertel der Farbe verschieden sind.

1051. Viertens. Zeigt ein durch diese besondere doppelte Brechung modificirter Strahl keine Farbenerscheinungen, wenn er durch Quarz, Terpenthinöl, Limonienöl u. s. w. geht, und dann vermittelst eines doppelt brechenden Prisma zerlegt wird. Hierdurch unterscheidet

er sich vom polarisirten Licht, und stimmt mit dem gewöhnlichen überein.

1052. Eine andere Methode, dem Strahl alle diese Kennzeichen mitzutheilen, ist von Fresnel entdeckt worden. Sie besteht darin, daß man das §. 1049 beschriebene Verfahren umkehrt. Man lasse in die Seite CD des erwähnten Parallelepipedum einen gewöhnlich polarisirten Strahl senkrecht einfallen, während das Parallelepipedum so gestellt ist, daß die Ebene der innern Zurückwerfung an der Seite AD, 45° gegen die der ursprünglichen Polarisation geneigt ist. Nachdem derselbe zwei innere Zurückwerfungen in G und F erlitten hat, wird er in E heraustreten, indem er die Eigenschaften der gewöhnlichen Polarisation verloren, und dagegen die der kreisförmigen angenommen hat, so daß er auf keine Weise von einem solchen Strahl zu unterscheiden ist, den man durch die doppelte Brechung längs der Axe von Quarz hervorgebracht hat.

1053. Wir müssen jedoch noch zeigen, daß die hier beschriebenen Kennzeichen, die einem Strahl mitgetheilt werden, der längs der Axe von Quarz fortgeht, wirklich diejenigen sind, die einem durch kreisförmige Schwingungen fortgepflanzten Strahl zugehören müssen. Zuerst ergiebt sich aus §. 627, daß dieser letztere Strahl aus zwei Strahlen entsteht, die unter rechten Winkeln polarisirt sind, und in ihren Phasen um den vierten Theil einer Undulation verschieden sind. Er muß daher nothwendig das erste Kennzeichen besitzen, nämlich, daß er sich aus derselben Ursache wie nichtpolarisirtes Licht durch die doppelte Brechung in zwei gleiche Strahlen zerlegen läßt, da der Unterschied der Phasen hierbei nicht in Betracht kommt.

1054. Ferner wird ein Strahl, der durch kreisförmige Schwingungen fortgepflanzt wird, wenn er auf Quarz in der Richtung der Axe fällt, längs derselben durch diejenige Elasticität fortgepflanzt, welche der Richtung seiner Drehung zugehört; die Welle tritt dann ohne weitere Theilung in den Krystall, und beim Austritt findet kein Unterschied der Wege oder Interferenz der Strahlen statt; folglich werden durch die Zerlegung desselben vermittelst der doppelten Brechung keine Farben hervorgebracht, welches ein anderes der erwähnten Kennzeichen ausmacht.

1055. Fällt ein durch kreisförmige Schwingungen fortgepflanzter Strahl auf ein krystallisirtes Blättchen, so kann derselbe als aus zweien zusammengesetzt angesehen werden, von denen der eine in der Ebene des Hauptdurchschnittes, der andere in einer darauf senkrechten Ebene polarisirt ist, die gleiche Intensität besitzen, und in ihren Phasen um den vierten Theil einer Undulation verschieden sind. Jeder derselben geht unverändert hindurch, und sie werden sich daher rücksichtlich ihrer Interferenzen bei dem Heraustritt und der erfolgenden Zerlegung eben so verhalten, wie die zwei Theile eines Strahls, der ursprünglich in einem Azimuth von 45° polarisirt war, und durch die doppelte Brechung des Blättchens in zwei zerlegt wurde, vorausgesetzt, daß man zu der Phase des einen dieser Strahlen den vierten Theil einer Undulation hinzufügt. Solche Strahlen bringen nun durch die Interferenz ihrer doppelt gebrochenen Theile, wie wir §. 969 weitläufig gezeigt haben, die gewöhnlichen und ungewöhnlichen Farben hervor, die dem Verzögerungsraum innerhalb des krystallisirten Blättchens entsprechen. Im gegenwärtigen Fall sind also die hervorgebrachten Farben diejenigen, welche diesem Verzögerungsraum ± einer Viertelundulation entsprechen, und sie sind daher um den vierten Theil einer Farbe von denjenigen Farben verschieden, welche sich bei dem Gebrauch eines gewöhnlich polarisirten Lichtstrahls, der in einem Azimuth von 45° auf das Blättchen fällt, zeigen würden.

1056. Es bleibt nur noch ein Kennzeichen der längs der Axe des Quarz fortgepflanzten Strahlen übrig, von dem wir zeigen müssen, daß er einem Strahl zugehört, der durch kreisförmige Schwingungen fortgepflanzt wird, nämlich das in §. 1049 beschriebene. Hierzu ist es aber nöthig, die Resultate anzuführen, die Fresnel bei seinen Untersuchungen über die Veränderungen, welche das Licht bei seiner Zurückwerfung im Innern der durchsichtigen Körper erleidet, gefunden hat.

Fällt ein Strahl, welcher in einem beliebigen Azimuth polarisirt worden ist, auf eine Oberfläche, die das ganze auffallende Licht zurückwirft, so ist einleuchtend, daß wenn wir denselben in zwei zerlegen, von denen der eine seine Schwingungen parallel mit der Oberfläche, der andere senkrecht auf dieselbe vollbringt, und beide von einander unabhängig betrachten, daß dann die Zurückwerfung beider Theile unter sehr verschiedenen Umständen geschieht, in-

dem im erstern Fall die Aethertheilchen gleichsam längs der Oberfläche fortgleiten müssen, also in Schichten, deren Dichtigkeit constant ist, während im letztern jedes Theilchen bei der Schwingung in Schichten von veränderlicher Dichtigkeit gelangt. Die Zurückwerfungen geschehen also in beiden Fällen in verschiedenen Tiefen, und hierdurch entsteht ein Unterschied der Wege, also ein Unterschied in den Phasen der zurückgeworfenen Theile, so daß der ganze zurückgeworfene Strahl nicht mehr als ein einzelner betrachtet werden kann, sondern als aus zweien bestehend angesehen werden muß, die ungleiche Intensität, entgegengesetzte Polarität besitzen, und in ihren Phasen um eine Größe verschieden sind, die vom Einfallswinkel und dem Brechungsverhältniß des Mittels abhängt. Fresnel hat für den Unterschied δ der Phasen aus den Formeln §. 852 folgenden Ausdruck gefunden

$$\cos\delta = \frac{2\mu^2 . \sin i^4 - (\mu^2+1)\sin i^2 + 1}{(\mu^2+1)\sin i^2 - 1}$$

wo μ das Brechungsverhältniß und i der innere Einfallswinkel ist. Man muß bemerken, daß er diese Formel nicht als völlig bewiesen, sondern nur als sehr wahrscheinlich giebt. Da jedoch ihre Ableitung von der Erfahrung unabhängig ist, so kann man dieselbe, wenn sie durch viele Versuche als richtig befunden ist, als ein physisches Gesetz ansehen. Wir haben nun schon gesehen, daß bei Crownglas, wo $\mu = 1{,}51$ und $i = 54\frac{1}{2}°$ ist, ein polarisirter Strahl, dessen Azimuth gegen die Ebene der vollkommenen Zurückwerfung 45° beträgt, seine Polarisation verliert, und die Eigenschaften eines Strahls erhält, der aus zweien zusammengesetzt ist, deren Phasen um 45° verschieden sind. Setzen wir in obiger Formel $\mu = 1{,}51$ und $i = 54°37'$, so finden wir $\delta = 45°$, $2\delta = 90°$, so daß in diesem Fall die Gleichung richtig ist. Fresnel fand auch, daß dieselbe Wirkung durch drei Zurückwerfungen hervorgebracht wurde, wenn der Einfallswinkel 69° 12′ betrug, durch vier bei einem Einfallswinkel von 74° 42′; beide stimmen mit der Formel überein, die im ersten Fall $\delta = \frac{1}{3} 90°$, im zweiten $\delta = \frac{1}{4} 90°$ giebt. Aehnliche Prüfungen erhielt man, indem zwei Zurückwerfungen an der innern Oberfläche von Glas, und zwei an den Gränzen von Glas und Wasser unter Winkeln von 68° 27′ geschahen.

1057. Man sieht hieraus, daß wenn ein Strahl, der in einem Azimuth von 45° polarisirt ist, zwei vollständige Zurückwer-

fungen unter den angegebenen Winkeln und auf die angegebene Art erleidet, derselbe kreisförmig polarisirt wird, und wenn umgekehrt die zwei Elemente eines auf diese Art kreisförmig polarisirten Strahls ihren Weg wieder zurückbeschreiben, so vereinigen sie sich zu einem Strahl, welcher in einer Ebene vollständig polarisirt ist. Alle Kennzeichen der Strahlen, die längs der Axe des Quarz durchgegangen sind, stimmen daher mit dem eines so zusammengesetzten und kreisförmig polarisirten Strahls überein. Um also die Erscheinungen zu erklären, welche ein polarisirter Strahl zeigt, wenn er auf eine Platte dieses Krystalls fällt, die senkrecht auf dessen Axe geschnitten ist, müssen wir zuerst den Strahl als in zwei andere (A und B) von gleicher Intensität zerlegt betrachten, von denen der eine A in einer Ebene polarisirt ist, die mit der Verticalebene rechter Hand einen Winkel von 45° bildet, der andere in einer Ebene, die mit derselben Ebene linker Hand einen Winkel von 45° macht. Diese Verticalebene soll die Ebene der ursprünglichen Polarisation seyn. Vermöge §. 615 kann man nun einen in irgend einer Ebene polarisirten Strahl zwei andern Strahlen gleichsetzen, die die halbe Intensität haben, und in ihren Phasen um den vierten Theil einer Undulation verschieden sind; es sey also der Strahl A in zwei zerlegt, von denen der eine Aa in der Ebene + 45° polarisirt, und seine Phase um + ⅛ Undulation verändert ist, der andere Ab auch in + 45° polarisirt, seine Phase aber um — ⅛ Undulation geändert wird, so daß Aa und Ab um eine Viertelundulation verschieden sind. Auf ähnliche Art zerlege man B in Ba in der Ebene — 45°, dessen Phase um + ⅛ verschieden ist, und in Bb, der in der Ebene — 45° polarisirt wird, und seine Phase um — ⅛ Undulation von der von B abweicht. Verbindet man diese Strahlen kreuzweise zu zweien, so sind Aa, Bb gleiche, aber entgegengesetzt polarisirte Strahlen, die um ¼ Undulation von einander verschieden sind, und die daher einen kreisförmig polarisirten Strahl bilden, in welchen die Drehung von der rechten nach der linken Hand geht. Auf gleiche Weise bildet das Paar Ab, Ba einen andern gleich starken kreisförmig polarisirten Strahl, dessen Drehung der vorigen entgegengesetzt ist. Diese gehen nun der Annahme zufolge, mit ungleichen Geschwindigkeiten durch den Quarz hindurch, wodurch ein Verzögerungsraum entsteht, und ist die Oberfläche, durch welche sie hinein- oder herausfallen, ge-

gen

gen die Axe schief, so findet eine doppelte Brechung statt, und beide Strahlen treten in verschiedenen Richtungen heraus, wie die Versuche zeigen. Ist die Oberfläche senkrecht gegen die Axe, so decken sie einander, und bilden einen Strahl. Wir wollen nun untersuchen, in welchem Zustand der Polarisation sich dieser Strahl befindet. Hierzu denke man sich, daß ein Aethertheilchen zu gleicher Zeit von zwei kreisförmigen Bewegungen in entgegengesetzter Richtung bewegt werde, so daß die eine Bewegung in einem Kreise wie AP (Fig. 205) in der Richtung AP geschieht, die andere in einem Kreise wie BQ in der Richtung BQ. Es seyen A und B zwei Theilchen, die zu gleicher Zeit aus A und B in diesen Kreisen mit gleichen Geschwindigkeiten ausgehen, so ist die Bewegung von C in jedem Augenblick der aus beiden Bewegungen zusammengesetzten gleich. Sobald A nach P kommt, gelangt B nach Q, so ist AP=BQ, und jede der Bewegungen in P und Q läßt sich in zwei zerlegen, von denen diejenigen, die mit CD parallel sind, zusammenwirken, während die in den Richtungen PD, QD parallel mit PQ einander aufheben, da sie gleich sind; C bewegt sich also bloß vermöge der Summe der beiden ersten, und seine Schwingungen sind daher gradlinig und geschehen in der Ebene CD senkrecht auf PDQ. Ist die Dicke der Platte des Quarz Null, oder so beschaffen, daß der Verzögerungsraum eine vollständige Anzahl Undulationen beträgt, so liegen A und B auf den entgegengesetzten Seiten eines Durchmessers, und die neue Polarisationsebene CD wird auf diesem Durchmesser AM senkrecht stehen, oder mit der ursprünglichen Polarisationsebene zusammenfallen. Findet dieß aber nicht statt, so hat die eine Bewegung über die andere einen Theil der Peripherie MB gewonnen, der sich zur ganzen Peripherie verhält, wie die Dicke der Platte sich zu der Dicke verhält, welche einen Unterschied von einer ganzen Undulation hervorbringen würde, und nehmen wir an, daß das eine Theilchen von A ausgeht, so wird nach dem Austritt der Wellen in die Luft, wo sie mit gleicher Geschwindigkeit circuliren, das andere Theilchen nicht von M, sondern von B ausgehen, folglich wird die neue Polarisationsebene CD (die dem so eben Bewiesenen zufolge immer den Winkel ACB halbiren muß) nicht mehr mit der ursprünglichen Polarisationsebene CN zusammenfallen, sondern einen Winkel DCN damit bilden, der halb so groß als

BCM, und daher MB oder dem Verzögerungsraum, d. h. der Dicke der Platte proportional ist. Das aus der Querplatte heraustretende Strahlensystem bildet daher einen in einer Ebene polarisirten Strahl, die dieselbe Lage hat, als wenn die ursprüngliche Ebene sich gleichförmig um den Strahl als Axe während seines Durchgangs durch die Platte gedreht hätte. Auf diese Art erhalten wir eine vollständige und genügende Erklärung der scheinbaren Drehung der Polarisationsebene, wie sie Biot für homogene Strahlen beobachtet hat.

1058. Man hat bemerkt, daß die Spectra, welche durch die doppelte Brechung in Quarz längs der Axe hervorgebracht werden, sehr stark und ungleich gefärbt sind. Die violetten Strahlen sind am stärksten getrennt, und daher ist der Unterschied der Geschwindigkeiten der zwei drehenden Strahlen für violette Strahlen viel größer als für rothe. Folglich ist auch die scheinbare Geschwindigkeit der Drehung der Polarisationsebene für violette Strahlen größer als für rothe in demselben Verhältniß, und auf diese Art entstehen alle Farbenerscheinungen, welche Biot beschrieben und beobachtet hat. Es ist freilich wahr, daß wir rücksichtlich der physischen Ursache des Unterschiedes der Geschwindigkeiten der beiden in Quarz kreisförmig polarisirten Strahlen im Dunkeln bleiben, allein es ist hierdurch bewiesen, daß das Daseyn eines solchen Unterschiedes keine Hypothese, sondern eine Thatsache ist, die sich durch den beobachteten Unterschied der Brechung, und die beobachteten Kennzeichen der beiden heraustretenden Strahlen zeigt.

---

§. XI. Von der Verschluckung des Lichts in krystallisirten Mitteln.

1059. Krystallisirte Mittel, die die Eigenschaft der doppelten Brechung besitzen, verschlucken die verschieden gefärbten Strahlen in verschiedener Menge, jenachdem ihre Polarisationsebenen gegen die Axen der Krystalle liegen, und üben auch verschieden verschluckende Kräfte auf Strahlen von einerlei Farbe aus, die in verschiedenen Ebenen polarisirt sind. Ein sehr merkwürdiges Beispiel hiervon giebt der braune Turmalin; denn eine aus demselben parallel mit der Axe geschnittene Platte verschluckt fast gänzlich alle Strahlen, die in der Ebene des Hauptdurchschnitts polarisirt sind

und läßt nur diejenigen unter den entgegengesetzt polarisirten Strahlen durchgehen, welche eine braune Farbe ausmachen.

1060. Da bei dem Eintritt eines Strahls von gewöhnlichem Licht in eine solche Platte derselbe in zwei zerlegt wird, wovon der eine in der Ebene des Hauptdurchschnitts polarisirt ist, und der andere in einer darauf senkrecht stehenden Ebene, so wird der erste durch die Wirkung des Krystalls verschluckt, während der braune Theil des letztern der Verschluckung entgeht, allein, indem er beim Herauslreten aus der Platte seine Polarisation beibehält, mit seinem eigenthümlichen Licht erscheint und völlig in einer Ebene polarisirt ist, die senkrecht auf der Axe steht. Hierdurch ist die sonderbare Erscheinung der Polarisation des Lichtes bei dem Durchgange desselben durch Turmalin oder einen andern gefärbten Krystall erklärt, oder wenigstens auf das allgemeinere Gesetz einer verschluckenden Kraft zurückgeführt, die sich mit der Lage der Polarisationsebene im Innern ändert. Der Krystall zerlegt vermöge seiner doppelt brechenden Kraft den Strahl in zwei Strahlen, und polarisirt sie entgegengesetzt, und die ungleiche Verschluckung dieser beiden Theile bringt das vollkommene Verschwinden des einen und das theilweise Verschwinden des andern Theils hervor. Hieraus sieht man, daß der polarisirte Strahl, den man durch den Durchgang durch einen Turmalin erhält, eine Intensität besitzen muß, die viel geringer als die Hälfte der Intensität des einfallenden Strahls seyn wird.

1061. Die Verschluckung des in der Ebene des Hauptdurchschnitts polarisirten Strahls geschieht jedoch nicht plötzlich; denn ist die Turmalinplatte sehr dünn, so ist der heraustretende Strahl nur zum Theil polarisirt, wodurch sich zeigt, daß in ihm noch Theile vorhanden sind, die zum andern Strahl gehören. Man sieht dieses am besten dadurch, daß man ein Prisma aus einem Turmalin schneidet, dessen brechende Kante der Axe parallel geht und einen sehr kleinen Winkel hat, so daß die Dicke nicht zu schnell zunimmt. Betrachtet man durch dasselbe eine entfernte Lichtflamme, so sieht man nur ein Bild, nämlich das ungewöhnliche, allein so wie sich das Auge der Kante nähert, erscheint das gewöhnliche Bild anfangs sehr schwach, allein immer nach und nach heller, bis an der Kante selbst beide Bilder einander gleich werden. Zugleich wird das ungewöhnliche Bild anwachsen, und die Bilder nähern sich der Gleichheit nicht bloß rück-

sichtlich der Helligkeit, sondern auch rücksichtlich der Farben. Man sieht hieraus auch, daß genau genommen der gewöhnliche Strahl durch keine Dicke vollständig verschluckt wird, allein da er in geometrischer Progression abnimmt, während die Dicke in arithmetischer Progression wächst, so kann man die Verschluckung für alle praktischen Zwecke bei mäßigen Dicken als vollkommen geschehen betrachten.

1062. Dr. Brewster, dessen unermüdeten Untersuchungen wir fast alle unsere Kenntnisse über diesen Gegenstand verdanken, hat gezeigt, daß eine große Menge der gefärbten doppelt brechenden Mittel diese Eigenschaft im größern oder geringern Maße besitzt, und den Ausdruck dieser Eigenschaften kann man dadurch allgemein machen, daß man alle doppelt brechenden Mittel so ansieht, als ob sie zwei von einander verschiedene verschluckende Kräfte oder zwei besondere Verschluckungsskalen für die beiden Strahlen besitzen, oder (wenn man den Sprachgebrauch §. III. Abschn. 2 annimmt) als ob bei ihnen zwei Curven vorkämen, die das Gesetz der Verschluckung im Spectrum ausdrückten. Sind beide Curven grade Linien, die der Abscissenlinie parallel sind, so sind die Krystalle farblos. Von dieser Beschaffenheit sind der helle kohlensaure Kalk, Quarz, Salpeter u. s. w. Sind die Curven ähnlich und gleich, so zeigt der Krystall im polarisirten und im gewöhnlichen Licht dieselbe Farbe. Sind sie unähnlich oder haben ihre Ordinaten ein ungleiches Verhältniß, so ändert sich der Charakter derselben mit der Veränderung der Polarisationsebene des einfallenden Strahls, so daß wenn eine aus einem solchen Krystall geschnittene Platte einem polarisirten Strahl von weißem Licht ausgesetzt wird, ihre Farbe sich sowohl der Qualität als Quantität nach ändert. Dr. Brewster hat solche Farbenveränderungen und die damit verbundenen Erscheinungen in einer sehr großen Menge sowohl einaxiger als zweiaxiger Krystalle beobachtet, von denen er eine Tabelle in einer sehr interessanten Abhandlung (Philosophical Transactions 1819) gegeben hat, die wir unsern Lesern empfehlen. Man kann diese Erscheinungen sehr deutlich bei einem dunkeln Quarzprisma sehen, welches, wenn es mit seiner Axe in der Polarisationsebene gehalten wird, amethystfarbig erscheint, während in einer darauf senkrechten Lage seine Farbe gelbbraun ist.

1063. Um aber die Erscheinungen genauer aus einander zu sehen, müssen wir die beiden Strahlen besonders untersuchen. Hierzu nahm Brewster ein Rhomboid von gelbem kohlensauren Kalk, das

dick genug war, um zwei deutliche Bilder einer kleinen vor demselben befindlichen kreisförmigen Oeffnung zu geben und erleuchtete dasselbe mit weissem Licht, wobei er beobachtete, daß das durch die ungewöhnliche Brechung gesehene Bild von einer tiefern Farbe und weniger leuchtend als das andere erschien, indem es eine orange Farbe hatte, während das andere Bild gelblich weiß war. Er fand außerdem, daß der Unterschied der Farben desto größer war, je mehr die Bahnen der gebrochenen Strahlen innerhalb des Krystalls mehr gegen die Axe geneigt waren, indem dieser Unterschied in der Axe Null und senkrecht darauf ein Maximum war. Bezeichnen wir durch $Y_{,}$, $Y_{.}$ die Ordinaten der Curven, welche das Gesetz der Verschluckung wie §. 490 für den gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahl ausdrücken, so nehmen beide ab, wenn wir vom Roth zum Violett übergehen, auf die Art, wie Fig. 114 gezeigt ist, wo $Y_{.}$ die kleinere Ordinate ist und schneller abnimmt. Da außerdem in der Axe $Y_{.} = Y_{,}$, und $Y_{.}$ wächst, indem wir uns von der Axe entfernen, während $Y_{.}$ um gleiche Grade abnimmt, so können wir beide Veränderungen durch die Gleichungen

$$Y_{.} = Y\ (1 + k \sin \theta^2)\ ;$$
$$Y_{.} = Y\ (1 - k\ .\ \sin \theta^2)\ ;$$

genügend darstellen. Diese geben

$$Y_{.} + Y_{.} = 2\,Y = \text{Const.}$$

oder von θ unabhängig, welches mit einer Beobachtung von Dr. Brewster übereinstimmt, daß in jeder Lage die verbundenen Farben beider Bilder genau die natürliche Farbe des Minerals geben (die in allen Richtungen hierbei dieselbe gewesen zu seyn scheint).

, 1064. In diesem Fall wird also die Farbe der Krystallplatte von gegebener Dicke, wenn sie dem natürlichen Licht ausgesetzt wird, dieselbe seyn, sie mag der Axe parallel oder senkrecht auf dieselbe geschnitten werden. Aber Dr. Brewster hat bemerkt, daß dieß nicht immer der Fall ist, sondern daß in dieser Rücksicht große Verschiedenheiten stattfinden. So fand er, daß bei einigen Arten Saphir die Farbe längs der Axe dunkelblau, quer durch dieselbe gelbgrün erschien. Bei dem Idocras sieht man längs der Axe eine orangegelbe Farbe, und quer durch dieselbe eine gelbgrüne. Auch findet man nicht selten Turmaline, bei denen die Farbe quer durch die Axe grün ist, während sie längs derselben dunkelroth ausfällt; im Allgemeinen ist dieses Mineral in einigen Richtungen undurchsichtiger als in andern, so

daß Platten von mäßiger Dicke, die senkrecht auf die Axe geschnitten sind, fast gar kein Licht durchlassen. Eins der merkwürdigsten Beispiele dieser Art giebt ein schwefelsaures Eisensuboxyd, welches in regelmäßigen sechsseitigen Prismen krystallisirt; sieht man durch zwei gegenüber liegende Seiten des Prisma, so erscheint es hellgrün, längs der Axe aber blutroth, und zwar so stark, daß eine Dicke von $\frac{1}{20}$ Zoll kaum einiges Licht durchläßt. Es ist einleuchtend, daß sich auf solche Fälle die vorige Formel nicht anwenden läßt. Allein eine kleine Modification setzt uns in den Stand, die Erscheinungen analytisch darzustellen. Denn setzen wir

$$y_o = X_o + Y_o . \sin \theta^2 ,$$
$$y_e = X_e + Y_e . \sin \theta^2 ,$$

wo X_o, Y_o u. s. w., so wie auch y_o, y_e Functionen von λ (der Länge einer Undulation) darstellen, und die Ordinaten von Curven sind, welche die Farben andeuten, so kommt

$$y_o + y_e = (X_o + X_e) + (Y_o + Y_e) . \sin \theta^2 .$$

Dieß ist nun die Farbe, welche eine Kugel zeigt, deren Durchmesser $= 1$ ist, wenn sie im natürlichen Licht längs eines Durchmessers betrachtet wird, der den Winkel θ mit der Axe bildet. Bezeichnen wir durch A und B die Ordinaten der Curve für die Farbe, welche sie zeigt, wenn man dieselbe längs der Axe und in einer darauf senkrechten Richtung betrachtet, so ist für $\theta = 0$,

$$y_o + y_e = A = X_o + X_e ;$$

und für $\theta = 90°$,

$$y_o + y_e = B = (X_o + X_e) + (Y_o + Y_e) ;$$

hieraus ergiebt sich

$$Y_o + Y_e = B - A ,$$

und die Farbe, welche gewöhnliches Licht bei der Neigung θ gegen die Axe zeigt, wird durch

$$y_o + y_e = A + (B - A) \sin \theta^2 .$$
$$= A . \cos \theta^2 + B . \sin \theta^2$$

dargestellt. So ist bei dem schwefelsauren Eisensuboxyd, A das Blutroth, B das Blaßgrün, und wir erhalten für jede dazwischen liegende Neigung θ,

$$\text{Farbe} = (\text{Blutroth}) . \cos \theta^2 + (\text{Blaßgrün}) . \sin \theta^2$$

welche Formel ziemlich genau die Farben bei den verschiedenen Neigungen anzeigt.

1065. Wir wollen nun annehmen, daß der einfallende Strahl in irgend einer Ebene polarisirt sey, und diejenige Ebene, welche durch den Strahl und die Axe geht, mache mit der Polarisationsebene den Winkel α. Dann würden $\cos\alpha^2$ und $\sin\alpha^2$ die Intensitäten des gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahls, die zusammen den einfallenden ausmachen, darstellen, wenn der Krystall durchsichtig wäre, allein wegen seiner verschluckenden Kraft werden dieselben durch

$$y_o = \cos\alpha^2 . (X_o + Y_o . \sin\theta^2),$$
$$y_e = \sin\alpha^2 . (X_e + Y_e . \sin\theta^2),$$

ausgedrückt, so daß sie bei dem Heraustreten kein weißes Licht geben, sondern eine veränderliche Farbe, die durch

$$(X_o . \cos\alpha^2 + X_e \sin\alpha^2)$$
$$+ (Y_o . \cos\alpha^2 + Y_e \sin\alpha^2) . \sin\theta^2$$

dargestellt wird, wo

$$X_o + X_e = A$$
$$Y_o + Y_e = B - A$$

ist. Um jedoch die besondern Werthe von X_o u. s. w. bestimmen zu können, müssen wir noch zwei andere Bedingungen haben, und diese findet man, indem man zuerst bedenkt, daß in der Richtung der Axe die Farbe von α unabhängig seyn muß; dieß giebt $X_o . \cos\alpha^2 + X_e . \sin\alpha^2$ unabhängig von α, d. h. $X_o = X_e$, und jede dieser Größen $= \frac{1}{2} A$. Um eine andere Bedingung zu erhalten, bemerke man die Farben, welche die Kugel dann zeigt, wenn die Gesichtslinie senkrecht auf der Axe steht, und zwar zuerst in der Polarisationsebene, dann senkrecht auf derselben, d. h. wenn $\alpha = 0$, und $\alpha = 90°$ ist. Diese sind

$$X_o + Y_o;\quad X_e + Y_e;$$

und bezeichnet man dieselben durch a und b, so wird

$$Y_o = a - X_o = a - \frac{1}{2} A.$$

$$Y_e = b - X_e = b - \frac{1}{2} A.$$

Folglich ist der Ausdruck für die Farbe, welche man im polarisirten Licht sieht

$$\frac{1}{2} A + \left\{ \left(a - \frac{1}{2} A\right) \cos\alpha^2 + \left(b - \frac{1}{2} A\right) \sin\alpha^2 \right\} . \sin\theta^2$$

oder auch

$$\frac{1}{2} A \cos \theta^2 + (a . \cos \alpha^2 + b . \sin \alpha^2) . \sin \theta^2 ;$$

wo man bemerken kann, daß a und b Complementärfarben zu der Farbe B sind, weil (§. 1064)

$$a + b = X_o + X_e + Y_o + Y_e = B.$$

1066. Dieß ist der Ausdruck für das Ansehen der Krystalle mit einer Axe, die nach ihrer verschiedenen Lage gegen das einfallende Licht eine veränderliche Farbe im gewöhnlichen oder im polarisirten Licht zeigen. Man kann diese Erscheinung im Allgemeinen Dichroismus nennen, obgleich dieses Wort nur gewöhnlich in dem besondern Fall angewendet wird, wo eine bestimmte Veränderung in dem Charakter der Farbe stattfindet, z. B. von Grün in Roth u. s. w.

1067. Der Dichroismus zweiaxiger Krystalle unterscheidet sich in vielen Erscheinungen von demjenigen, welchen Krystalle mit Einer Axe zeigen. Sehen wir durch eine Platte eines zweiaxigen Krystalls, die die erwähnte Eigenschaft hat, und ist dieselbe von natürlichem Licht in einer solchen Richtung erhellt, daß der Gesichtsstrahl längs der Axe fortgeht, so bemerkt man eine Erscheinung, die in Fig. 206 vorgestellt ist, welche aus zwei ähnlichen und gleichen dunkeln Räumen AB auf jeder Seite des Poles P und des Hauptdurchschnitts PP′ besteht; längs der andern Axe P′ sieht man ein ähnliches Paar von Räumen. Bei dem Mineral, welches Hauy Dichroit nennt (wegen der auffallenden Verschiedenheit der Farben in verschiedenen Lagen) und von andern mit dem Namen Jolit (wegen seiner violetten Farbe) belegt wird, *) dessen Erscheinungen Brewster in der schon erwähnten Abhandlung beschrieben hat, sind diese Räume schön blau, während sie dazwischen nach O zu, längs der Linie OPC, so wie der Raum jenseits P nach C zu gelblich

*) Mohs nennt dieses Mineral bei seiner gewöhnlichen Nichtachtung oder eigentlich Feindschaft gegen alle angenommenen Gebräuche prismatischen Quarz. Eine solche Benennungsart geht ihrer eigenen Auflösung entgegen, allein so lange sie besteht, ist der daraus entstehende Schaden unerträglich. Wir müssen es beklagen, daß eine solche Ursache gegen ein in vielen Rücksichten nützliches und werthvolles System Vorurtheile erregt.

weiß sind. Bei dem Epidot sind die dunkeln Räume braun, und die Gegend um O und im Hauptdurchschnitt ist von einer mehr oder minder verwaschenen grünen Farbe. Bei diesem letztern Mineral zeigen sich die Erscheinungen ohne künstliche Schnitte, indem man nur quer durch die Axe des Prisma sieht; dasselbe findet bei vielen andern Mineralien statt, z. B. dem Axinit, bei welchem der Uebergang der Farbe sehr schön und merkwürdig ist.

1068. Die Erscheinungen des Dichroismus sowohl bei zweiaxigen als bei einaxigen Krystallen sind, wie man leicht sieht, mit den optischen Axen verbunden, und hängen von den Polarisationsebenen ab, welche das einfallende Licht während seines Durchgangs durch den Krystall, dessen verschluckender Kraft es ausgesetzt wird, annimmt. Betrachten wir nun die Gestalt und die Lage der dunkeln Räume, in denen die Verschluckungskraft am stärksten ist, so finden wir eine auffallende Analogie mit den hellsten Theilen der Ringe um die Axen in der Lage, welche Fig. 179 angiebt. Diese Figur stellt (§. 900) die ungewöhnlichen Ringe dar, wie sie in einem Krystall erscheinen, dessen Hauptdurchschnitt sich in der Ebene der ursprünglichen Polarisation befindet. Figur 207 stellt die gewöhnlichen oder complementären Ringe vor, wie sie um die Axen erscheinen, und der Pol P so wie der Hauptdurchschnitt zeigen sich hier mit weißem Licht und sehr hell, weil sie alles einfallende Licht enthalten, während die gefärbten Räume, welche die Ringe einnehmen, weniger hell sind, da die Farben bloß durch die Aufhebung gewisser Strahlen entstehen.

Man stelle sich nun vor, daß eine solche Reihe von Ringen, die nicht völlig dieselben Dimensionen noch völlig denselben Pol, aber doch beinahe haben, sich gegenseitig decken, so gehen die Farben in weißes Licht über, allein die in den an den Seiten liegenden Theilen stattfindende Intensität ist im Allgemeinen geringer als die im Hauptdurchschnitt, und der Effect würde grade der in Figur 206 vorgestellte seyn, nämlich zwei dunkle Räume entstehen, durch die ein schmaler Lichtstreifen geht, der sich von P nach C und O zu öffnet. Dieses würde der Fall bei einem völlig durchsichtigen Krystall seyn, wenn man in der Zusammenfügung seiner Theile eine kleine Unordnung annimmt, die dazu hinreicht, die vollkommene Coincidenz aller Ringe zu stören. In diesem Fall würde jedoch keiner der in Rede stehenden Räume gefärbt erscheinen, noch würde man überhaupt

diese Erscheinungen zu Gesicht bekommen, wenn man kein polarisirtes Licht anwendet. Nehmen wir aber an, daß der Krystall statt vollkommen durchsichtig zu seyn, die Eigenschaft der doppelten Verschluckung besitzt, so werden die aufgehaltenen und durchgelassenen Theile kein weißes Licht, sondern von der Farbe seyn, die einer oder der andere der beiden Strahlen besitzt, in welche der einfallende Strahl durch die doppelte Brechung zerlegt wurde. Wir bemerken hierbei, daß wenn man das aus polarisirtem Licht entstandene System von Ringen bei Krystallen, welche die oben erwähnte Erscheinung zeigen, untersucht, so findet man, daß sie gewöhnlich sehr unregelmäßig sind, und einzelne Reihen derselben mit einander zusammentreffen, so daß hierbei der Augenschein zeigt, daß nicht alle Axen zusammenfallen.

1069. Wir untersuchten in §. 931 das Gesetz der Intensität der Erleuchtung der polarisirten Ringe in den verschiedenen Theilen ihres Umkreises bei einaxigen Krystallen. Da dasjenige, was dort gesagt ist, sich nicht auf zweiaxige anwenden läßt, und wir gegenwärtig zu der Betrachtung des allgemeinern Falles gelangt sind, so wollen wir hier zeigen, welche Modificationen mit der dort gemachten Darstellung vorgenommen werden müssen, um die Erscheinungen der zweiaxigen Krystalle mit zu umfassen.

1070. Biot hat das allgemeine Gesetz der Polarisation in zweiaxigen Krystallen folgendermaßen aufgestellt: (Mémoires sur les Lois Générales de la double Réfraction et Polarisation etc. Mémoires de l'Academie des Sciences 1819).

Legt man durch den Weg eines Strahls innerhalb des Krystalls und die beiden optischen Axen Ebenen, und halbirt den von beiden Ebenen eingeschlossenen Winkel durch eine dritte Ebene, so ist diese Ebene die Polarisationsebene, wenn der Strahl ein gewöhnlicher ist; wenn aber der Strahl ein ungewöhnlicher ist, so steht die Polarisationsebene senkrecht auf der den Winkel halbirenden Ebene. Sind z. B. CP und CP′ die optischen Axen, AC ein in den Krystall tretender Strahl, und verbindet man PA, P′A durch Kreisbogen auf der Kugel, deren Mittelpunct in C sich befindet, halbirt den Winkel PAP′ durch den Bogen AN, so ist die Ebene ACN, die den Winkel zwischen den Ebenen PCA, P′CA halbirt, die gewöhnliche, und eine auf derselben senkrecht stehende die ungewöhnliche Polarisationsebene. Dieß ist das

Ebene der festen Polarisation, und es giebt im Allgemeinen die Polarisationsebenen an, welche die beiden Strahlen bei ihrem Heraustreten aus doppelt brechenden Krystallen annehmen. Es ist zugleich eine Folgerung aus Fresnel's allgemeiner Theorie (da aber die Ableitung derselben auf eine zu verwickelte Reihe analytischer Betrachtungen führt, so können wir sie in diesem Werk nicht mit aufnehmen), und da dasselbe schon durch die Erfahrung lange vor der Aufstellung dieser Theorie gefunden worden war, so muß man dasselbe als einen wichtigen Beweis der Uebereinstimmung dieser Theorie mit der Natur ansehen.

1071. Die Lehre der beweglichen Polarisation, von welcher Biot gezeigt hat, daß sie rücksichtlich der Erscheinungen der Farben und der Intensität der Ringe alles mit großer Genauigkeit sowohl bei einaxigen als zweiaxigen Krystallen erklärt, verlangt, daß der Strahl bei seinem Heraustritt eine Polarisationsebene annimmt, die abwechselnd mit der primitiven Polarisationsebene zusammenfällt oder mit derselben einen Winkel bildet, der doppelt so groß ist als derjenige, welcher die auf diese Art bestimmte Ebene der festen Polarisation bilden würde, so daß, wenn wir PAP′ durch die Linie AM (Fig. 208) halbiren, der herausfahrende Strahl durch die Zerlegung so afficirt wird, als wenn er entweder in der primitiven Polarisationsebene, oder in einer Ebene polarisirt wäre, die mit derselben einen Winkel bildet, der dem doppelten CMA gleich ist; hieraus läßt sich das in Rede stehende Gesetz der Intensität leicht ableiten, denn der Strahl, von dem der Punct A der Ringe gebildet wird, besteht aus zwei Theilen, von denen der eine (A) durch die erfolgende Zerlegung in einem Prisma von isländischem Kalkspath so afficirt wird, als wenn er in einer Ebene polarisirt wäre, die mit der ursprünglichen Polarisationsebene einen Winkel $2\,CMA = 2\psi$ bildet (wobei wir annehmen, daß diese ursprüngliche Polarisationsebene mit dem Hauptdurchschnitt des Prisma zusammenfällt), während der andere Theil (1 — A) seine ursprüngliche Polarisation beibehält. Der Theil A wird dann zwischen dem gewöhnlichen und ungewöhnlichen Bilde, in dem Verhältniß von $\cos 2\psi^2 : \sin 2\psi^2$ getheilt, und ist A seine Intensität beim Heraustreten aus dem Krystall, so wird $A . \sin 2\psi^2$ die Intensität desselben im ungewöhnlichen Bilde, oder in der primären Reihe der Ringe, während der ganze Theil 1 — A in die gewöhnliche oder complementäre Reihe übergeht, wie §. 932, so daß

wir nur nöthig haben, diese Größe durch das Azimuth der krystallisirten Platte und die Richtung des Strahls im Krystall auszudrücken. Hierzu sey das Azimuth des Hauptdurchschnitts der krystallisirten Platte von der Ebene der primitiven Polarisation aus gerechnet $COP = \alpha$, $AP = \theta$, $AP' = \theta'$, und der Einfachheit wegen wollen wir bloß den Fall betrachten, wo P und P' einander nahe liegen, wie bei dem Salpeter, so daß Kreisbogen mit graden Linien und sphärische Dreiecke mit ebenen verwechselt werden können (§. 907). Setzen wir nun in Fig. 208 den Winkel PNA, oder den Winkel, den die Ebene der gewöhnlichen Polarisation mit dem Hauptdurchschnitt macht, $= \varphi$, so wird $\psi = CMA = COP + MNO = COP + PNA = \alpha + \varphi$. Um φ zu finden, brauchen wir nur zu bedenken, daß

$$\sin \varphi^2 = \left(\frac{PA}{AN}\right)^2 . \sin PAN^2$$

$$= \left(\frac{PA}{AN}\right)^2 . \sin \frac{1}{2} PAP'^2 ;$$

da aber NA den Winkel PAP' des Dreiecks halbirt und die Basis durchschneidet, so wird auch

$$PN = PP' . \frac{PA}{PA + AP'} = \frac{2a\theta}{\theta + \theta'},$$

$$\sin \frac{1}{2} PAP'^2 = \frac{1}{2}(1 - \cos PAP')$$

$$= \frac{4aa - (\theta - \theta')^2}{4\theta\theta'}.$$

so daß man hierdurch

$$\sin \varphi^2 = \frac{(\theta \times \theta')^2 \{4a^2 - (\theta + \theta')^2\}}{16aa . \theta\theta'}$$

erhält. Man findet aber einen symmetrischeren Ausdruck, indem man den Werth von $\sin 2\varphi$ sucht, der der Quadratwurzel aus $4 \sin \varphi^2 (1 - \sin \varphi^2)$ gleich ist, also durch bloße Substitution des vorigen Ausdrucks gefunden wird: Führt man die Reductionen gehörig aus, so erhält man

$$\sin 2\varphi = \frac{2(\theta + \theta')(\theta - \theta')}{(2a)^2}$$

$$\times \frac{\sqrt{S(S - \theta)(S - \theta')(S - 2a)}}{\theta\theta'}.$$

wo die halbe Summe der Seiten des Dreiecks

$$\frac{\theta + \theta' + 2a}{2} = S$$

gesetzt worden. Nun ist aber

$$\frac{2\sqrt{S(S-\theta)(S-\theta')(S-2a)}}{\theta\theta'}$$

der bekannte Ausdruck des Sinus des Winkels PAP′, der von den beiden Seiten θ, θ' eingeschlossen ist, und nennt man denselben P, so kommt

$$\sin 2\varphi = \frac{(\theta+\theta')(\theta-\theta')}{(2a)^2} . \sin P.$$

Die Beschaffenheit dieses Ausdrucks macht den Uebergang von ebenen Dreiecken zu den sphärischen sehr leicht, und wir können daher schließen, daß wenn wir bei Krystallen, deren Axen den Winkel 2a bilden, die Ausdrücke

$$\sin 2\varphi = \frac{\sin(\theta+\theta') . \sin(\theta-\theta')}{\sin 2a^2} . \sin P.$$

$$\psi = \alpha + \varphi$$

annehmen, so erhalten wir die Intensität der ungewöhnlichen Ringe durch die Formel $A . \sin 2\psi^2$, und die der gewöhnlichen durch $1 - A + A \cos 2\psi^2$ oder $1 - A \sin 2\psi^2$. Die Summe beider Ausdrücke ist, wie es nothwendig folgt, der Einheit gleich.

1072. Das schwarze Kreuz, welches das System der primären Ringe theilt, ist eine zu merkwürdige Erscheinung, als daß es nicht ausdrücklich bemerkt werden sollte. Seine Gestalt muß, wie man leicht bemerkt, durch die Bedingung bestimmt werden, daß die Linie MA überall senkrecht auf COD steht, unter welchen Umständen der geometrische Ort von A eine Curve ist, die den dunkelsten Theil desselben angiebt. Die Aufgabe reducirt sich hierdurch auf eine rein geometrische. Man verlangt eine Curve PA von der Beschaffenheit, daß eine aus A gezogene Linie, die den Winkel zwischen den Linien PA, P′A, welche nach zwei gegebenen Punkten P, P′ gezogen sind, halbirt immer auf einer gegebene Linie COD senkrecht steht. Um diese Aufgabe aufzulösen, haben wir, indem wir die frühere Bezeichnung beibehalten, und $OM = x$, $MA = y$, $OA = r$ setzen,

$$\cos AOP = \cos(AOM - \alpha)$$

$$= \frac{x . \cos\alpha + y . \sin\alpha}{r} = \frac{N}{r}.$$

diese Erscheinungen zu Gesicht bekommen, wenn man kein polarisirtes Licht anwendet. Nehmen wir aber an, daß der Krystall statt vollkommen durchsichtig zu seyn, die Eigenschaft der doppelten Verschluckung besitzt, so werden die aufgehaltenen und durchgelassenen Theile kein weißes Licht, sondern von der Farbe seyn, die einer oder der andere der beiden Strahlen besitzt, in welche der einfallende Strahl durch die doppelte Brechung zerlegt wurde. Wir bemerken hierbei, daß wenn man das aus polarisirtem Licht entstandene System von Ringen bei Krystallen, welche die oben erwähnte Erscheinung zeigen, untersucht, so findet man, daß sie gewöhnlich sehr unregelmäßig sind, und einzelne Reihen derselben mit einander zusammentreffen, so daß hierbei der Augenschein zeigt, daß nicht alle Axen zusammenfallen.

1069. Wir untersuchten in §. 931 das Gesetz der Intensität der Erleuchtung der polarisirten Ringe in den verschiedenen Theilen ihres Umkreises bei einaxigen Krystallen. Da dasjenige, was dort gesagt ist, sich nicht auf zweiaxige anwenden läßt, und wir gegenwärtig zu der Betrachtung des allgemeinern Falles gelangt sind, so wollen wir hier zeigen, welche Modificationen mit der dort gemachten Darstellung vorgenommen werden müssen, um die Erscheinungen der zweiaxigen Krystalle mit zu umfassen.

1070. Biot hat das allgemeine Gesetz der Polarisation in zweiaxigen Krystallen folgendermaßen aufgestellt: (Mémoires sur les Lois Générales de la double Réfraction et Polarisation etc. Mémoires de l'Academie des Sciences 1819).

Legt man durch den Weg eines Strahls innerhalb des Krystalls und die beiden optischen Axen Ebenen,

Gesetz der festen Polarisation, und es giebt im Allgemeinen die Polarisationsebenen an, welche die beiden Strahlen bei ihrem Heraustreten aus doppelt brechenden Krystallen annehmen. Es ist zugleich eine Folgerung aus Fresnel's allgemeiner Theorie (da aber die Ableitung desselben auf eine zu verwickelte Reihe analytischer Betrachtungen führt, so können wir sie in diesem Werk nicht mit aufnehmen), und da dasselbe schon durch die Erfahrung lange vor der Aufstellung dieser Theorie gefunden worden war, so muß man dasselbe als einen wichtigen Beweis der Uebereinstimmung dieser Theorie mit der Natur ansehen.

1071. Die Lehre der beweglichen Polarisation, von welcher Biot gezeigt hat, daß sie rücksichtlich der Erscheinungen der Farben und der Intensität der Ringe alles mit großer Genauigkeit sowohl bei einaxigen als zweiaxigen Krystallen erklärt, verlangt, daß der Strahl bei seinem Heraustritt eine Polarisationsebene annimmt, die abwechselnd mit der primitiven Polarisationsebene zusammenfällt oder mit derselben einen Winkel bildet, der doppelt so groß ist als derjenige, welcher die auf diese Art bestimmte Ebene der festen Polarisation bilden würde, so daß, wenn wir PAP′ durch die Linie AM (Fig. 208) halbiren, der herausfahrende Strahl durch die Zerlegung so afficirt wird, als wenn er entweder in der primitiven Polarisationsebene, oder in einer Ebene polarisirt wäre, die mit derselben einen Winkel bildet, der dem doppelten CMA gleich ist; hieraus läßt sich das in Rede stehende Gesetz der Intensität leicht ableiten, denn der Strahl, von dem der Punct A der Ringe gebildet wird, besteht aus zwei Theilen, von denen der eine (A) durch die erfolgende Zerlegung in einem Prisma von isländischem Kalkspath so afficirt wird, als wenn er in einer Ebene polarisirt wäre, die mit der ursprünglichen Polarisationsebene einen Winkel $2\,CMA = 2\psi$ bildet (wobei wir annehmen, daß diese ursprüngliche Polarisationsebene mit dem Hauptdurchschnitt des Prisma zusammenfällt), während der andere Theil $(1-A)$ seine ursprüngliche Polarisation beibehält. Der Theil A wird dann zwischen dem gewöhnlichen und ungewöhnlichen Bilde, in dem Verhältniß von $\cos 2\psi^2 : \sin 2\psi^2$ getheilt, und ist A seine Intensität beim Heraustreten aus dem Krystall, so wird $A . \sin 2\psi^2$ die Intensität desselben im ungewöhnlichen Bilde, oder in der primären Reihe der Ringe, während der ganze Theil $1-A$ in die gewöhnliche oder complementäre Reihe übergeht, wie §. 932, so daß

CabD senkrecht steht) gelb erscheinen müßte, so wie auch zwei andere Richtungen mn, pq, in denen es eine blaue Farbe durchläßt, während es in der Richtung der Axe O gelb erscheint. Nun ist aber im Gegentheil die Farbe des Aequators fast gleichförmig blaßgelb, und in der Richtung der Axe O blau, und indem man vom Aequator gegen die Axe des Prisma fortgeht, so nimmt das Gelb ab, und das Blau wird stärker, wir mögen von C und D oder von a und b ausgehen, grade so wie es die andere Formel

$$y . \sin OA^2 + b . \cos OA^2$$

angiebt; wo y eine gelblichweiße und b eine blaue Farbe bedeutet. Setzen wir daher $OA = \nu$, so wird der zusammengesetzte Ausdruck

$$T = (Y . \cos 2\varphi^2 + B . \sin 2\varphi^2)$$
$$+ (y . \sin \nu^2 + b . \cos \nu^2) \; ; \qquad (b)$$

sehr genau die Farbenänderungen angeben, in so fern sie das Auge beurtheilen kann. So ist z. B. in O, wo $\nu = o$, $\varphi = 90°$, $T = Y + b$, welches entweder Gelb oder Weiß, oder Blau anzeigt, jenachdem Y oder b vorherrschend ist. Da in der That in O eine blaue Farbe erscheint, so müssen wir annehmen, daß die letztere Farbe am kräftigsten ist. Gehen wir von O längs der Durchschnitte OC, OD, oder Oa, Ob fort, in denen $\sin 2\varphi = o$ ist, so kommt

$$T = Y + y \sin \nu^2 + b . \cos \nu^2$$
$$= (Y + b) + (y - b) . \sin \nu^2.$$

Drückt nun y ein Gelblichweiß und b ein kräftiges Blau aus, so giebt $y - b$ ein verhältnißmäßig lebhaftes Gelb, und daher wird die längs der Axe erscheinende blaue Farbe $Y + b$ immer mehr mit Gelb vermischt, je näher wir dem Aequator kommen; in PP' wird die Farbe dann beinahe neutralisirt (wenn wir die gehörigen numerischen Werthe zum Grunde legen), späterhin wird das Gelb vorherrschend, und bleibt im Aequator allein merklich, indem der Ausdruck von T dann $= Y + y$ in den Punkten C, a, b, D seyn wird. Wir wollen noch den Fall betrachten, wo $\cos 2\varphi = o$ oder $\varphi = 45°$ ist, welches längs den Axen oder den stärksten Linien der Seitenstreifen stattfindet. In diesem Fall haben wir

$$T = B + (y . \sin \nu^2 + b . \cos \nu^2)$$
$$= (B + b . \nu^2) + y . \sin \nu^2$$

Nehmen wir nun an, daß B und b blaue Farben vorstellen, so haben wir in der Nähe der Pole, da bei dem Zolle der Winkel zwischen

den

den Axen $PP' = 62° 50'$ ist, also $OP = 31° 25$, beinahe $\sin \nu^2 = \frac{1}{4}$ und $\cos \nu^2 = \frac{3}{4}$, so daß in der unmittelbaren Nähe von P die Farbe des dunkelsten Theils der Streifen durch $B + \frac{3}{4} b + \frac{1}{4} y$ ausgedrückt wird, welches ein sehr volles und schönes Blau bedeutet. Allein so wie wir uns dem Aequator in m, n, p, q nähern, nimmt $\cos \nu^2$ ab und $\sin \nu^2$ wächst, so daß die Farbe B immer weniger von der Farbe $b \cos \nu^2$ verstärkt, aber immer mehr von $y . \sin \nu^2$ geschwächt, und zuletzt von derselben überwältigt wird, und die Farbe in diesen Punkten C, a, D, b ist Gelb, nur etwas verwaschener als im letztern Fall.

1074. Setzen wir allgemein A für die Farbe, welche längs der Axe O des Prisma und P für diejenige, die längs der Pole gesehen wird, L für die Farbe der Seitenzweige nahe an den Polen und E für die mittlere Aequatorialfarbe, so haben wir zur Bestimmung von Y, y, B, b die Gleichungen

$$A = Y + b,\quad 2E = 2y + B + Y$$
$$P = Y + y . \sin a^2 + b . \cos a^2,$$
$$L = B + y . \sin a^2 + b . \cos a^2,$$

und durch Elimination derselben sieht man, daß einer Bedingungsgleichung Genüge geleistet werden muß, nämlich

$$2(A - P) = (2A - 2E - P + L) . \sin a^2 \qquad (c)$$

und nimmt man an, daß derselben Genüge geleistet worden ist, so bleibt eine der Farben, z. B. y willkürlich (in so fern man diese Bedingungen berücksichtigt), während die andern durch die Gleichungen

$$\left.\begin{array}{l} 2Y = 2E + P - L - 2y \\ 2B = 2E - P + L - 2y \\ 2b = 2A - 2E - P + L + 2y \end{array}\right\} \qquad (d)$$

gegeben werden, wo jedoch y so beschaffen seyn muß, daß Y, B, b wirkliche Farben sind, d. h. durch positive Zahlen ausgedrückt werden.

1075. Um dieß z. B. auf den Jolit anzuwenden, wollen wir jeden Strahl so betrachten, als ob er aus zwei complementären Strahlen von glänzend gelben und blauen Farben von gleicher Wirksamkeit bestünde, und annehmen, daß wir durch Beobachtung ausgemacht hätten, daß seine Aequatorialfarbe ein blasses, aber glänzendes Gelbweiß ist, welches aus 110 gelben und 99 blauen Strahlen besteht,

die zusammen eine Intensität = 209 hervorbringen. Außerdem se[y] die längs der Axe gesehene Farbe A ein schönes Blau, aber von be- trächtlich geringerer Intensität, die durch 10 gelbe + 20 blau[e] Strahlen = 30 dargestellt wird. Die längs der optischen Axe P ge- sehene sey weiß, und sie werde durch 36 gelbe + 36 blaue = 7[2] angedeutet. Die am stärksten gefärbten Theile der Seitenstreifen B seyen etwas dunkler blau als die in der Axe des Prisma gesehen[e] Farbe, so daß ihre Färbung durch 28 gelbe + 66 blaue = 94 be- trägt. Diese Zahlen sind so gewählt, daß der Bedingungsgleichun[g] Genüge geleistet wird, wenn $a = 30°$ ist, und substituiren wir diesel- ben in die vorigen Gleichungen, so kommt

$$Y + y = 114 \text{ Gelb} + 84 \text{ Blau}$$
$$B + y = 106 \text{ Gelb} + 114 \text{ Blau}$$
$$y + b = 104 \text{ Gelb} + 64 \text{ Blau},$$

wo y unbestimmt bleibt; nehmen wir an, daß dasselbe aus m gelbe[n] + n blauen Strahlen zusammengesetzt sey, so können wir m und [n] durch die beiden Bedingungen bestimmen, daß b, wie wir vorhe[r] angenommen haben, ein reines Blau ohne Beimischung von Gel[b] bedeute, und Y ein sehr blasses Gelb ausmacht, wie es aus einer Mischun[g] von Gelb und Blau im Verhältniß von 10 zu 9 entsteht. Diese[n] Bedingungen leistet man Genüge, indem $m = 104$ und $n = 75$ ge- setzt wird, so daß endlich

$$Y = 10 \text{ Gelb} + 9 \text{ Blau}$$
$$y = 104 \text{ Gelb} + 75 \text{ Blau}$$
$$B = 2 \text{ Gelb} + 39 \text{ Blau}$$
$$b = 0 \text{ Gelb} + 11 \text{ Blau}$$

wird. Nimmt man diese Werthe der Coefficienten in dem Ausdru[ck] (b) §. 1073 an, so wird man durch den Versuch finden, daß sie di[e] wirklich beobachteten Farben hervorbringen. Da in der That di[e] äußersten Aequatorialfarben y + Y und y + B sind, so lassen sie sic[h] durch 114 Gelb + 84 Blau, und 106 Gelb + 114 Blau darstellen[;] ersteres ist ein blasses, aber sehr glänzendes Gelb, indem es 30 gelbe[n] Strahlen mit 168 weißen vermischt gleichgilt, während das letzter[e] ein so blasses Blau ist, daß es sich nicht vom Weiß unterscheiden läß[t] und ebenfalls sehr hell ausfällt, da es aus 8 blauen und 212 weiße[n] Strahlen besteht.

1076. Man kann leicht bemerken, daß die aufgestellte Form[el] bloß empirisch ist, und daß zahlreichere Versuche, als wir besitzen, erfo[rderlich]

ten werden, ihre Richtigkeit zu bestätigen oder dieselbe zu verwerfen. Statt des Ausdrucks (b) §. 1073 könnten wir auch

$$T = (Y \cdot \cos 2\varphi^2 + B \cdot \sin 2\varphi^2)(y \cdot \cos \nu^2 + b \cdot \sin \nu^2)$$

annehmen, und durch eine gehörige Bestimmung der Coefficienten einen andern Ausdruck für die Farben erhalten. Unglücklicherweise ist es aber schwierig, solche zweiaxige Krystalle aufzufinden, die für diesen Zweck hinlänglich dichromatisch sind, und die zugleich hinreichende Größe und Durchsichtigkeit haben, damit sie in die gehörige Form und die erforderliche Richtung durchschnitten werden können, die zur vollkommenen Entwicklung der Farben nothwendig ist. Krystalle dieser Art sind fast eben so selten als die kostbarsten Edelsteine, und dieser Umstand setzt eines der größten Hindernisse unserer weiteren Ausbildung in einer der interessantesten Zweige der optischen Wissenschaften entgegen. Unter den künstlichen Krystallen trifft man jedoch Individuen an, die die gehörige Beschaffenheit besitzen. Ein merkwürdiges Beispiel von Dichroismus giebt das schwefelsaure Eisensuboxyd.

1077. Dr. Brewster hat gezeigt, daß die Wirkung der Hitze oft auf eine sehr merkwürdige Art die Farbe der doppelt brechenden Krystalle ändert, indem sie eine dauernde Veränderung in der Verschluckungskraft der Krystalle hervorbringt, wodurch bloß der eine Strahl afficirt wird. Er wählte mehrere Krystalle von brasilianischem Topas aus, die, wenn sie dem polarisirten Licht ausgesetzt wurden, keine Farbenänderung zeigten, und in denen daher die Verschluckungskraft für beide Strahlen gleich groß seyn mußte; nachdem er dieselben geglüht oder bloß in Baumöl oder Quecksilber gekocht hatte, erlitten sie eine dauernde Veränderung und hatten die Eigenschaft erhalten, das polarisirte Licht in verschiedenen Verhältnissen zu absorbiren. Er nahm hierauf einen Topas, in welchem der eine Strahl gelb, der andere röthlich war, und nachdem derselbe geglüht worden war, fand er, daß derselbe auf den ungewöhnlichen Strahl stärker wirkte, als auf den gewöhnlichen, indem die gelbe Farbe von dem einen völlig geschieden wurde, während in der röthlichen Farbe des andern nur eine geringe Aenderung stattfand. Diese durch die Hitze hervorgebrachte Farbenänderung des Topas (wodurch jedoch seine innere Beschaffenheit keine Aenderung erleidet), ist den Juwelieren wohl bekannt, welche auf diese Art bei diesem Edelsteine eine höher geschätzte Färbung hervorbringen. Es ist merkwürdig, daß der Topas, so lange

CabD senkrecht steht) gelb erscheinen müßte, so wie auch zwei andere Richtungen mn, pq, in denen es eine blaue Farbe durchläßt, während es in der Richtung der Axe O gelb erscheint. Nun ist aber im Gegentheil die Farbe des Aequators fast gleichförmig blaßgelb, und in der Richtung der Axe O blau, und indem man vom Aequator gegen die Axe des Prisma fortgeht, so nimmt das Gelb ab, und das Blau wird stärker, wir mögen von C und D oder von a und b ausgehen, grade so wie es die andere Formel

$$y \cdot \sin OA^2 + b \cdot \cos OA^2$$

angiebt; von y eine gelblichweiße und b eine blaue Farbe bedeutet. Setzen wir daher $OA = \nu$, so wird der zusammengesetzte Ausdruck

$$T = (Y \cdot \cos 2\varphi^2 + B \cdot \sin 2\varphi^2) + (y \cdot \sin \nu^2 + b \cdot \cos \nu^2); \qquad (b)$$

sehr genau die Farbenänderungen angeben, in so fern sie das Auge beurtheilen kann. So ist z. B. in O, wo $\nu = o$, $\varphi = 90°$, $T = Y + b$, welches entweder Gelb oder Weiß, oder Blau anzeigt, jenachdem Y oder b vorherrschend ist. Da in der That in O eine blaue Farbe erscheint, so müssen wir annehmen, daß die letztere Farbe am kräftigsten ist. Gehen wir von O längs der Durchschnitte OC, OD, oder Oa, Ob fort, in denen $\sin 2\varphi = o$ ist, so kommt

$$T = Y + y \sin \nu^2 + b \cdot \cos \nu^2$$
$$= (Y + b) + (y - b) \cdot \sin \nu^2.$$

Drückt nun y ein Gelblichweiß und b ein kräftiges Blau aus, so giebt y — b ein verhältnißmäßig lebhaftes Gelb, und daher wird die längs der Axe erscheinende blaue Farbe Y + b immer mehr mit Gelb

hnen geschnitten sind, betrachtet, zwar deutlich aber auf einem Hintergrunde von neblichtem Licht erscheint. Untersucht man ein Stück Achat mit dem Vergrößerungsglase, so sieht man die blätterförmige Structur und die ungleiche Brechung ganz deutlich; er scheint gänzlich aus einer Reihe sehr naher Schichten zusammengesetzt, die wie die Zahlen 333333 an einander liegen. Die Polarisationsebenen des neblichten und des deutlichen Bildes sind der allgemeinen Richtung der Lagen parallel und darauf senkrecht, und letztere ind innerhalb eines kleinen Theils dieser Substanz ziemlich gleichförmig.

1079. Die dazwischenliegende Schicht kann aber selbst krystallisirt, und zwischen die anliegenden Theile eines regelmäßigen Krystalls geschoben seyn, den Gesetzen gemäß, welche die Zusammenfügung der Molleculen an den gemeinschaftlichen Oberflächen in ehlerhaften oder verdrehten Krystallen bestimmen. Es sey ADEF Fig. 210) eine solche Platte, die von den krystallisirten Schichten 3CEF unterbrochen wird, welche letztere von parallelen Ebenen egränzt wird, und wir wollen sehen, was mit einem in a einfalenden Strahl Sa geschieht. Es ist einleuchtend, daß, wenn die rystallisirte Schicht entfernt würde, oder wenn ihre Theilchen mit en anliegenden homologe Lagen hätten, so erhielte man im letztern all einen ununterbrochenen Krystall, und im erstern zwei Prismen, eren Hauptdurchschnitte parallel sind und einander entgegen wirken; 1 jedem Fall werden die beiden Strahlen, der gewöhnliche und er ungewöhnliche, welche durch die doppelte Brechung an der ersten)berfläche gebildet werden, mit dem einfallenden Strahl sowohl ls auch unter einander selbst parallel ausfahren. Da aber der Hauptdurchschnitt der krystallisirten Schicht nicht mit denen der eiden Prismen ABE, CFG zusammenfällt, so ändert er die Polarisation der Theile ab, ac, und anstatt daß sie wie im ersten Fall inzeln vom zweiten Prisma CFG gebrochen werden, wird jetzt jeder oppelt gebrochen, so daß vier Strahlen heraustreten. Man kann ie Trennung der Strahlen innerhalb der zwischenliegenden Schicht ei Seite setzen, denn sie werden an der Stelle, wo sie aus dieser Schicht in das zweite Prisma übergehen, eben so gebrochen, als ob ine unendlich dünne Luftschicht sich dazwischen befände. In diesem Fall werden sie nun aus der Schicht paarweise mit den einfallenden Strahlen ab, ac, also auch unter sich parallel austreten, folglich vird die Brechung im zweiten Prisma eben so vor sich gehen, als

ob die Schicht weggenommen wäre, und an ihrer Stelle die Strahlen ab, ac in a die Polarisationen erhalten hätten, die sie durch die Wirkung derselben wirklich erhalten. Da nun diese Polarisationen in entgegengesetzten Ebenen geschehen, so ist einleuchtend, daß jeder der Strahlen ab, ac sowohl eine gewöhnliche als auch eine ungewöhnliche Brechung erleidet. Wir wollen diese vier heraustretenden Strahlen durch OO, OE, EO, EE bezeichnen und annehmen, daß ab die Richtung sey, welche der gewöhnliche gebrochene Theil des Strahls Sa angenommen hat, so wie ac die des ungewöhnlichen. Da nun OO auf gewöhnliche Weise vom Prisma CFG gebrochen wurde, und auf dasselbe in der Richtung des gewöhnlichen Strahls ab fiel, so wird seine Richtung nach dem Heraustritt mit Sa parallel seyn. Da ebenso EE ungewöhnliche Brechung erlitten hat, und in der Richtung bc des ungewöhnlichen Theils von Sa einfällt, so wird er auch mit Sa parallel heraustreten, und daher sind die beiden Strahlen OO, EE einander parallel und ihre Wellensysteme decken sich. Was nun die Theile OE und EO betrifft, von denen der eine in der gewöhnlichen Richtung einfällt, aber ungewöhnlich gebrochen wird, der andere hingegen in einer ungewöhnlichen Richtung einfällt und eine gewöhnliche Brechung erleidet, so werden sie bei ihrem Heraustritt weder unter einander noch mit dem einfallenden Strahl Sa parallel seyn; hierdurch entstehen zwei Seitenbilder, die das directe oder centrale Bild zwischen sich fassen, und außerdem, einige Fälle ausgenommen, die Summe der Intensität derselben der des centralen Bildes gleichkommt.

1080. Ist die Schicht EBOF sehr dünn, oder fallen die optischen Axen derselben sehr nahe mit der Richtung des durchgehenden Lichts zusammen, so giebt der Unterschied der Wege und der Geschwindigkeiten innerhalb einen Anlaß zur Interferenz bei denjenigen Paar Strahlen, die die aus der Schicht hervortretenden Lichtbündel bilden, und hierdurch entstehen die Farben der Ringe in jedem Strahl. Die Seitenbilder enthalten daher die Farben der primären und complementären Ringe, während das mittlere Bild, welches aus der genauen Deckung zweier ähnlichen complimentären Strahlenbündel entsteht, weiß bleibt.

Alle diese Erscheinungen finden wirklich statt bei gewissen nicht seltenen Arten des isländischen Spaths, die durch hemi-

trope Schichten unterbrochen werden, welche durch die größeren Diagonalen der entgegengesetzten Seiten des primitiven Rhombus gehen, und sie sind von Dr. Brewster beschrieben, und auf die angegebene Art erklärt worden. Betrachtet man ein Licht durch einen solchen unterbrochenen Rhombus, so erscheint dasselbe in Begleitung eines Paares solcher Seitenbilder, wie wir hier beschrieben haben, welche gewöhnlich die Complementärfarben mit großer Helligkeit zeigen.

1081. Ist der leuchtende Körper, von welchem der Strahl Sa ausgeht, sehr klein, so sind die Seitenbilder von einander und dem mittlern Bilde durch einen schwarzen Zwischenraum getrennt; wenn hingegen der leuchtende Körper eine etwas beträchtlichere Ausdehnung hat, so fließen sie in einander. Ist derselbe unendlich groß, wie dieß z. B. dann stattfindet, wenn man den Himmel betrachtet, so fallen alle Bilder auf einander. Allein das Gesichtsfeld ist dann nicht nothwendigerweise gleichförmig weiß. Das mittlere Bild giebt einen intensiv weißen Grund, auf welchem sich die Seitenbilder projiciren. Ist nun die Schicht so beschaffen, daß man innerhalb des Gesichtsfeldes den Pol der Ringreihe des einen Seitenbildes hat (welches immer der Fall seyn wird, sobald die Lage der optischen Axe der Schicht fast senkrecht auf die Fläche der Platte AD ist, so daß der eine der Strahlen OE oder EO durch die Schicht in der Richtung der Axe gehen kann), so projicirt sich diese Ringreihe nicht genau auf die Complementärreihe des andern Seitenbildes. Ihre Farben werden daher nicht vermischt, und das Seitenbild wird für sich, obgleich sehr schwach sichtbar seyn, indem es von dem ganzen weißen Licht des centralen Bildes (OO, EE) und dem ganzen sichtbaren und fast gleichförmigen Theil des andern Seitenbildes (OE) verwaschen wird.

1082. Dieß ist nicht der einzige Weg, vermöge dessen ein vollkommen farbloser Krystall seine Ringreihen zeigen kann, indem derselbe dem gewöhnlichen Tageslichte ausgesetzt wird, ohne daß das Licht vorher polarisirt worden wäre, oder der durchgehende Strahl eine Zerlegung erlitten hätte. Die ganze Masse des Krystalls kann eine optische Axe in der Richtung des Gesichtsstrahls, wie Fig. 211 haben, und der Theil CDdc desselben, der zwischen zwei Schichten BCcb, DdeE eingeschlossen ist, bildet dann genau die oben beschriebene Verbindung, und zeigt eine Ringreihe, deren Stärke mit der Dicke der Schicht im Verhältniß steht. Diese Ansichten sind auch

nicht auf bloße Hypothesen gebaut, indem Dr. Brewster angiebt, daß er zuweilen im Salpeter Krystalle gefunden habe, welche ihre Ringe an sich darstellen, obgleich diese Fälle selten sind. Allein bei dem doppelt kohlensauren Kali findet diese Erscheinung immer statt. Die Schichten oder dünnen Blättchen lassen sich in beiden Fällen leicht erkennen, und ihre Lage sowohl, als die der Ringe lassen keinen Zweifel über die Richtigkeit der hier angegebenen Erklärung übrig. Solche Krystalle, deren man später wahrscheinlich noch mehr auffinden wird, kann man idiocyclophanische nennen.

---

§. XII. Von der Wirkung der Hitze und eines mechanischen Drucks rücksichtlich der Veränderung der Einwirkung der Mittel auf das Licht, und über die Anwendung der Undulationstheorie zu ihrer Erklärung.

1083. Ungefähr zu gleicher Zeit und unabhängig von einander bemerkten Seebeck und Brewster, daß wenn Glas, welches im gewöhnlichen Zustande nicht die Erscheinungen der doppelt brechenden Mittel zeigt, ungleichförmig erhitzt und abgekühlt wird, dasselbe seinen Zustand der Indifferenz verliert, und Farbenerscheinungen zeigt, die in vielen Rücksichten denen der doppelt brechenden Krystalle ähnlich sind. Ist die Hitze geringer als diejenige, bei welcher Glas weich wird, so sind die Erscheinungen vorübergehend, und verschwinden, wenn das Glas eine gleichförmige Temperatur erhält, indem entweder der ganzen Masse eine gleichförmige Wärme mitgetheilt wird, oder ihr die Wärme durch Abkühlung entzogen wird. Wenn aber die dem Glas mitgetheilte Temperatur so hoch ist, daß seine Theilchen den durch die Abkühlung hervorgebrachten Ausdehnungen und Zusammenziehungen nachgeben können, um eine neue Stellung gegen einander anzunehmen, so ist die Wirkung fortdauernd, und Glasplatten, welche auf diese Art zubereitet sind, haben viel Aehnlichkeit mit krystallisirten Körpern. Dr. Brewster fand hernach, daß eine mechanische Zusammendrückung und Ausdehnung von Glas, Gallerte, Gummi und einfach brechenden Krystallen (wie z. B. Flußspath u. s. w.) denselben dieselbe Eigenschaft mitzutheilen im Stande ist. Wenn das Mittel, an welchem der Druck angebracht wird, vollkommen elastisch ist, wie Glas, so ist die Wirkung auf gleiche Art, wie

die der Hitze, nur vorübergehend. Können hingegen während des Drucks die Theilchen des Mittels ihre eigenthümliche Lage im Zustand des neuen Gleichgewichts annehmen, so ist auch nach dem Aufhören der drückenden äußern Kraft die mitgetheilte polarisirende Eigenschaft fortdauernd.

1084. Da sich bei Erscheinungen dieser Art periodische Farben nur dann zeigen können, wenn eine Zerlegung des einfallenden Lichts in zwei Strahlen, die sich mit verschiedener Geschwindigkeit bewegen, stattfindet, und eine Verschiedenheit der Geschwindigkeiten unabänderlich mit einem Unterschiede der Brechung an geneigten Flächen verbunden ist, so läßt sich erwarten, daß brechende Materien, die so der Einwirkung der Hitze oder des Drucks ausgesetzt sind, die Eigenschaft der doppelten Brechung erlangen. Dieß ist von Fresnel durch einen Versuch nachgewiesen worden, wobei sich zeigte, daß eine besondere Art der doppelten Brechung zum Vorschein kommt.

1085. Da es bekannt ist, daß eine ungewöhnliche Erhitzung oder Abkühlung des Glases oder anderer Substanzen die Theilchen in eine Spannung bringt, die ganz derjenigen gleicht, welche durch mechanischen Druck hervorgebracht wird, und wie wir sehen werden, die Wirkungen der Hitze bei der Ertheilung der doppelt brechenden Kraft den Spannungen, die durch sie hervorgebracht werden, proportional sind (einen zweifelhaften Fall ausgenommen), so dürfen wir wohl die Wärme bloß als die entferntere Ursache, und die mechanische Spannung hingegen als die nähere Ursache betrachten.

1086. Bei gasförmigen oder flüssigen Mitteln bemerkt man keine solchen Erscheinungen, wenn sie erhitzt oder einem Druck ausgesetzt werden, wovon die Ursache einleuchtend ist, indem der Druck nach allen Richtungen sich gleich stark fortpflanzt, und die Elasticität des Aethers (in Rücksicht auf die Undulationshypothese) ihre Gleichförmigkeit beibehält.

Bei festen Körpern verhält sich die Sache anders. Die Theilchen derselben können ihre Lage nicht so ändern, und die Wirkung einer Zusammenpressung nach irgend einer Richtung besteht darin, daß erstens die an einander liegenden Theilchen nach dieser Richtung sich einander nähern, und ihre repulsiven Kräfte mehr als im natürlichen Zustand entwickeln, um das Gleichgewicht zu erhalten; zweitens, daß die Theilchen, welche sich in einer Richtung befinden, die auf der Richtung des Drucks senkrecht ist, mehr auseinander-

gepreßt werden. Dieser Wirkung, welche in flüssigen Körpern die Theilchen seitwärts wegtreiben würde, wird bei festen Körpern durch einen Zuwachs der anziehenden Kräfte in einer auf der Richtung des Drucks senkrecht stehenden Richtung das Gleichgewicht gehalten, wodurch bei jedem festen Körper in der Richtung des Drucks eine Verdichtung, und in einer darauf senkrechten Richtung eine Ausdehnung hervorgebracht wird. Es ist jedoch wahrscheinlich, daß die letztere sehr gering ist, da die mit der Entfernung sehr schnell abnehmende Wirkung der Molecularkräfte die nach der Diagonale entstehende Wirkung unmerklich macht. Man kann aber sehr wohl annehmen, daß die erstere im Aether, wegen seiner Verbindung mit den Theilchen der brechenden Mittel einen Unterschied der Elasticität in den beiden besagten Richtungen hervorzubringen im Stande seyn mag, welcher Unterschied von allen den gewöhnlichen Erscheinungen der Interferenz der Strahlen, der periodischen Farben und der doppelten Brechung begleitet ist. Die Ausdehnung bringt die umgekehrte Wirkung der Zusammenpressung hervor, indem das Maximum der Elasticität in dem einen Fall, das Minimum in dem andern Fall seyn wird.

1087. Diese Ansichten stimmen genau mit den Versuchen überein, welche Brewster und Fresnel mit zusammengepreßtem und ausgedehntem Glase angestellt haben. Brewster giebt an (Philosophical Transactions 1816 Vol. 106), daß der Druck auf die entgegengesetzten Kanten eines gläsernen Parallelepipeds neutrale und depolarisirende Axen hervorbringe, von denen die erstern parallel und senkrecht gegen die Richtung des Drucks sind, die letztern einen Winkel von 45° mit erstern bilden; oder mit andern Worten, ein auf die besagte Art zusammengedrücktes Glas bringt, wenn es einem Lichtstrahl ausgesetzt wird, der in einer Ebene polarisirt ist, welche eine parallele oder senkrechte Lage gegen die gedrückten Seiten hat, keine Veränderung in seiner Polarisation, und daher auch keine Farben hervor. Ist derselbe hingegen in einer Ebene polarisirt, die mit den besagten Seiten 45° einschließt, so giebt er eine Farbe, die mit wachsendem Druck in der Skale der farbigen Ringe herabsteigt.

1088. Bringt man den Druck gleichmäßig in der ganzen Länge der gegenüberstehenden Seiten an, so ist die Elasticität des Aethers in jedem Punkt der Platte nach einer beliebigen Richtung dieselbe, indem sie in der einen Richtung ein Maximum, und in einer senkrecht

darauf stehenden Richtung ein Minimum ist. Ist daher das einfallende Licht in einem Azimuth von a Graden polarisirt, so zerlegt es sich in zwei Strahlen von ungleicher Intensität (nämlich $\cos a^2$, $\sin a^2$), die in diesen beiden Ebenen polarisirt, und bei ihrem Heraustritt um einen Verzögerungsraum verschieden sind, der dem Product $t(v'-v)$ proportional ist, wo t die durchlaufene Dicke bedeutet, und $v'-v$ den Unterschied der Geschwindigkeiten der Strahlen angiebt, welche, wenn sie mit einem doppelt brechenden Prisma, wie §. 969 aufgefangen worden, die complementären periodischen Farben in beiden Bildern hervorbringen. Das ungewöhnliche Bild verschwindet, wenn $\alpha = 0$ oder $\alpha = 90°$ ist, und ihr Gegensatz zeigt sich für $\alpha = 45°$ am stärksten. Es ist freilich sehr schwer, eine so vollkommene Gleichheit des Drucks hervorzubringen, so daß man sich nicht wundern darf, wenn eine gleichartige Färbung der ganzen Oberfläche des Glases nicht stattfindet. Es scheint dieses jedoch bei dem von Brewster in der angeführten Abhandlung angestellten Versuch stattgefunden zu haben.

1089. Nehmen wir an, daß die Elasticität des Aethers in der Richtung der Kraft geringer ist (wo also das Mittel, dem allgemeinen Gesetze zufolge, am dichtesten ist) als in der darauf senkrechten Richtung bei comprimirtem Glase, so findet das entgegengesetzte bei dem ausgedehnten Glase statt. Nimmt man daher bei zwei ähnlichen Platten die Kräfte als gleich an, so werden im erstern Fall die ungewöhnlichen Wellen, oder diejenigen, deren Schwingungen in der Richtung des Drucks geschehen, und die daher senkrecht auf diese Richtung polarisirt sind, schneller fortschreiten, im letztern Fall hingegen die gewöhnlichen Wellen. Sehen wir also im erstern Fall den Verzögerungsraum oder die Farbe $t(v'-v)$ als negativ an, so ist er im letztern positiv, und in den beiden Fällen werden die Farben Eigenschaften besitzen, welche denjenigen, die die beiden in §. 940 und den folgenden §§. beschriebenen zwei Classen doppelt brechender Krystalle zeigten, entgegengesetzt sind. Werden daher zwei solche Platten in ähnlicher Lage an einander gebracht, d. h. so, daß die Richtungen der Kräfte zusammenfallen, so müssen sie sich gegenseitig neutralisiren, und wenn sie sich unter rechten Winkeln durchkreuzen, so müssen sie sich verstärken. Ist daher im Allgemeinen t die Dicke der Platte, und f die Stärke der angebrachten zusammendrückenden Kraft, so haben wir (wenn wir die Differenz der Ge-

schwindigkeiten als den Kräften proportional, und die ausdehnenden Kräfte als negativ betrachten) für ähnlich liegende Platten, die Farbe

$$T = f.t + f'.t' + f''.t'' + \ldots$$

Liegen die Platten kreuzweis, so müssen die Querlagen rücksichtlich ihrer Dicke als negativ betrachtet werden, genau so wie in dem Fall von über einander gelegten krystallisirten Platten. Alle diese Resultate stimmen mit den Versuchen von Brewster überein.

1090. Man kann die Erscheinungen, welche das zusammengedrückte und ausgedehnte Glas darbietet, am leichtesten dadurch hervorbringen, daß man eine lange Glasplatte, deren Seiten polirt sind, biegt, und das Licht der Breite nach hindurchgehen läßt. In diesem Fall befindet sich, wie bei allen Biegungen, die convexe Seite in einem Zustande der Ausdehnung, die concave in einem Zustand der Zusammenziehung, während es in der Mitte eine Stelle giebt, wo die Materie sich in ihrem natürlichen Zustand befindet, und nach jeder Seite zu vermehrt sich die Spannung mit der Entfernung von der neutralen Linie. Figur 212 stellt einen solchen sehr vergrößerten Durchschnitt einer gebogenen Platte vor, durch welche Licht, das in einer um 45° gegen die Länge der Glasplatte geneigten Ebene polarisirt war, durchgelassen und auf die gewöhnliche Art untersucht wurde. Die neutrale Linie ist durch einen schwarzen Strich dargestellt, und die Farben auf beiden Seiten sinken nach Newton's Skale, indem sie in Streifen geordnet sind, die durch die Linien 11, 22, 33, 44 u. s. w. angegeben werden. Die Farben auf entgegengesetzten Seiten der Mittellinie sind einander jedoch entgegengesetzt, indem sie nach der ausgedehnten oder convexen Seite hin positiv, nach der zusammengedrückten oder concaven Seite negativ sind. In einer Platte von 1,5 Zoll Breite, 0,28 Zoll Dicke und 6 Zoll Länge entwickelte Dr. Brewster sieben Ordnungen von Farben, ehe das Glas, vermöge der angebrachten beugenden Kräft brach. Dieser Versuch giebt eine sehr schöne Erläuterung über die Wirkung der Kräfte an die Hand, vermöge deren feste Körper zusammengedrückt und gebogen werden, und zeigt augenscheinlich den Grad der Spannung, in welchem sich die einzelnen Theile des Körpers befinden. Dr. Brewster hat diesen Umstand auf die Erforschung der Spannung und des Drucks bei architektonischen Gegenständen, als steinernen Brücken, hölzernen Gerüsten u. s. w. angewendet, indem er Modelle aus Glas zusammensetzte. Es ist jedoch zu bemerken, daß man nur dann in einem

deutlichen Resultate gelangt, wenn die Last, welche getragen werden soll, das Gewicht der zum Gebäude gebrauchten Materialien vielmal übertrifft.

1091. Wird eine Glasplatte nach mehreren Richtungen ausgedehnt und zusammengedrückt, so ist nach Brewster die Folge dieselbe, als ob man mehrere Platten gewählt hätte, an denen einzeln die Kräfte angebracht sind. So zeigt eine quadratische Glasplatte, die an allen vier Kanten gleichförmig gepreßt wird, gar keine Spur von polarisirender Eigenschaft.

1092. Bringt man einen Druck an einem oder zwei gegenüberliegenden Punkten einer Glasmasse an, so divergirt derselbe von diesen Punkten aus nach allen Richtungen, und die Linien des gleichen Drucks, die in der That die isochromatischen Linien sind, müssen ihrer Natur nach von der Beschaffenheit der pressenden Schraube am Berührungspunkt mit dem Glase abhängen, denn diese Gestalt bestimmt den unmittelbar anliegenden Eindruck. Dr. Brewster hat mehrere Curven, die durch den Druck auf verschiedne Punkte eines und desselben gläsernen Parallelepipeds entstehen, abgezeichnet, in welcher Hinsicht wir den Leser auf seine Abhandlung verweisen, wo sich zugleich eine Mannichfaltigkeit schöner Figuren befindet, die durch kreuzweis gelegte Platten mit ungleicher Spannung hervorgebracht wurden.

1093. Biot hat bei einigen Versuchen beobachtet, daß eine Glasplatte, die vermittelst des Streichens durch einen Violinbogen, oder auf andere Art in Vibration erhalten wird, das Licht depolarisirt, d. h. den verschwundenen Lichtstrahl wieder herstellt. Diese Erscheinung ist eine nothwendige Wirkung der abwechselnden Zusammenpressungen und Ausdehnungen, die einander schnell bei allen vibrirenden Theilchen folgen.

1094. Werden Gallertmassen (vorzüglich von Hausenblase) zwischen Platten gedrückt, so erhalten sie eine polarisirende Wirkung. Dehnt man eine solche Masse gehörig aus und läßt sie trocknen und verhärten, so wird die ihnen durch dieses Verfahren mitgetheilte Eigenschaft, nach der Wegnahme der spannenden Kraft, den Versuchen Brewster's zufolge permanent seyn. Um diese Erscheinung zu erklären, brauchen wir nur zu bedenken, daß die äußern Theile schneller verhärten als die innern, und sobald sie die Consistenz eines festen Körpers erhalten haben, sind sie im Stande, der spannenden

Kraft der innern weichen Theile das Gleichgewicht zu halten, ohne daß noch die äußere Kraft zu wirken nöthig hätte. Diese Kraft diente nur um die Gestalt und Dimensionen der äußern Kruste zu bestimmen, und ist überflüssig, sobald die äußere Kruste gebildet und verhärtet ist. Die hierdurch hervorgebrachte polarisirende Kraft der Hausenblase ist sehr stark, und übertrifft sogar die einiger doppelt brechenden Krystalle, wie Beryll, indem eine Platte von Hausenblase, deren Dicke 624 ist, eine Farbe polarisirt, die durch eine Luftschicht, deren Dicke die Einheit ist, zurückgeworfen wird, während eine Platte von Beryll, senkrecht auf seine Axe geschnitten, eine Dicke = 720 erfordert. Eine Glasplatte, die durch eine gleiche Kraft zusammengedrückt oder ausgedehnt wird, würde eine Dicke = 12580 nöthig haben, um dieselbe Farbe zu polarisiren.

1095. Wir gehen nun zur Betrachtung der vorübergehenden Wirkungen über, welche durch eine ungleiche Erwärmung unter der Temperatur des Schmelzens des Glases hervorgebracht werden. Die unmittelbare Wirkung einer Vermehrung oder Verminderung in einem gewissen Punkte des Glases besteht in einer Spannung der umgebenden Theile, die bei einer großen Temperaturverschiedenheit eine ungeheure Kraft besitzt, und bekanntlich die dicksten Glasplatten zu zersprengen im Stande ist. Da wir nun wissen, daß schon die Spannung allein die polarisirende Kraft entwickelt, so brauchen wir der Regel non plures causas admitti debere etc. zufolge dem Wärmestoff selbst keine andere Wirkung hierbei zuzuschreiben, als diejenige der hervorgebrachten Spannung ist, indem der Wärmestoff die Dimensionen der Materie verändert.

1096. Hält man eine heiße Eisenstange an die Kante eines Glaswürfels, der dem polarisirten Licht ausgesetzt ist, so stellt sich das verschwundene Bild in verschiedenen Graden der Intensität an den verschiedenen Stellen des Glases wieder her. Die neutralen Axen sind der erhitzten Kante parallel und auf ihr senkrecht, und die Axen, in deren Azimuth die polarisirte Farbe am stärksten ist, bilden, mit den vorigen Winkel, von 45 Grad. Bringt man den Strahl in dieses Azimuth, so sieht man von der erhitzten Kante aus eine Linie oder Welle von weißem Licht auf dem Glase fortrücken, die vor sich her eine dunkle unbegränzte Welle treibt. Fast in demselben Augenblick, und lange vorher, ehe die geringste Temperaturveränderung an dem äußersten Ende der Platte stattgefunden haben

kann, entsteht eine ähnliche, aber schwächere Welle am andern Ende der Glasplatte, die einen dunkeln Streifen vor sich her treibt, während in derselben Zeit um die Mitte der Platte sich ebenfalls ein weißer Streifen nach beiden Seiten zu ausbreitet, und die vorigen beiden unbegränzten dunkeln Wellen in zwei dunkle Streifen verwandeln. Den weißen Farben folgen die Farben der niedrigern Ordnung in der Farbenreihe, gelb, roth, violett, blau u. s. w., bis endlich die ganze Farbenreihe der dünnen Platten in vier Reihen von Franzen parallel mit der erhitzten Kante erscheint, die ihren Anfang an dem erwähnten schwarzen Streifen nehmen. In derselben Zeit erscheinen andere Franzen an der Kante, die auf der erwärmten senkrecht steht. Man sieht also im Ganzen sechs Franzenreihen, nämlich zwei außerhalb der schwarzen Streifen, zwei innerhalb derselben und zwei Gränzfranzen parallel mit den Seitenkanten. Die ganze Erscheinung ist in Figur 213 vorgestellt. Die Franzen an der erhitzten Kante AB sind die deutlichsten und zahlreichsten, schwächer die an der entgegengesetzten Kante CD, und die innern und Gränzfranzen am schwächsten.

1097. Da das Glas ein sehr schlechter Wärmeleiter ist, und die irdische Wärme bloß durch die Leitung im Glas fortgepflanzt wird, so folgt daraus, daß die plötzliche Erhöhung der Temperatur an der Kante AB eine Ausdehnung in derselben hervorbringt, an welcher der übrige Theil des Glases nicht Theil nimmt. Würde daher die Schicht der Theilchen AB vom Glase abgelöst, so würde sie sich über die Kanten AC, DB hinaus verlängern. Hat sich die Wärme dieser Schicht der nächsten mitgetheilt, so wird sich auch diese, aber in geringerm Grade ausdehnen, und auf diese Art wird nach einer langen Zeit, während welcher die Wärme sich bis ans Ende des Glases fortgepflanzt hat, die Gränze desselben die Gestalt aCDb annehmen, wo aC, bD krumme Linien sind, die von dem Gesetz der Fortpflanzung der Wärme und der verflossenen Zeit abhängen. Auf diese Art würde sich die Sache verhalten, wenn die Glasplatte aus getrennten Schichten bestände, deren jede sich unabhängig von der andern ausdehnen könnte, und da zugleich in jeder, wenn man sie als unendlich dünn betrachtet, die Temperatur und Spannung gleichförmig seyn müßte, so könnte keine polarisirende Kraft entstehen. Allein in der Wirklichkeit ist der Fall ganz verschieden; jede Schicht ist unauflöslich mit der anliegenden verbunden, und kann sich we-

der ausdehnen noch zusammenziehen, ohne daß die anliegenden zugleich daran Theil nähmen. Zwei anliegende Schichten dehnen sich also zu gleicher Zeit aus, allein die wärmere weniger, die kältere mehr, als wenn sie von einander unabhängig wären. Wegen der gegenseitigen Wirkung der Theilchen der Glasmassen auf einander beschränkt sich nun die in einer Schicht hervorgebrachte Spannung nicht auf diese Schicht allein, wie der Wärmestoff, sondern diese Spannung theilt sich augenblicklich allen übrigen mit.

1098. Die allgemeine Aufgabe, den wirklichen Zustand der Spannung zu einer beliebigen Zeit in jedem Theilchen aufzufinden, ist etwas verwickelt, da dieser von den Gesetzen der langsamen Fortpflanzung der Wärme und der augenblicklichen, aber veränderlichen Theilnahme an der Aenderung der Gestalt, die zum augenblicklichen Gleichgewichte der Molleculen nothwendig ist, abhängt. Begnügen wir uns aber mit einer allgemeinen Uebersicht, so ist die Sache sehr wenig Schwierigkeiten unterworfen. Denn nehmen wir an, daß Fig. 214 die Schicht ABba, die am Rande AB liegt, durch die Wärme ausgedehnt wird, während der übrige Theil des Glases seine anfängliche Temperatur beibehält, so würden, wenn sich diese Schicht unabhängig von den übrigen ausdehnen könnte, die Kanten Aa, Bb über die Ränder Cα, Dβ hervortreten, und denken wir uns zwei Gränzschichten CAEG, DBFH als von dem innern Theil CD$\beta\alpha$ abgelöst, so daß sie sich vermöge der an den Enden A und B angebrachten Kraft frei bewegen können, so werden dieselben durch die Ausdehnung des Stücks ABba in die in der Figur vorgestellte Lage gelangen, indem sie sich um C und D als um Stützpunkte drehen; und dreieckige Zwischenräume Caα, Dbβ leer lassen, und unter diesen Umständen würde gar keine Spannung in dem System stattfinden. Allein die Cohäsion des Glases verhindert die Entstehung dieser leeren Räume, und die Theile CAEG, DBFH können nicht in die angegebene Lage gelangen, ohne die Schichten des Stücks CD$\beta\alpha$ mit sich fortzuziehen und daher auszudehnen. Es sey PQ eine solche Schicht, und sie werde nach pq ausgedehnt. Vermöge ihrer Elasticität wird sie suchen die Streifen CAEG und BDHF zusammenzuziehen; ihre Wirkung wird daher erstens darin bestehen, daß sie einen Druck auf die Stützpunkte C und D hervorbringt, und daher die Schicht CD zusammenpreßt. Zweitens bringt sie auch einen Druck auf Aa, Bb hervor, wodurch die durch die ver-

vermehrte Temperatur von ABba hervorgebrachte Ausdehnung verringert wird. Sie bringt also die Schichten von ABba in einen kleinern Raum zurück, als sie eigentlich vermöge ihres erwärmten Zustandes einnehmen könnte, und versetzt sie in einen relativ zusammengedrückten Zustand. Da drittens die Spannung von pq in C, D und A, B aufgehalten wird, so sucht sie die Hebel ACGE, BDHF nach Innen zu beugen, wodurch sie an den Rändern GE, HF concav, an den Rändern CA, DB convex werden, und so die Linien CA, DB ausdehnen, und die Schichten, die an EG, HF liegen, zusammenpressen.

1099. Aus dieser Schlußfolge ist es einleuchtend, daß das Glas vermöge dieser verschiedenartigen Spannungen eine überall an den Rändern concave Gestalt annehmen wird, vorzüglich an den Seiten AC, DB (Fig. 215); alle Kanten sind comprimirt und die innern Theile ausgedehnt. Die Gränzen zwischen den ausgedehnten und zusammengedrückten Theilen, parallel mit AB, müssen nothwendigerweise sich durch neutrale Linien ab, cd auszeichnen, und auf beiden Seiten derselben nimmt die Spannung zu, die in der Mitte und an den Kanten ein Maximum wird. Das Glas muß daher vier Reihen von Franzen polarisiren, die in ab, cd anfangen, und von denen die äußern den innern entgegengesetzt seyn müssen, da der Theil des Strahls, der mit AB parallel polarisirt ist, in dem einen Fall schneller, in dem andern langsamer als der mit Ac parallel polarisirte fortgepflanzt wird. Dieser Gegensatz stimmt mit Dr. Brewsters Beobachtungen überein, indem dieser findet (Philosophical Transactions 1816), daß die Theile des Glases, welche die beiden äußern Franzenreihen zeigen, die Bildung von attractiven Krystallen haben, während diejenigen Theile, welche die innern und Gränzfranzen zeigen, in ihren Eigenschaften mit den repulsiven Krystallen übereinstimmen, d. h. in der Sprache der Undulationstheorie, daß die Ordnung der Geschwindigkeiten der doppelt gebrochenen Strahlen bei dem Uebergange aus einer Gegend des Glases in die andere umgekehrt wird, denn von seiner wirklichen Structur können wir nichts wissen. Daß die Gränzfranzen dieselbe Eigenschaft besitzen müssen, als die innern, ist eine nothwendige Folge aus den obigen Schlüssen, denn die Stellen DB, AC sind nach Richtungen zusammengedrückt, die ihren Kanten parallel gehen, also senkrecht auf der Richtung stehen, nach welcher der mittlere Theil ausgedehnt wird, und wir ha-

den schon gesehen, daß die Zusammenpressung nach der einen Richtung, in so fern wir nur die hervorgebrachten Farben berücksichtigen, mit der Ausdehnung in einer darauf senkrechten Richtung gleichgeltend ist.

1100. Die schwarzen Linien endlich, welche die äußern Franzen von den innern trennen, entstehen aus der vereinten Wirkung der Spannung der innern Gegend parallel mit AB, die sich auf irgend einem Punkt q des Stücks DBFH äußert und der Ausdehnung der Linie DB, die auf denselben Punkt, vermöge ihrer erhaltenen Krümmung wirkt. Vermöge dieser zwei Kräfte wird jeder Punkt q in einer gewissen Linie und in gehöriger Entfernung von der äußersten Kante HF nach entgegengesetzten Richtungen gleichförmig gespannt, befindet sich also rücksichtlich der Polarisation in neutralem Zustande und muß schwarz erscheinen. Die Gränzfranzen entwickeln sich nicht so gut als die übrigen, weil sie bloß durch die Beugung der Kanten HF, GE, die eine mittelbare Wirkung der Hauptkraft ist, entstehen, und diese Beugung sehr gering ausfällt (indem die Ausdehnung des Glases durch Wärme sehr gering ist), also die neutrale Linie sehr nahe an die Kante fällt; da aus derselben Ursache die Spannung der convexen Linie DB sehr klein ist, so setzt sie sich mit der Spannung von pq in einem Punkt q ins Gleichgewicht, der sehr nahe am Ende derselben liegt, wo die Spannung parallel mit pq sehr vermindert seyn muß, indem dem größten Theil der Spannung von pq durch die Elasticität der Schichten Widerstand geleistet wird, die noch weiter vom Rande als DB entfernt sind.

1101. Wird eine gleichförmig erwärmte Glasplatte an einem Rande abgekühlt, so werden die umgekehrten Erscheinungen stattfinden; die äußere Säule ABab (Fig. 214) zieht sich plötzlich zusammen, und comprimirt die Säulen jenseits $\alpha\beta$ sehr stark, die noch keine Wärme verloren hat; hierdurch werden die Enden der Gränzen EAGC, BFHD nach Innen gezogen und an die Theile βQ, αP gedrückt, und indem sich diese Wirkung nach der entgegengesetzten Kante CD fortpflanzt, so wird dieselbe verlängert, und sie eben so wie AB in einen Zustand der Ausdehnung versetzt. Die Gränzkanten biegen sich nach Außen, es wird also die Spannung in jedem Punkt die entgegengesetzte von der seyn, welche Fig. 215 angegeben ist, und eine entsprechende Umkehrung der Eigenschaften der Farben mußt stattfinden. Alles dieses stimmt mit Dr. Brewsters Beobachtungen überein.

1102. Entsteht ein Sprung in einem Stück Glas, welches ungleichförmig erhitzt ist, so ändern sich die Richtungen und Intensitäten der Spannungen in jedem Theil plötzlich, und die Franzen nehmen demzufolge eine andere Lage an. Wir würden uns in die größten Schwierigkeiten verwickeln, wenn wir die Veränderungen untersuchen wollten, die aus der Aenderung der äußern Gestalt des Glases und den verschiedenen Angriffspunkten der Wärme entstehen, weßwegen wir uns bloß noch auf den einfachen Fall beschränken, wo der Mittelpunkt einer kreisförmigen Glasplatte erhitzt wird. Jeder äußere Ring derselben befindet sich in einem Zustande von Spannung parallel mit der Peripherie, und er drängt die dem Mittelpunkt nähern Ringe nach Innen zu mit einer Kraft, die dem Radius parallel geht. Der Mittelpunkt befindet sich im neutralen Zustande, indem er von allen Seiten gleichartig begränzt wird. Die Spannung in der Richtung des Radius dauert fort, indem man sich vom Mittelpunkt entfernt, allein die Tangentialspannung nimmt ab, und geht endlich in einen Zustand von Ausdehnung über, durchläuft also irgendwo einen neutralen Zustand, wodurch ein schwarzer Kreis und concentrische Franzen von entgegengesetzten Eigenschaften gebildet werden. Das Ganze wird von den Armen eines schwarzen Kreuzes durchschnitten, welche gegen die Ebene der primitiven Polarisation parallel und perpendiculär sind, und die daher fest bleiben, wenn die ganze Platte in ihrer eigenen Ebene herumgedreht wird.

1103. Ein Versuch jedoch, welchen Dr. Brewster anstellte, scheint der hier angegebenen Theorie zuwider zu seyn. Er machte einen kleinen Sprung mit glühenden Eisen in einem sehr dicken Stück Glas, und ließ ihn wieder durch langes Abkühlen sich schließen, so daß er dem Auge völlig verschwand. In diesem Zustand zeigte das ungleich erwärmte Glas eben die Franzen, als wenn gar kein Sprung vorhanden gewesen wäre; allein in dem Augenblick, wo der Sprung durch eine leichte Erwärmung in seiner Nähe wieder sich öffnete, änderten sie ihre Gestalt plötzlich, indem sie die Form annahmen, welchen der Theil des Glases besaß, dem der Sprung zur Gränze diente. Es scheint jedoch, als ob eine sehr große Adhäsion zwischen den Glastheilchen stattfindet, wenn sie in optische Berührung gebracht werden, und wenn man bedenkt, wie sehr man die freie Ausdehnung und Zusammenziehung von Metallstäben in seiner Gewalt hat, indem man sie durch bloßes Zusammenlegen, ohne Löthung zwingen kann, sich

durch Veränderung der Temperatur zu biegen, bis der Unterschied der Ausdehnung eine gewisse Gränze erreicht hat, bei welcher sie mit einem Schall auseinander springen und sich ins Gleichgewicht setzen, so wird man die angegebene Erscheinung eben nicht als einen Beweis von großem Gewicht gegen die aufgestellte Theorie ansehen können. (Wir halten es nicht für unwahrscheinlich, daß die Töne, welche gewisse Statuen bei Sonnenaufgang gegeben haben sollen, auf eine ähnliche Art durch die Einwirkung der Wärme entstanden sind. Eine ähnliche Erscheinung haben wir oft an den Stäben des Rostes im Kamin bemerkt.)

1104. Dieß sind im Allgemeinen die vorübergehenden Wirkungen einer Hitze, welche geringer als die Temperatur des Schmelzens des Glases ist, und ungleichförmig durch seine Masse vertheilt wird. Wird aber eine Glasmasse bis zum Weichwerden oder noch höher erhitzt, so daß ihre Theilchen mit mehr oder weniger Leichtigkeit sich unter einander bewegen können, und dann plötzlich abgekühlt, indem man sie entweder in Wasser taucht, oder sie der kalten Luft aussetzt, so wird den äußern Schichten die Hitze schneller entzogen, als sie aus dem Innern zugeleitet werden kann, und dieselben erstarren schon, während die innern Schichten noch weich und plastisch sind. In diesem Augenblick findet daher nirgends eine Spannung statt; aber da das Entweichen der Wärme fortdauert, so werden die innern Theile endlich fest, und suchen sich daher zusammenzuziehen. Hieran werden sie jedoch durch die schon gebildete äußere Kruste verhindert, die sie im gespannten Zustande erhält, während die Kruste selbst durch die innern zusammenziehenden Kräfte sich in einer Spannung befindet, und aus ihrem Zustande des Gleichgewichts nach Innen zu gezogen wird. Ist die Abkühlung plötzlich eingetreten, und war die Masse beträchtlich, so zerbricht sie entweder während der Abkühlung, oder springt nachher von selbst oder durch den leichtesten Riß, der die Continuität ihrer Oberfläche aufhebt. Setzt man die Stücke wieder zusammen, so passen sie nicht genau, sondern lassen einen geringen Raum zwischen sich, wodurch hinlänglich die unnatürliche und heftige Spannung der innern Theile bewiesen wird. Dieser Fall ist ganz analog mit demjenigen, wo man gallertartige Stoffe unter der Einwirkung ausdehnender Kräfte verhärten läßt (§. 1094). Das Zusammensetzen der gesprungenen Glasmasse läßt sich jedoch selten ausführen, da sie gewöhnlich in

unzählige Stücke springt, oder selbst in Staub verwandelt wird, wie man deutlich bei den Glastropfen sieht, welche mit einem starken Knall zerspringen, wenn man das Ende derselben abbricht. Diese Glastropfen besitzen wegen der Spannung der innern Theile eine große polarisirende Kraft.

1105. Geschieht die Abkühlung weniger schnell, so ist das Glas zwar viel zerbrechlicher als das auf die gewöhnliche Art zubereitete, allein es läßt sich doch, mit gehöriger Vorsicht behandelt, schneiden und poliren, und läßt man in diesem Zustande polarisirtes Licht durch dasselbe hindurchgehen, so zeigt es Farbenerscheinungen von bewunderungswürdiger Schönheit und Verschiedenheit, indem es Franzen und Regenbogen zeigt, je nachdem die Gestalt und Größe der Masse, so wie die Spannung der Theile beschaffen ist. Aendert man in diesen Fällen die äußere Form, so ändern sich auch die Figuren; denn wenn irgend ein Theil der Kruste weggenommen wird, so wird eine andere Spannung stattfinden müssen. Fig. 216, 217, 218 stellen die Zeichnungen dar, welche Platten von ein Drittel Zoll Dicke gaben, die die Form eines Kreises, eines Quadrats und eines Rechtecks besaßen; bei den beiden letztern war die eine Seite der Ebene der primitiven Polarisation parallel. Fig. 219 und 220 stellen die Zeichnungen der beiden letztern bei einem Azimuth von 45° vor, und Fig. 221 die Zeichnung, welche dadurch entstand, daß zwei Platten, die der Fig. 220 gleich waren, kreuzweise im Azimuth von 45° über einander gelegt waren. Alle diese Fälle befolgen die Gesetze, welche §. 1089 rücksichtlich des Aufeinanderlegens der Platten angegeben sind. Werden sie symmetrisch auf einander gelegt, so ist die polarisirte Farbe dieselbe, welche von einer Platte polarisirt wird, deren Dicke der Summe der Dicken der einzelnen Platten gleichkommt. Legt man sie kreuzweise, so muß die Differenz der einzelnen Dicken genommen werden.

1106. Dreht man eine viereckige Platte in ihrer eigenen Ebene herum, so krümmen sich die Arme des schwarzen Kreuzes, welches sie in vier Theile theilt, wie Fig. 222, und gehen nach und nach über alle Theile der Scheibe hinweg; hieraus sieht man, daß die Lagen der Axen der Elasticität der einzelnen Theilchen in jedem Punkt verschieden sind und alle möglichen Lagen annehmen. Wir wollen hier nicht den mechanischen Zustand der Theilchen untersuchen, was uns zu weit führen würde, sondern nur einen Versuch

ben schon gesehen, daß die Zusammenpressung nach der einen Richtung, in so fern wir nur die hervorgebrachten Farben berücksichtigen, mit der Ausdehnung in einer darauf senkrechten Richtung gleichgeltend ist.

1100. Die schwarzen Linien endlich, welche die äußern Franzen von den innern trennen, entstehen aus der vereinten Wirkung der Spannung der innern Gegend parallel mit AB, die sich auf irgend einem Punkt q des Stücks DBFH äußert und der Ausdehnung der Linie DB, die auf denselben Punkt, vermöge ihrer erhaltenen Krümmung wirkt. Vermöge dieser zwei Kräfte wird jeder Punkt q in einer gewissen Linie und in gehöriger Entfernung von der äußern Kante HF nach entgegengesetzten Richtungen gleichförmig gespannt, befindet sich also rücksichtlich der Polarisation in neutralem Zustand, und muß schwarz erscheinen. Die Gränzfranzen entwickeln sich nicht so gut als die übrigen, weil sie bloß durch die Beugung der Kanten HF, GE, die eine mittelbare Wirkung der Hauptkraft ist, entstehen, und diese Beugung sehr gering ausfällt (indem die Ausdehnung des Glases durch Wärme sehr gering ist), also die neutrale Linie sehr nahe an die Kante fällt; da aus derselben Ursache die Spannung der convexen Linie DB sehr klein ist, so setzt sie sich mit der Spannung von pq in einem Punkt q ins Gleichgewicht, der sehr nahe am Ende derselben liegt, wo die Spannung parallel mit pq sehr vermindert seyn muß, indem dem größten Theil der Spannung von pq durch die Elasticität der Schichten Widerstand geleistet wird, die noch weiter vom Rande als DB entfernt sind.

1101. Wird eine gleichförmig erwärmte Glasplatte an einem Rande abgekühlt, so werden die umgekehrten Erscheinungen statt-

ringe Kraft oder gar keine (wie Flußspath, salzsaures Kali und andere zum Tessularsystem gehörige Krystalle) besitzen, auf gleiche Weise wie in nichtkrystallisirten Körpern eine polarisirende und doppelt brechende Kraft durch die angegebenen Mittel entwickelt wird; Biot brachte ebenfalls in doppelt brechenden Krystallen durch einen heftigen Druck eine Verzerrung der farbigen Ringe hervor, indem er diese Ringe in der unmittelbaren Nähe der optischen Axen der Krystalle beobachtete, in welcher Gegend bekanntlich die polarisirende Kraft sehr schwach ist. Aus diesem Versuch sah man ganz deutlich, daß nur die Geringfügigkeit der durch äußere Einwirkungen hervorgebrachten polarisirenden Kraft in Verhältniß zu der im Krystall von Natur vorhandenen, der merklichen Aeußerung dieser neu entwickelten Kraft in beliebiger Richtung ein Hinderniß in den Weg legt.

1109. Dasjenige, was hier bis jetzt über die Einwirkung der Wärme gesagt worden ist, bezieht sich jedoch nur auf ihre mittelbare Wirkung, welche von ihrer ungleichen Vertheilung abhängt, wodurch eine Spannung hervorgebracht wird. Professor Mitscherlich hat jedoch in einer sehr interessanten Reihe von Untersuchungen gezeigt, daß die Wirkung der gleichförmig vertheilten Wärme bei krystallisirten Körpern eine ganz andere ist als bei nicht krystallisirten. Bei den letztern, so wie bei den zum Tessularsystem gehörigen Krystallen, bringt eine durch die ganze Masse gleichförmig vertheilte Erhöhung der Temperatur eine bloße Vergrößerung ihrer Dimensionen ohne Veränderung der Gestalt hervor. Bei Krystallen hingegen, welche nicht zum Tessularsystem gehören, d. h. deren Form gegen drei rechtwinkliche Axen nicht symmetrisch ist, findet zuweilen durch Erhöhung der Temperatur eine Ausdehnung in der einen Richtung, und in der andern eine wirkliche Zusammenziehung statt.

1110. Diese wichtige Thatsache, vielleicht die wichtigste in der ganzen Pyrometrie, hat Mitscherlich auf eine merkwürdige und auffallende Art bei dem isländischen Spath nachgewiesen. Erhitzt man diesen Körper, so dehnt er sich in der Richtung der Axe des stumpfen Rhomboids aus, welches die primitive Form des Krystalls ausmacht, und zieht sich in jeder Richtung zusammen, die auf der erstern senkrecht steht, so daß es eine mittlere Richtung geben muß, in welcher derselbe bei jeder Veränderung der Temperatur seine Dimensionen nicht ändert. Eine nothwendige Folge einer solchen Ungleichheit in der pyrometrischen Wirkung besteht darin, daß die Winkel der primitiven

durch Veränderung der Temperatur zu biegen, bis der Unterschied der Ausdehnung eine gewisse Gränze erreicht hat, bei welcher sie mit einem Schall auseinander springen und sich ins Gleichgewicht setzen, so wird man die angegebene Erscheinung eben nicht als einen Beweis von großem Gewicht gegen die aufgestellte Theorie ansehen können. (Wir halten es nicht für unwahrscheinlich, daß die Töne, welche gewisse Statuen bei Sonnenaufgang gegeben haben sollen, auf eine ähnliche Art durch die Einwirkung der Wärme entstanden sind. Eine ähnliche Erscheinung haben wir oft an den Stäben des Rostes im Kamin bemerkt.)

1104. Dieß sind im Allgemeinen die vorübergehenden Wirkungen einer Hitze, welche geringer als die Temperatur des Schmelzens des Glases ist, und ungleichförmig durch seine Masse vertheilt wird. Wird aber eine Glasmasse bis zum Weichwerden oder noch höher erhitzt, so daß ihre Theilchen mit mehr oder weniger Leichtigkeit sich unter einander bewegen können, und dann plötzlich abgekühlt, indem man sie entweder in Wasser taucht, oder sie der kalten Luft aussetzt, so wird den äußern Schichten die Hitze schneller entzogen, als sie aus dem Innern zugeleitet werden kann, und dieselben erstarren schon, während die innern Schichten noch weich und plastisch sind. In diesem Augenblick findet daher nirgends eine Spannung statt; aber da das Entweichen der Wärme fortdauert, so werden die innern Theile endlich fest, und suchen sich daher zusammenzuziehen. Hieran werden sie jedoch durch die schon gebildete äußere Kruste verhindert, die sie im gespannten Zustande erhält, wäh-

[redacted]

schen Kalkspath durch erhöhte Temperatur weniger stumpf wird, und sich also dem Würfel nähert, in welchem keine doppelte Brechung stattfindet, so läßt sich erwarten, daß zugleich die doppelt brechende Kraft abnimmt, und dieses Resultat hat Mitscherlich durch directe Messung bestätigt. Späterhin hat derselbe ausgezeichnete Chemiker und Naturforscher die noch merkwürdigere und auffallendere Erscheinung bemerkt, daß der gewöhnliche schwefelsaure Kalk, welcher bei der gewöhnlichen Temperatur zwei optische Axen in der Ebene der Schichten besitzt, die mit einander einen Winkel von 60° bilden, eine viel größere Veränderung durch die Erhöhung der Temperatur erleidet; die Axen kommen einander näher, fallen zusammen, und öffnen sich bei noch höherer Temperatur in einer Ebene, die senkrecht gegen die Ebene der Schichten steht, und geben auf diese Art ein schönes Beispiel zu Fresnel's Theorie der optischen Axen.

1113. Wir setzen dieses sonderbare Ereigniß aus dem Gedächtniß nieder, indem wir vergeblich nach der Quelle, aus der es geschöpft war, uns umgesehen haben; es ließ sich aber voraussehen, wegen der niedrigen Temperatur, bei welcher dieser Krystall durch die Entziehung des Wassers seine chemische Beschaffenheit ändert, daß die optischen Veränderungen, die durch die Einwirkung der Hitze hervorgebracht werden, bei ihm auffallender als bei weniger zerstörbaren Körpern seyn müßten. Wir haben in diesem Augenblick keine Gelegenheit, diesen Gegenstand genauer zu untersuchen; allein wir bemerken, daß die Farben, welche eine vor uns befindliche Platte von schwefelsaurem Kalk zeigt, schnell bei mäßiger Erwärmung steigen, und bei der erfolgenden Abkühlung wieder sinken, welches in so weit mit den vorigen Angaben übereinstimmt. Glimmer hingegen, fast bis zum Glühen erhitzt, zeigt keine Veränderungen seiner Axen und Ringe. Dieser Gegenstand ist im höchsten Grade interessant und wichtig, und eröffnet ein neues weit ausgedehntes Feld für optische Untersuchungen.

von Dr. Brewster erwähnen, der die Uebereinstimmung unserer Theorie mit der Wirklichkeit hinreichend zeigt. Diesem vortrefflichen Beobachter zufolge sind die Franzen, welche parallel mit der Kante AB des Rechtecks (Fig. 220) laufen, denen völlig ähnlich, welche dann entstehen, wenn man eine gleiche Platte von gewöhnlichem Glase auf ein heißes Eisen legt. In dem letztern Fall entstehen nun die äußern Franzen, welche an AB und CD liegen, durch einen verdichteten Zustand der mit AB parallelen Schichten und die innern durch eine Ausdehnung. Bei der schnell gekühlten Glasplatte ist die Vertheilung der Kräfte fast so, wie sie §. 1098 und 1099 beschrieben ist. Denn man kann eine solche Platte in mancher Rücksicht mit einem Rahmen vergleichen, über welchen eine elastische Fläche ausgespannt ist, wie z. B. bei einer Trommel. Die vier Seiten werden durch die Spannung nach Innen gekrümmt, und sie werden insgesammt in der Richtung ihrer Länge von der unmittelbaren Spannung, unabhängig von den mittelbaren Kräften, die durch ihre Krümmung hervorgebracht werden, zusammengedrückt. Die Gränzfranzen scheinen dann bloß durch die auf diese Art entwickelten mittelbaren Kräfte hervorgebracht zu werden. Die Analogie zwischen beiden Fällen würde vollkommen seyn, wenn man die auf gewöhnliche Art zubereitete Glasplatte an allen vier Kanten vermittelst eines eisernen Rahmens zu gleicher Zeit erhitzte. Wegen der weitern Auseinandersetzung der interessanten Erscheinungen, welche schnell gekühltes Glas zeigt, müssen wir den Leser auf die schon erwähnte Abhandlung Dr. Brewster's verweisen.

[redacted]

lien in Verbindung mit Kiesel, Alaun u. s. w. vorherrschend sind. Drittens Salze, in denen die schweren Metalle nicht vorherrschend sind. Hier ist $\mu = 1,40$ bis $\mu = 1,60$.

Vierte Classe. Glaspasten (d. h. Glas, das viel Blei enthält) und im Allgemeinen alle Verbindungen in denen Blei, Silber, Quecksilber und die schweren Metalle oder deren Oxyde häufig vorhanden sind. Edelsteine, einfache verbrennliche Körper, die Metalle mit eingeschlossen, $\mu = 1,60$ und höher. Diese Classen lassen jedoch so viel Ausnahmen und Anomalien zu, und sind selbst an sich so unbestimmt, daß wir nicht versuchen werden, die beobachteten Brechungsverhältnisse nach ihnen zu classificiren, sondern der bessern Uebersicht wegen, dieselben ihrer Größe nach in eine Tabelle ordnen, in welcher alle diese Classen ohne Unterschied gemischt sind.

Tafel der Brechungsverhältnisse oder Werthe von μ für die Strahlen von mittlerer Brechbarkeit (wenn nicht das Gegentheil erwähnt ist). Die Angaben von Dr. Wollaston beziehen sich jedoch (nach Dr. Young, Philosophical Transactions vol. XCII. p. 370) auf die äußersten rothen Strahlen.

Anmerkung. Die Quellen, aus denen diese Tafel geschöpft ist, sind folgendermaßen bezeichnet:

Br. Brewster. Encyclop. Ed. und Treatise on New Philosophical Instruments.

Bos. Boscovich.

B. Y. Dr. Young's Berechnungen der nichtreducirten Beobachtungen Dr. Brewster's. Quarterly Journal vol. XXII.

Bi. Biot. F. Faraday. M. Malus. N. Newton. Fr. Fraunhofer. W. Wollaston. Du. Dulong. He. Herschel. Eul. Der jüngere Euler. C. und H. Autoritäten, welche Dr. Young in seinen Vorlesungen angegeben hat.

Leerer Raum	1,000000.	

Gasarten.

Bei der Temperatur des Gefrierpunktes und einem Druck von 29,922 Zoll oder 0,76 Meter.

Wasserstoff	1,000138	Du.
Sauerstoff	1,000272	Du.

Atmosphärische Luft	1,000294	Bi.
Stickstoff	1,000300	Du.
Salpetergas	1,000303	Du.
Kohlenoxyd	1,000340	Du.
Kohlenwasserstoffgas	1,000443	Du.
Ammoniak	1,000385	Du.
Kohlensaures Gas	1,000449	Du.
Salzsaures Gas	1,000449	Du.
Hydrocyansaures Gas	1,000451	Du.
Salpeteroxyd	1,000503	Du.
Schwefelwasserstoffgas	1,000644	Du.
Schwefelsaures Gas	1,000665	Du.
Oelbildendes Gas	1,000678	Du.
Chlorgas	1,000772	Du.
Erstes Phosphorwasserstoffgas	1,000789	Du.
Cyanogen	1,000834	Du.
Salzgeist	1,001095	Du.
Phosgen	1,001159	Du.
Dampf von Schwefelkohle	1,001500	Du.
Dampf von Schwefeläther (Siedepunkt bei 35° der Cent. Skale)	1,001530	Du.

Flüssige und feste Körper.

Aether, dessen Volumen durch die Wärme auf das Dreifache ausgedehnt ist	1,0570	Br.
Tabascheer von Wellore, eine gelbe durchsichtige Species	1,1111	Br.
Erste neue Flüssigkeit, welche Brewster in den Höhlungen des Topas entdeckte . . .	1,1311	Br.
Tabascheer, durchsichtiger, von Nagpore . .	1,1454	Br.
Derselbe, eine andere Art	1,1503	Br.
Derselbe, die weißeste Art	1,1825	Br.
Neue Flüssigkeit, welche Dr. Brewster im Amethyst entdeckte, bei 83½° Fahrenheit . . .	1,2106	Br.
Zweite neue Flüssigkeit, die von Dr. Brewster im Topas entdeckt wurde, bei 83° Fahr. .	1,2946	Br.

Salpeteroxydgas, durch Druck flüssig gemacht,	(geringer als Wasser) F.
Salzsaures Gas, Kohlensaures Gas, beide durch Druck tropfbar flüssig	beinahe gleich, viel weniger als Wasser F.
Eis	1,307 Br. 1,3085 Br. 1,3100 W.
Chlorine, durch Druck tropfbar flüssig gemacht	geringer als Wasser F.
Cyanogen, ebenfalls trofbar flüssig . .	weniger als Wasser F. 1,316 B.
Schwefelsaures Gas, durch Druck tropfbar flüssig	dem Wasser gleich F.
Wasser	1,336 N. W. Br.
Schwefelwasserstoffgas, durch Druck tropfbar flüssig	mehr als Wasser F.
Ammoniakgas eben so . . .	mehr als Wasser und mehr als alle übrigen tropfbar gemachten Gasarten F.
Wässerige Feuchtigkeit des Auges	1,3366 Br.
— — des Kabliau	1,341 B. Y.
Gläserne Feuchtigkeit des Kabliau	1,336 W. 1,3394 Br. 1,340 B. Y.
Gläserne Feuchtigkeit des Lammes	1,345 B. Y.
— — der Taube	1,353 B. Y.
Speichel	1,339 B. Y.
Ausgeworfener Schleim	1,339 B. Y.
Salzwasser	1,343 Br.
Cryolit	1,344 1,349 Br.
Essig (destillirt)	1,344 Eul. 1,372 H. 1,347 B. Y.
Essigsäure	1,396 Br.
Medusa Aequora	1,345 Br.
Eiweiß	1,351 Eul.
Portwein	1,351 B. Y.
Menschenblut	1,354 B. Y.

Ysopöl	1,487 Br. 1,495 B. Y.
Windsorseife	1,487 B. Y.
Obsidian	1,488 Br.
Isländischer Spath, schwächste Brechung	1,488 W. 1,519 B.
— — stärkste Brechung	1,657 W. 1,665 Br.
— — gewöhnliche Brechung	1,6543 M.
— — ungewöhnliche Brechung	1,4833 M.
— — (Spec. G. = 2,72)	1,667 N.
Schwefelsaure Magnesia (größte Brechung)	1,488 Br.
Nußöl (unrein)	1,490 He.
—	1,507 Br.
Castoröl	1,490 Br.
Talg, kalt	1,490 W. 1,492 B. Y.
Feldkümmelsamenöl	1,483 B. Y. 1,491 Br.
Majoranöl	1,490 B. Y. 1,491 Br.
Muskatennußöl	1,491 B. Y. 1,497 W.
Nußöl	1,491 B. Y. 1,507 Br.
Angelicaöl	1,491 B. Y. 1,493 Br.
Bienenwachs, kalt	1,492 B. Y.
Dasselbe	1,507 B. Y.
— 14° Réaum.	1,5123 M.
— schmelzend	1,4503 M.
— siedend	1,4416 M.
—	1,542 W.
Weißes Wachs, kalt	1,535 W.
Schwefelsaures Eisen, größte Brechung	1,494 Br.
Schwefelbalsam	1,494 B. Y. 1,497 Br.

Krystallinse vom Ochsen	1,380	W.
	1,447	W.
	1,463	Eul.
Krystallinse der Taube	1,406	B. Y.
Saft von Orangeschalen	1,403	B. Y.
Kaliauflösung, spec. Gew. 1,416. Rother Strahl	1,40563	Fr.
Salpetersäure (spec. G. 1,48)	1,410	B. Y.
	1,410	W.
	1,412	C.
Kalihydrat, durch Wärme flüssig gemacht . .	1,411	B. Y.
Phosphorwasserstoffsäure	1,423	B. Y.
Phosphorsäure, flüssig	1,426	Br.
Kleber von Weizen, trocken	1,426	B. Y.
Frisches Eidotter	1,428	B. Y.
Schwefelsäure	1,429	N.
	1,430	He.
	1,435	W.
	1,440	Br.
Flußspath	1,433	W.
	1,436	Br.
Sumachöl	1,433	Br.
	1,449	B. Y.
Phosphorige Säure	1,437	B. Y.
. . . .	1,441	B. Y.
	1,442	Br.
Wallrath, geschmolzen	1,446	W.
	1,454	B. Y.
Wachsöl	1,452	C.
Bienenwachs, geschmolzen	1,453	B. Y.
Kamillenöl	1,457	Br.
	1,476	B. Y.
Lavendelöl	1,457	Br.
	1,467	W.
	1,475	B. Y.
Alaun (spec. G. 1,714	1,457	P.
	1,458	N.
	1,488	B. Y.
Talg, geschmolzen	1,460	W.

Weißes Wachs, geschmolzen	1,462	B. Y.
Mohnöl	1,467	Br.
	1,483	B. Y.
Schwefelsaure Magnesia (kleinste Brechung)	1,465	Br.
Borax (spec. G. 1,714)	1,467	N.
	1,467	C.
	1,475	Br.
Pfeffermünzöl	1,468	W.
	1,473	B. Y.
Rosmarinöl	1,469	Br.
	1,472	B. Y.
Wallrathöl	1,470	Br.
	1,473	B. Y.
Mandelöl	1,469	W.
	1,470	W.
	1,481	B. Y.
	1,483	Br.
Terpenthinöl, rectificirt	1,470	W.
Terpenthingeist (spec. G. 0,874)	1,471	N.
Terpenthinöl	1,475	Br.
	1,476	B. Y.
	1,476	W.
	1,482	C.
	1,485	B. Y.
	1,486	He.
Terpenthinöl (spec. Gew. 0885) äußerster Strahl	1,47835	Fr.
Olivenöl (spec. G. 0,913)	1,467	N.
	1,469	W.
	1,470	Br.
	1,4705	He.
	1,476	B. Y.
Bergamotöl	1,471	Br.
	1,473	B. Y.
Wachholderöl	1,471	Br.
Butter, kalt	1,474	B. Y.
	1,480	W.
Palmöl	1,475	B. Y.
Rübsamenöl	1,475	B. Y.
	1,475	Br.

Naph-

Naphtha	1,475 B. P.
Limonienessenz	1,476 W.
Gummi, arabisches (spec. G. = 1,375)	1,476 M.
Dillsamenöl	1,477 Br.
Thymianöl	1,477 Br.
Cajeputöl	1,478 B. P. 1,483 Br.
Opal (zum Theil hydrophan)	1,479 Br.
Neapolitanische Seife	1,479 B. P.
Muscatblüthenöl, flüssig	1,481 B. P.
Frauenmünzöl	1,481 Br. 1,496 B. P.
Limonienöl	1,481 Br. 1,489 B. P.
Kohlensaures Kali	1,482 Br.
Flohkrautöl	1,482 Br. 1,485 B. P.
Leinöl (spec. G. 0,932)	1,482 M. 1,485 W. 1,487 B. P.
Sadebaumöl	1,482 Br.
Wachholderöl	1,482 B. P. 1,491 B. P.
Schwefelsaures Ammoniak und Magnesia	1,483 Br.
Thran	1,483 B. P.
Wermuthöl	1,485 B. P. 1,489 B. P.
Castoröl	1,485 B. P. 1,490 Br.
Florentineröl	1,485 B. P.
Thymianöl	1,486 B. P.
Dillsamenöl	1,487 B. P.
Bockshornöl	1,487 Br. 1,488 B. P.
Kampher	1,487 W. 1,496 B. P. 1,500 C.
(Spec. G. = 0,996)	1,500 M.

Ysopöl	. . . .	1,487 Br. / 1,495 B. Y.
Windsorseife	. . . .	1,487 B. Y.
Obsidian	. . . .	1,488 Br.
Isländischer Spath, schwächste Brechung	.	1,488 W. / 1,519 B.
— — stärkste Brechung	. .	1,657 W. / 1,665 Br.
— — gewöhnliche Brechung	.	1,6543 M.
— — ungewöhnliche Brechung	.	1,4833 M.
— — (Spec. G. = 2,72)	.	1,667 N.
Schwefelsaure Magnesia (größte Brechung)	.	1,488 Br.
Nußöl (unrein)	. . . .	1,490 He.
—	. . . .	1,507 Br.
Castoröl	. . . .	1,490 Br.
Talg, kalt	. . . .	1,490 W. / 1,492 B. Y.
Feldkümmelsamenöl	. . . .	1,483 B. Y. / 1,491 Br.
Majoranöl	. . . .	1,490 B. Y. / 1,491 Br.
Muskatennußöl	. . . .	1,491 B. Y. / 1,497 W.
Nußöl	. . . .	1,491 B. Y. / 1,507 Br.
Angelicaöl	. . . .	1,491 B. Y. / 1,493 Br.
Bienenwachs, kalt	. . . .	1,492 B. Y.
Dasselbe	. . . .	1,507 B. Y.
— 14° Réaum.	. . . .	1,5123 M.
— schmelzend	. . . .	1,4503 M.
— siedend	. . . .	1,4416 M.
—	. . . .	1,542 W.
Weißes Wachs, kalt	. . . .	1,535 W.
Schwefelsaures Eisen, größte Brechung	. .	1,494 Br.
Schwefelbalsam	. . . .	1,494 B. Y. / 1,497 Br.

Schwefelsaures Kali	1,475 W. 1,509 Br.
Honig	1,495 B. Y.
Rocheller Salz (grüne Strahlen)	1,4985 He.
— — (rothe Strahlen)	1,4929 He.
Weinsteinsaures Kali	1,515 Br.
Syrup	1,500 W.
Eidotter, trocken	1,500 B. Y.
Buchöl	1,500 Br.
Rhodiumöl	1,500 Br. 1,503 B. Y. 1,505 Br.
Englisches Tafelglas	1,500 W.
Französisches Tafelglas	1,504 W.
Englisches Tafelglas (rothe Strahlen) . . .	1,5133 He.
Tafelglas	1,514 Bos.
Holländisches Tafelglas	1,517 W.
Gewöhnliches Kronglas	1,525 W.
— Tafelglas	1,526 Bos.
Kronglas, Prisma von Dollond (rothe Str.)	1,526 He.
Tafelglas	1,527 Br. 1,529 Bos.
Kronglas, ein anderes Prisma von Dollond (rothe Str.)	1,5301 He.
Fraunhofers Kronglas Nro. 13., spec. Gewicht =2,535 (äußerste Strahlen)	1,5314 Fr.
Gelbes Tafelglas, spec. G. = 2,52 . . .	1,532 C.
Fraunhofers Kronglas Nro. 9., spec. Gewicht = 2,535 (äußerste Strahlen)	1,5330 Fr.
Kronglas von Radcliffe	1,533 W. 1,536 W.
Kronglas	1,534 Br.
Tafelglas	1,538 Bos. 1,542 Bos.
Glas, St. Gobin	1,543 W.
Kronglas	1,544 Br.
Altes Tafelglas	1,545 W.

Weißes Wachs, geschmolzen	1,462	B. Y.
Mohnöl	1,467	Br.
	1,483	B. Y.
Schwefelsaure Magnesia (kleinste Brechung)	1,465	Br.
Borax (spec. G. 1,714)	1,467	R.
	1,467	C.
	1,475	Br.
Pfeffermünzöl	1,468	W.
	1,473	B. Y.
Rosmarinöl	1,469	Br.
	1,472	B. Y.
Wallrathöl	1,470	Br.
	1,473	B. Y.
Mandelöl	1,469	W.
	1,470	W.
	1,481	B. Y.
	1,483	Br.
Terpenthinöl, rectificirt	1,470	W.
Terpenthingeist (spec. G. 0,874)	1,471	R.
Terpenthinöl	1,475	Br.
	1,476	B. Y.
	1,476	W.
	1,482	C.
	1,485	B. Y.
	1,486	He.
Terpenthinöl (spec. Gew. 0885) äußerster Strahl	1,47835	Fr.

[redacted]

lien in Verbindung mit Kiesel, Alaun u. s. w. vorherrschend sind. Drittens Salze, in denen die schweren Metalle nicht vorherrschend sind. Hier ist $\mu = 1,40$ bis $\mu = 1,60$.

Vierte Classe. Glaspasten (d. h. Glas, das viel Blei enthält) und im Allgemeinen alle Verbindungen in denen Blei, Silber, Quecksilber und die schweren Metalle oder deren Oxyde häufig vorhanden sind. Edelsteine, einfache verbrennliche Körper, die Metalle mit eingeschlossen, $\mu = 1,60$ und höher. Diese Classen lassen jedoch so viel Ausnahmen und Anomalien zu, und sind selbst an sich so unbestimmt, daß wir nicht versuchen werden, die beobachteten Brechungsverhältnisse nach ihnen zu classificiren, sondern der bessern Uebersicht wegen, dieselben ihrer Größe nach in eine Tabelle ordnen, in welcher alle diese Classen ohne Unterschied gemischt sind.

Tafel der Brechungsverhältnisse oder Werthe von μ für die Strahlen von mittlerer Brechbarkeit (wenn nicht das Gegentheil erwähnt ist). Die Angaben von Dr. Wollaston beziehen sich jedoch (nach Dr. Young, Philosophical Transactions vol. XCII. p. 370) auf die äußersten rothen Strahlen.

Anmerkung. Die Quellen, aus denen diese Tafel geschöpft ist, sind folgendermaßen bezeichnet:

Br. Brewster. Encyclop. Ed. und Treatise on New Philosophical Instruments.

Bos. Boscovich.

B. Y. Dr. Young's Berechnungen der nichtreducirten Beobachtungen Dr. Brewster's. Quarterly Journal vol. XXII.

Bi. Biot. F. Faraday. M. Malus. N. Newton. Fr. Fraunhofer. W. Wollaston. Du. Dulong. He. Herschel. Eul. Der jüngere Euler. C. und H. Autoritäten, welche Dr. Young in seinen Vorlesungen angegeben hat.

Leerer Raum	1,000000.

Gasarten.

Bei der Temperatur des Gefrierpunktes und einem Druck von 29,922 Zoll oder 0,76 Meter.

Wasserstoff	1,000138 Du.
Sauerstoff	1,000272 Du.

Schwefelsaurer Baryt, gewöhnliche Brechung grüne Strahlen	1,6460	He.
— — gewöhnliche Brechung rothe Str. (andere Art)	1,6459	He.
— — gewöhnliche Brechung gelbe Strahlen	1,6491	He.
Pseudotopas, spec. G. 4,27 (schwefelsaurer Baryt)	1,643	M.
Schwefelsaurer Baryt	1,646	Br.
— —	1,664	W.
Cassiaöl	1,624	B. Y.
	1,631	B. Y.
	1,641	Br.
Salzsaures Ammoniak	1,625	Br.
Aloe	1,634	B. Y.
Opalfarbenes Glas	1,635	Br.
Euclase, gewöhnliche Brechung	1,6429	Bi.
— ungewöhnliche Brechung	1,6630	Bi.
Schwefelsaures Strontium	1,644	Br.
Hyacinthfarbenes Glas	1,647	Br.
Perlenmutter	1,653	Br.
Spargelstein	1,657	Br.
Epidot, kleinste Brechung	1,661	Br.
— größte Brechung	1,703	Br.
Turmalin	1,668	Br.
Cryolit, kleinste Brechung	1,668	Br.
— größte Brechung	1,685	Br.
Chlorschwefel	1,67	He.
Salpetersaures Wismuth, kleinste Brechung	1,67	He.
— — größte —	1,89	He.
Kohlenschwefel	1,678	Br.
Orangefarbenes Glas	1,695	Br.
Boracit	1,701	Br.
Glas, mit Gold roth gefärbt	1,715	Br.
Glas (Blei 1, Kiesel 2)	1,724	Br.
Dunkelrothes Glas	1,729	Br.
Salpetersaures Silber, kleinste Brechung	1,729	Br.
— — größte —	1,788	Br.
Glas (Blei 3, Kiesel 4)	1,732	Br.

Ueberschwefligsaures Kali u. Silber, kleinste Brech.	1,738	He.
— — — größte —	1,785	He.
Axinit	1,735	Br.
Salpetersaures Blei	1,758	Br.
Zimmtstein	1,759	Br.
Chrysoberyll	1,760	Br.
Feldspath	1,764	Br.
Spinell	1,756	He.
	1,761	Br.
	1,812	W.
Sapphir, weiß	1,768	He.
— blau	1,794	Br.
Rubellit	1,768	He.
	1,779	Br.
Rubin	1,779	Br.
Zircon, orangefarben	1,782	Br.
Glas (Blei 1, Kiesel 1) (Zeiher)	1,787	Zei.
Pyrop	1,792	Br.
Labradorstein, Hornblende	1,80	He.
Salzsaures Antimonium (veränderlich)	1,8	W.
Arsenik	1,811	W.
Kohlensaures Blei, kleinste Brechung	1,813	Br.
— — größte —	2,084	Br.
Boraxsaures Blei, geschmolzen und abgekühlt (rothes Licht)	1,866	He.
Schwefelsaures Blei	1,925	Br.
Glas, Blei 2, Sand 1	1,987	W.
Zircon	1,95	W.
— kleinste Brechung	1,961	Br.
— größte Brechung	2,015	Br.
(Haüy)	1,958	Ha.
	2,008	W. Y.
Schwefel	2,04	W.
(natürlicher)	2,115	Br.
(geschmolzener)	2,148	Br.
[illegible]	1,970	Br.
[illegible]saures Kali, kleinste Brechung	1,970	Br.
— größte Brechung	2,129	Br.

und desselben Oels in ihren Verhältnissen der Zusammensetzung übereinstimmen. Dieß ist wahrscheinlich vorzüglich der Fall mit dem Anisöl, welches bei einem geringen Kältegrad fast gänzlich erstarrt. Eine genaue, von Neuem angestellte Untersuchung der brechenden und zerstreuenden Kräfte von Körpern, deren chemische Beschaffenheit streng bestimmt ist, und deren Identität genau nachgewiesen werden kann, würde zwar eine schwierige und weitläufige Arbeit seyn, allein für die optischen Wissenschaften die größten Früchte tragen. Fraunhofers Untersuchungen haben gezeigt, wie weit die Genauigkeit bei diesen Versuchen getrieben werden kann, und welchen praktischen Nutzen dieselben besitzen. Die starke brechende Kraft des Cassiaöls, und die sie begleitende hohe zerstreuende Kraft hat Dr. Brewster auf den Gedanken geführt, daß dieses Oel noch ein besonderes chemisches Element enthalten müsse, welches die Analysis noch nicht ausgemittelt hat. Nicht weniger merkwürdig ist die geringe brechende Kraft des Buchsbaumöls und des Ambraöls. Bei den künstlichen Salzen jedoch steht noch das weiteste Feld für künftige Untersuchungen offen, und eine reiche Ernte von wichtigen Resultaten würde ohne Zweifel die Arbeit belohnen, man mag dieselbe von der optischen, chemischen oder krystallographischen Seite betrachten.

1118. Der Bruch $P = \frac{\mu\mu - 1}{s}$, wo μ das Brechungsverhältniß, und s das specifische Gewicht des Mediums ist, drückt (in der Emanationstheorie) die immer brechende Kraft der Medien aus, indem man die letzten Atome aller Körper als gleich schwer annimmt. Folgende Resultate sind von verschiedenen Autoren für Körper, die in ihren chemischen und physischen Beziehungen sehr von einander unterschieden sind, angegeben worden.

1. Gasarten.

Der Werth von P ist für die atmosphärische Luft als Einheit angenommen. (Aus Biot's Précis élémentaire. II. 22[illegible])

Wasserstoffgas	6,61436
Luft	1,00000
Kohlensaures Gas	1,00476
Stickgas	1,03408
Salzsaures Gas	1,19625
Zweites Kohlenwasserstoffgas	[illegible]

Kohlenwasserstoffgas	2,09270
Ammoniakgas	2,16851
Wasserstoffgas	6,61436

2. Werthe von P, wie sie sich aus der Formel ergeben.

Die mit Dulong bezeichneten sind aus den in voriger Tafel enthaltenen von Dulong gefundenen Brechungsverhältnissen berechnet.

Tabaschir	0,0976	Brewster.
Cryolit	0,2742	—
Flußspath	0,3426	—
Sauerstoff	0,3799	Dulong.
Schwefelsaurer Baryt	0,3829	—
— —	0,3979	Newton.
Schwefelsaures Gas	0,44548	Dulong.
Salpetergas	0,44911	—
Luft	0,4528	—
—	0,4530	Biot.
—	0,5208	Newton.
Kohlensäure	0,45372	Dulong.
Stickstoff	0,4734	—
Chlorine	0,48133	—
Spießglas	0,4864	Newton.
Salpeteroxyd	0,5078	Dulong.
Phosgen	0,5188	—
Selenit	0,5386	Newton.
Kohlenoxyd	0,5387	Dulong.
Quarz	0,5415	Malus.
Bergkrystall	0,5450	Newton.
—	0,6536	Brewster.
Gewöhnliches Glas	0,5436	Newton.
Salzsäure	0,5514	Dulong.
Schwefelsäure	0,6124	Newton.
Kalkspath	0,6424	Malus.
—	0,6536	Newton.
Steinsalz	0,6477	—
Salpetersäure	0,6676	—
* Salzsaures Kali	1,2086	Brewster.

Alaun	0,6570	Newton.
Borax	0,6716	—
Salpeter	0,7079	—
*Salpeter	1,1962	Brewster.
Hydrocyansäure	0,7366	Dulong.
Rubin	0,7389	Brewster.
Danziger Vitriol	0,7551	Newton.
Salzätherdampf	0,7552	Dulong.
Brasilischer Topas	0,7586	Brewster.
Regenwasser	0,7845	Newton.
Flintglas	0,7986	Brewster.
Cyanogen	0,8021	Dulong.
Geschwefeltes Wasserstoffgas	0,8419	—
Gummi, arabisches	0,8574	Newton.
Kohlenschwefeldampf	0,8743	Dulong.
Schwefelätherdampf	0,9138	—
Erstes Phosphorwasserstoffgas	0,9680	—
Ammoniak	1,0032	—
Weingeist, rectificirt	1,0121	—
Kohlensaures Kali	1,0227	Brewster.
Chromsaures Blei	1,0436	—
Oelbildendes Gas	1,0654	Dulong.
*Salzsaures Ammoniak	1,1290	Brewster.
Gekohltes Wasserstoffgas	1,2204	Dulong.
Kampher	1,2551	Newton.
Olivenöl	1,2607	—
Leinöl	1,2819	—
Bienenwachs	1,3308	Malus.
Terpenthingeist	1,3222	Newton.
Ambra	1,3654	—
Octohedrit	1,3816	Brewster.
Diamant	1,4566	Newton.
Realgar	1,6666	Brewster.
Ambra	1,7000	—
Quecksilber (wahrscheinlich)	2,4247	—
Schwefel	2,2000	Brewster.
Phosphor	2,8857	—
Wasserstoff	3,0953	Dulong.

1119. Die mit einem Stern in voriger Tabelle bezeichneten Resultate beruhen wahrscheinlich auf einem Rechnungsfehler. So wie Hydrogen in der Skale am höchsten steht, so ist es wahrscheinlich, daß Fluorin, wenn wir es je in einem isolirten Zustande erhalten können, am niedrigsten zu stehen kommen würde. Die optischen Eigenschaften des Tabascheer zeigen in jeder Rücksicht sonderbare Anomalien. Man kann bemerken, daß die Function $\frac{\mu\mu-1}{s}$ nur in dem Fall die innere brechende Kraft ausdrückt, wenn man die Materie ins Unendliche theilbar annimmt, und bei jedem unendlich kleinen Theilchen gleiche Schwere oder Anziehung annimmt. Bestehen aber, wie die neuere Chemie anzuzeigen scheint, die materiellen Körper aus einer endlichen Anzahl Atome, die in ihrem Gewicht für jede anders zusammengesetzte Materie unterschieden sind, so ist die eigentliche brechende Kraft das Product aus der obigen Function in das Atomgewicht. Dieß würde die Ordnung der brechenden Mittel in voriger Tafel völlig ändern. Da z. B. das Atomgewicht des Wasserstoffs das kleinste, und das Atomgewicht des Quecksilbers eins der größten ist, so wird diese Multiplication den Rang des erstern erniedrigen und den des letztern erhöhen, so daß sie sich aus ihrer jetzigen Nähe sehr entfernen. Auch wird es dann nöthig seyn, einen Unterschied zwischen einfachen und zusammengesetzten Atomen zu machen. Da aber diese Betrachtungen bloß die Emanationstheorie betreffen, so wollen wir sie nicht weiter verfolgen.

Die zerstreuenden Kräfte der Körper gewähren uns ein anderes interessantes und unterscheidendes Kennzeichen. Dr. Brewster hat in seiner Abhandlung on new philosophical Instruments folgende ausgedehnte Tabelle über diese zerstreuenden Kräfte gegeben, die fast alle mit seinen eigenen Beobachtungen gezogen sind.

1120. Tafel der zerstreuenden Kräfte.

Die erste Columne enthält den Namen des Mittels, die zweite den Werth der Function $\frac{\delta\mu}{\mu-1}$, die dritte den von $\delta\mu$, wo $\delta\mu$ der Unterschied der Brechungsverhältnisse der äußersten rothen und violetten Strahlen ist.

Chromsaures Blei, größte Zerstr. geschätzt	0,400	0,770	B.
— — — größer als	0,296	0,570	B.

Real-

Realgar, geschmolzen	0,267	0,394	B.
Chromsaures Blei, kleinste Zerstr. . . .	0,262	0,388	B.
Realgar, geschmolzen	0,255	0,374	B.
Cassiaöl	0,139	0,089	B.
Schwefel nach der Schmelzung	0,130	0,149	B.
Phosphor	0,128	0,156	B.
Tolubalsam	0,103	0,065	B.
Peruanischer Balsam	0,093	0,058	B.
Kohlensaures Blei, größte	0,091	0,091	B.
Aloe von Barbadoes	0,085	0,058	B.
Anisöl	0,074	0,044	B.
Styraxbalsam	0,069	0,039	B.
Guajac	0,066	0,041	B.
Kohlensaures Blei, kleinste	0,066	0,056	B.
Kümmelöl	0,065	0,033	B.
Ammoniakharz	0,063	0,037	B.
Theer von Barbadoes	0,062	0,032	B.
Nägelöl	0,062	0,033	B.
Grünes Glas	0,061	0,037	B.
Schwefelsaures Blei	0,060	0,056	B.
Dunkelrothes Glas	0,060	0,044	B.
Opalfarbenes Glas	0,060	0,038	B.
Sassafrasöl	0,060	0,032	B.
Harz	0,057	0,032	B.
Fenchelsamenöl	0,055	0,028	B.
Frauenmünzöl	0,054	0,026	B.
Orangefarbenes Glas	0,053	0,042	B.
Steinsalz	0,053	0,029	B.
Flintglas, größte (Boscovich)	0,0527		Bos.
Caoutchouc	0,052	0,028	B.
Pimentöl	0,052	0,026	B.
Flintglas	0,052	0,032	B.
Dunkelpurpurfarbenes Glas	0,051	0,031	B.
Angelicaöl	0,051	0,026	B.
Thymianöl	0,050	0,024	B.
Bockshornöl	0,050	0,024	B.
Wermuthöl	0,049	0,022	B.
Flöhkrautöl	0,049	0,024	B.

Feldkümmelöl	0,049	0,024	B.
Dillsamenöl	0,049	0,023	B.
Bergamottöl	0,049	0,023	B.
Flintglas	0,048	0,029	B.
Terpenthin von Chios	0,048	0,028	B.
Weihrauch	0,048	0,028	B.
Flintglas	0,048	0,028	B.
Limonienöl	0,048	0,023	B.
Wachholderöl	0,047	0,022	B.
Kamillenöl	0,046	0,021	B.
Wachholderharz	0,046	0,025	B.
Kohlensaures Strontium, größte	0,046	0,032	B.
Flintglas, kleinste (Boscovich)	0,0457		Bos.
Salpetersäure	0,045	0,019	B.
Lavendelöl	0,045	0,021	B.
Schwefelbalsam	0,045	0,028	B.
Schildkrötenschale	0,045	0,027	B.
Horn	0,045	0,025	B.
Canadischer Balsam	0,045	0,024	B.
Majoranöl	0,045	0,022	B.
Arabischer Weihrauch	0,045	0,024	B.
Salpetrige Säure	0,044	0,016	B.
Cajeputöl	0,044	0,021	B.
Ysopöl	0,044	0,022	B.
Rhodiumöl	0,044	0,022	B.
Röthliches Glas	0,044	0,025	B.
Sadeöl	0,044	0,021	B.
Mohnöl	0,044	0,020	B.
Zircon, größte	0,044	0,045	B.
Salzsäure	0,043	0,016	B.
Copal	0,043	0,024	B.
Nußöl	0,043	0,022	B.
Burgundisches Pech	0,043	0,024	B.
Terpenthinöl	0,042	0,020	B.
Rosmarinöl	0,042	0,020	B.
Feldspath	0,042	0,022	B.
Leim	0,041	0,022	B.
Copaivabalsam	0,041	0,021	B.

Muskatennußöl	0,041	0,021	B.
Stilbit	0,041	0,021	B.
Ambra	0,041	0,023	B.
Pfeffermünzöl	0,040	0,019	B.
Spinell	0,040	0,031	B.
Kohlensaurer Kalk, größte	0,040	0,027	B.
Rübsamenöl	0,040	0,019	B.
Bouteillenglas	0,040	0,023	B.
Elemi Gummi	0,039	0,021	B.
Schwefelsaures Eisen	0,039	0,019	B.
Diamant	0,038	0,056	B.
Olivenöl	0,038	0,018	B.
Mastix	0,038	0,022	B.
Eiweiß	0,037	0,013	B.
Sumachöl	0,037	0,016	B.
Myrrhenharz	0,037	0,020	B.
Beryll	0,037	0,022	B.
Obsidian	0,037	0,018	B.
Aether	0,037	0,012	B.
Selenit	0,037	0,020	B.
Alaun	0,036	0,017	B.
Castoröl	0,036	0,018	B.
Schwefelkupfer	0,036	0,019	B.
Kronglas, sehr grün	0,036	0,020	B.
Gummi, arabisches	0,036	0,018	B.
Zucker, geschmolzen und abgekühlt	0,036	0,020	B.
Medusa Aequora	0,035	0,013	B.
Wasser	0,035	0,012	B.
Wässerige Feuchtigkeit, Kabliauauge	0,035	0,012	B.
Gläserne — —	0,035	0,012	B.
Citronensäure	0,035	0,019	B.
Rubellit	0,035	0,027	B.
Leucid	0,035	0,018	B.
Epidot	0,035	0,024	B.
Gewöhnliches Glas (höchstes nach Boscovich)	0,0346		Bos.
Granat	0,033	0,027	B.
Gewöhnliches Glas (niedrigst. nach Boscovich)	0,033		Bos.
Pyrop	0,033	0,026	B.

Glas (Blei-, Kiesel- (Zeiher))	2,028 Zei.
Spießglas	1,980 W.
—	2,216 Br.
Eisenoxyd	2,1 W.
Kieselsaures Blei, gleiches Atomgewicht, (rothes Licht)	2,123 Her.
Phosphor	2,125 B. P.
	2,224 Br.
	2,260 Br.
Salpetrigsaures Blei, in sechsseitigen Prismen, gewöhnliche Brechung	2,322 He.
Diamant, spec. G. = 3,4	2,439 M.
—	2,470 Br.
— künstlich	2,487 Br.
— nach Rochon	2,755 Ro.
Wasserblei	2,04 W.
	2,44 W.
Chromsaures Blei, kleinste Brechung	2,479 Br.
	2,500 Br.
(veränderlich)	2,503 Br.
größte Brechung	2,926 Br.
	2,974 Br.
Octohedrit	2,500 Br.
Realgar, künstlicher	2,549 Br.
Rothes Silbererz	2,564 Br.
Quecksilber (wahrscheinlich, §. 594)	5,829 Br.

[redacted]

Strahlen im Sonnenspectrum unter gleichen Umständen fehlt uns völlig. Die Untersuchungen von Fraunhofer und Arago haben gezeigt, welche Genauigkeit man bei der Bestimmung der Brechungsverhältnisse erlangen kann, und es ist daher zu hoffen, daß diese Lücke bald ausgefüllt werden wird.

1122. Ueber die in der Tafel angegebenen Körper lassen sich viel wichtige Bemerkungen machen. Im Allgemeinen ist eine stark brechende Kraft mit einer stark zerstreuenden verbunden; allein es giebt viel Ausnahmen, besonders bei den Edelsteinen, wovon der Diamant ein auffallendes Beispiel abgiebt. Einzelne Stoffe scheinen ihre brechenden Kräfte sowohl als die zerstreuenden Kräfte in ihre Verbindungen überzutragen, und letztern Umstand bemerkt man deutlicher, weil durch die besondere Art, auf welche die Zerstreuung dargestellt ist, der Zustand der Verdichtung eliminirt wird. So scheinen Fluor und sogar Oxygen die brechende Kraft der Verbindungen, in welchen sie vorkommen, zu erniedrigen, während Schwefel, Wasserstoff und vorzüglich Blei im entgegengesetzten Sinne wirken. Der Gegensatz zwischen dem Ambraöl und dem Cassiaöl ist rücksichtlich der zerstreuenden Kräfte eben so auffallend als rücksichtlich der brechenden. Folgender Versuch scheint anzuzeigen, daß der Wasserstoff des letztern Oels der Grund der starken Zerstreuung ist. Ein Strom von Chlorgas wurde durch Cassiaöl geleitet, bis es nicht mehr wirkte. Die Farbe des Oels wurde anfangs dunkler, änderte sich aber bald in ein röthliches Gelb, bei welcher Farbe (die sich in einigen Tagen in Rosenroth verwandelte) das Oel bis zu Ende des Versuchs blieb. Während des ganzen Processes stiegen viel salzsaure Dämpfe auf, woraus man auf eine häufige Entziehung des Wasserstoffes schließen konnte, und endlich war das Oel in eine zähe Masse verwandelt, wobei es ganz seinen aromatischen Geruch verloren, einen stechenden durchdringenden Geruch angenommen hatte und sauer und zusammenziehend schmeckte. Es ließ sich anzünden, jedoch schwerer als vorher, und brannte wegen der darin enthaltenen Chlorine an den Rändern mit einer grünen Flamme. Die brechende Kraft war nur sehr wenig vermindert. Legte man einen Tropfen davon in den Winkel zweier Glasplatten und daneben einen Tropfen von ungeändertem Cassiaöl, so sah man das Farbenbild eines Lichtstreifens mit einem Auge zugleich durch beide Mittel. Beide Bilder machten eine grade Linie aus, und das Bild durch das unveränderte Oel war um den vierten Theil brei-

Kohlenwasserstoffgas	2,09270
Ammoniakgas	2,16851
Wasserstoffgas	6,61436

2. Werthe von P, wie sie sich aus der Formel ergeben.

Die mit Dulong bezeichneten sind aus den in voriger Tafel enthaltenen von Dulong gefundenen Brechungsverhältnissen berechnet.

Tabascheer	0,0976	Brewster.
Cryolit	0,2742	—
Flußspath	0,3426	—
Sauerstoff	0,3799	Dulong.
Schwefelsaurer Baryt	0,3829	—
— —	0,3979	Newton.
Schwefelsaures Gas	0,44548	Dulong.
Salpetergas	0,44911	—
Luft	0,4528	—
—	0,4530	Biot.
—	0,5208	Newton.
Kohlensäure	0,45372	Dulong.
Stickstoff	0,4734	—
Chlorine	0,48133	—
Spießglas	0,4864	Newton.
Salpeteroxyd	0,5078	Dulong.
Phosgen	0,5188	—
Selenit	0,5386	Newton.

[redacted]

welchem sich die Theilchen des Krystalls befinden, und den man im Allgemeinen ihre Structur nennen könnte. Dieses Kennzeichen läßt sich jedoch nicht leicht bestimmen, da beide Axen selten zugleich in einem Gesichtsfelde liegen, das die natürlichen Oberflächen darbieten, sondern gewöhnlich erst vermittelst eines künstlichen Durchschnitts beobachtet werden können; letztere Art ist wenigstens die einzige sichere bei der Beobachtung der Farben, denn die Winkel, unter denen bei dünnen parallelen Blättchen die verschiedenen Farbenreihen entfernt von den Axen hervorgebracht werden, sind zu unbestimmt, um auf eine genaue Bestimmung der Lage der Axen zu führen, wenn wir auch die Irrthümer bei Seite setzen, die aus der starken Färbung einiger Krystalle hervorgehen.

Tafel der Neigung der optischen Axen in verschiedenen Krystallen.

1. Einaxige Krystalle. Neigung = 0.

Negative Classe.

Kohlensaurer Kalk.
Kohlensaurer Kalk und Magnesia.
Kohlensaurer Kalk und Eisen.
Turmalin.
Rubellit.
Corundum.
Sapphir.
Rubin.
Smaragd.
Beryll.
Apatit.
Idocras (Vesuvian).
Wernerit.
Glimmer von Kariat.
Phosphorsaures Blei.
Phosphorarseniksaures Blei.
Strontiumhydrat.
Arseniksaures Kali.
Salzsaurer Kalk.
Salzsaures Strontium.
Unterphosphorsaures Kali.
Schwefelsaurer Nickel und Kupfer.

Positive Classe.

Zircon.
Quarz.
Eisenoxyd.
Barytsaurer Zink.
Titanit.
Boracit.
Apophyllit.
Schwefelsaures Kali und Eisen.
Ueberessigsaures Kupfer und Kalk.
Magnesiahydrat.
Eis.

Nicht classificirt.

Ueberschwefelsaurer Kalk.
Schwefelsaures Eisenoxyd.

II. Doppeltaxige Krystalle.

Die erste Columne enthält die Namen der Krystalle, die zweite den Charakter der Hauptaxe nach Dr. Brewsters System, und die dritte die Neigung der optischen Axen.

Schwefelsaurer Nickel	+	3° 0′
Kohlensaures Blei	—	5° 15′
Kohlensaures Schwefelblei	—	——
Kohlensaures Strontium	—	6° 56′
Kohlensaurer Baryt	—	——
Salpetersaures Kali	—	5° 20′
Glimmer	—	6° 0′
Talk	—	7° 24′
Perlenmutter	—	11° 28′
Barythydrat	—	13° 18′
Glimmer	—	14° 0′
Arragonit	—	18° 18′
Blausaures Kali	+	19° 24′
Glimmer		25° 0′
Cymophan	+	27° 51′
Anhydrit	+	28° 7′
Borax	+	28° 42′

geschmolzen	0,267	0,394	B.
es Blei, kleinste Zerstr.	0,262	0,388	B.
geschmolzen	0,255	0,374	B.
	0,139	0,089	B.
ach der Schmelzung	0,130	0,149	B.
	0,128	0,156	B.
	0,103	0,065	B.
er Balsam	0,093	0,058	B.
es Blei, größte	0,091	0,091	B.
arbadoes	0,085	0,058	B.
	0,074	0,044	B.
am	0,069	0,039	B.
	0,066	0,041	B.
es Blei, kleinste	0,066	0,056	B.
	0,065	0,033	B.
harz	0,063	0,037	B.
Barbadoes	0,062	0,032	B.
	0,062	0,033	B.
las	0,061	0,037	B.
ures Blei	0,060	0,056	B.
es Glas	0,060	0,044	B.
es Glas	0,060	0,038	B.
l	0,060	0,032	B.
	0,057	0,032	B.
enöl	0,055	0,028	B.
zöl	0,054	0,026	B.
enes Glas	0,053	0,042	B.
	0,053	0,029	B.
größte (Boscovich)	0,0527		Bos.
	0,052	0,028	B.
	0,052	0,026	B.
	0,052	0,032	B.
purfarbenes Glas	0,051	0,031	B.
	0,051	0,025	B.
	0,050	0,024	B.
öl	0,050	0,024	B.
	0,049	0,022	B.
	0,049	0,024	B.

Weinsteinsaures Kali und Natron	+ 80° 0′
Kohlensaures Kali	80° 30′
Cyanit	+ 81° 48′
Chlorkali	82° 0′
Epidot (ungefähr)	84° 19′
Salzsaures Kupfer	84° 30′
Peridot	87° 56′
Salzkrystalle von Cheltenham	88° 14′
Bernsteinsäure (ungefähr)	90° 0′
Schwefelsaures Eisen	90° 0′

1125. Unter die Krystalle mit einer Axe hat Dr. Brewster den Vesuvian mit Recht gezählt. Hätte er jedoch in den von ihm untersuchten Arten die auffallende Umkehrung der Newtonianischen Skale bei den Ringen, die derselbe zeigt, bemerkt, so würde er diesen Umstand gewiß angegeben haben. Wir geben hier die Farbenreihe, wie sie ein solcher Krystall gezeigt hat, da derselbe einen andern merkwürdigen Fall einer solchen Umkehrung giebt, die schon bei mehreren Arten von Apophyllit bemerkt worden ist.

Tafel über die Farben, welche eine Platte von Vesuvian zeigte, deren Dicke = 0,11035 Zoll betrug, und die etwas schief gegen eine auf der Axe errichtete Normale geschnitten war.

Anmerk. Die obere Zeile giebt die Farbe des gewöhnlichen, die zweite die des ungewöhnlichen an.

Einfallswinkel.	Farbe der Bilder.	o =	Brechungsw. ρ.
+ 66° +′	Kein Licht ging durch		
	Kein Licht ging durch		
+ 66° 0′	Ziegelroth.		
	Mattes Blaßgrün.		
+ 64° 0′	Orangeroth.		
	Schönes Blaugrün.		
+ 60 . 0	Röthlich-Orange.		
	Schönes bläuliches Grün.		
+ 52 . 0	Blasses Gelbroth.		
	Blasses Gelbgrün.		
+ 47 . 0	Röthlich ins Violette spielend.		
	Sehr glänzendes Gelb.		

Einfallswinkel.	Farbe der Bilder.	n =	Brechungsw. ρ.
+ 42 . 0	Blasses Violett.		
	Schönes Gelb.	⅓	— 25° 56′
+ 37 . 0	Bläuliches Weiß.		
	Gelb.		
+ 30 . 0	Sehr blasses Weißgelb.		
	Mattes bräunliches Gelb.		
+ 15 . 0	Gelbliches Weiß.		
	Dunkles Gelbbraun.		
+ 10 . 0	Gelbliches Weiß.		
	Das Bild fast ganz erloschen.	o	— 6 . 31 ±
+ 3 . 0	Gelbliches Weiß.		
	Sehr dunkles violettes Braun.		
± 0 . 0	Gelbliches Weiß.		
	Mattes bräunliches Gelb.		
— 9 . 0	Bläulich Weiß.		
	Mattes Gelb.		
— 12 . 0	Mattes violettes Blau.		
	Glänzend Gelb.	⅓	+ 7 . 48
— 16 . 0	Röthlich Violett.		
	Blaßgelb.		
— 19 . 0	Röthlich ins Ziegelroth fallend.		
	Unvollkommnes Grün.		
— 22 . 0	Gelblich Roth.		
	Erträglich bläulich Grün.		
— 26 . 0	Gelb ins Orange spielend.		
	Schönes grünliches Blau.		
— 28 . 0	Glänzendes Gelb.		
	Violettes Blau.		
— 28 . 30	Glänzendes Gelb.		
	Violett.	1	+ 18 . 10
— 29 . 0	Glänzendes Gelb.		
	Röthliches Violett.		
— 30 . 0	Gelbgrün.		
	Carmoisin.		
— 32 . 0	Schönes Grün.		
	Röthlich.		

Chrysolith	0,033	0,022	B.
Kronglas	0,033	0,018	B.
Ambraöl	0,032	0,012	B.
Phosphorsäure, feste Prismen	0,032	0,017	B.
Tafelglas	0,032	0,017	B.
Schwefelsäure	0,031	0,014	B.
Apophyllit, Leucocyclit	0,031	0,017	Hr.
Weinsteinsäure	0,030	0,016	B.
Borax	0,030	0,014	B.
Axinit	0,030	0,022	B.
Alkohol	0,029	0,011	B.
Schwefelsaurer Baryt	0,029	0,019	B.
Turmalin	0,028	0,019	B.
Kronglas, Leith (Robinson)	0,027		Rob.
Kohlensaures Strontium, geringste	0,027	0,015	B.
Bergkrystall	0,026	0,014	B.
Smaragd	0,026	0,015	B.
Kohlensaurer Kalk, kleinste	0,026	0,016	B.
Blauer Sapphir	0,026	0,021	B.
Bläulicher Topas	0,025	0,016	B.
Chrysoberyll	0,025	0,019	B.
Blauer Topas, Aberdeenshire	0,024	0,025	B.
Schwefelsaures Strontium	0,024	0,015	B.
Flußspath	0,022	0,010	B.
Cryolit	0,022	0,007	B.

[redacted]

Strahlen im Sonnenspectrum unter gleichen Umständen fehlt uns völlig. Die Untersuchungen von Fraunhofer und Arago haben gezeigt, welche Genauigkeit man bei der Bestimmung der Brechungsverhältnisse erlangen kann, und es ist daher zu hoffen, daß diese Lücke bald ausgefüllt werden wird.

1122. Ueber die in der Tafel angegebenen Körper lassen sich viel wichtige Bemerkungen machen. Im Allgemeinen ist eine stark brechende Kraft mit einer stark zerstreuenden verbunden; allein es giebt viel Ausnahmen, besonders bei den Edelsteinen, wovon der Diamant ein auffallendes Beispiel abgiebt. Einzelne Stoffe scheinen ihre brechenden Kräfte sowohl als die zerstreuenden Kräfte in ihre Verbindungen überzutragen, und letztern Umstand bemerkt man deutlicher, weil durch die besondere Art, auf welche die Zerstreuung dargestellt ist, der Zustand der Verdichtung eliminirt wird. So scheinen Fluor und sogar Oxygen die brechende Kraft der Verbindungen, in welchen sie vorkommen, zu erniedrigen, während Schwefel, Wasserstoff und vorzüglich Blei im entgegengesetzten Sinne wirken. Der Gegensatz zwischen dem Ambraöl und dem Cassiaöl ist rücksichtlich der zerstreuenden Kräfte eben so auffallend als rücksichtlich der brechenden. Folgender Versuch scheint anzuzeigen, daß der Wasserstoff des letztern Oels der Grund der starken Zerstreuung ist. Ein Strom von Chlorgas wurde durch Cassiaöl geleitet, bis es nicht mehr wirkte. Die Farbe des Oels wurde anfangs dunkler, änderte sich aber bald in ein röthliches Gelb, bei welcher Farbe (die sich in einigen Tagen in Rosenroth verwandelte) das Oel bis zu Ende des Versuchs blieb. Während des ganzen Processes stiegen viel salzsaure Dämpfe auf, woraus man auf eine häufige Entziehung des Wasserstoffes schließen konnte, und endlich war das Oel in eine zähe Masse verwandelt, wobei es ganz seinen aromatischen Geruch verloren, einen stechenden durchdringenden Geruch angenommen hatte und sauer und zusammenziehend schmeckte. Es ließ sich anzünden, jedoch schwerer als vorher, und brannte wegen der darin enthaltenen Chlorine an den Rändern mit einer grünen Flamme. Die brechende Kraft war nur sehr wenig vermindert. Legte man einen Tropfen davon in den Winkel zweier Glasplatten und daneben einen Tropfen von ungeändertem Cassiaöl, so sah man das Farbenbild eines Lichtstreifens mit einem Auge zugleich durch beide Mittel. Beide Bilder machten eine grade Linie aus, und das Bild durch das unveränderte Oel war um den vierten Theil brei-

ter als das des veränderten. Aber die zerstreuende Kraft des letztern wurde sehr vermindert, indem sie nicht nur geringer als die des erstern, sondern sogar geringer als die des Flintglas wurde. Wurde die Zerstreuung des unveränderten Oels durch Flintglas aufgehoben, so ergab sich bei dem veränderten ein Ueberschuß und wurde bei letzterem die Zerstreuung durch ein Prisma von Flintglas von Dollond, dessen brechender Winkel ungefähr 25° betrug, aufgehoben, so war das Farbenbild des erstern ungefähr dem des Prisma gleich. Die Zerstreuung war also auf ihren halben Werth zurückgebracht, während die Brechung kaum eine Veränderung erlitten hatte.

1123. Der Winkel, unter welchem ein von einer Fläche zurückgeworfener Strahl vollkommen polarisirt wird, giebt in der Mineralogie ein sehr schätzbares Unterscheidungszeichen ab, da er eine Annäherung an das Brechungsverhältniß darstellt, die in vielen Fällen genau genug ist, um zwei Substanzen, die man außerdem mit einander verwechseln könnte, zu erkennen, und derselbe außerdem an jeder einzelnen polirten Fläche gemessen werden kann, weßwegen man diese Eigenschaft bei kleinen Flächen benutzen muß, wie z. B. bei Edelsteinen, dunkeln Körpern und vielen andern Fällen, wo eine directe Messung der Brechung unausführbar seyn würde. Dr. Brewster hat bemerkt, daß der Polarisationswinkel an den Oberflächen krystallisirter Körper nicht in allen Einfallsebenen derselbe ist, und die Abweichung, welche bei der gewöhnlichen Zurückwerfung äußerst klein ist, wird sehr bedeutend, wenn die Reflexion dadurch geschwächt wird, daß man die Oberfläche mit einer Substanz belegt, deren brechende Kraft der des Mittels sehr nahe kommt, und daher bloß die Lichttheilchen das Auge erreichen, welche

[redacted]

welchem sich die Theilchen des Krystalls befinden, und den man im Allgemeinen ihre Structur nennen könnte. Dieses Kennzeichen läßt sich jedoch nicht leicht bestimmen, da beide Axen selten zugleich in einem Gesichtsfelde liegen, das die natürlichen Oberflächen darbieten, sondern gewöhnlich erst vermittelst eines künstlichen Durchschnitts beobachtet werden können; letztere Art ist wenigstens die einzige sichere bei der Beobachtung der Farben, denn die Winkel, unter denen bei dünnen parallelen Blättchen die verschiedenen Farbenreihen entfernt von den Axen hervorgebracht werden, sind zu unbestimmt, um auf eine genaue Bestimmung der Lage der Axen zu führen, wenn wir auch die Irrthümer bei Seite setzen, die aus der starken Färbung einiger Krystalle hervorgehen.

Tafel der Neigung der optischen Axen in verschiedenen Krystallen.

1. Einaxige Krystalle. Neigung = 0.

Negative Classe.

Kohlensaurer Kalk.
Kohlensaurer Kalk und Magnesia.
Kohlensaurer Kalk und Eisen.
Turmalin.
Rubellit.
Corundum.
Sapphir.
Rubin.
Smaragd.
Beryll.
Apatit.
Idocras (Vesuvian).
Wernerit.
Glimmer von Kariat.
Phosphorsaures Blei.
Phosphorarseniksaures Blei.
Strontiumhydrat.
Arseniksaures Kali.
Salzsaurer Kalk.
Salzsaures Strontium.
Unterphosphorsaures Kali.
Schwefelsaurer Nickel und Kupfer.

Positive Classe.

Zircon.
Quarz.
Eisenoxyd.
Barytsaurer Zink.
Titanit.
Boracit.
Apophyllit.
Schwefelsaures Kali und Eisen.
Ueberessigsaures Kupfer und Kalk.
Magnesiahydrat.
Eis.

Nicht classificirt.

Ueberschwefelsaurer Kalk.
Schwefelsaures Eisenoxyd.

II. Doppeltaxige Krystalle.

Die erste Columne enthält die Namen der Krystalle, die zweite den Charakter der Hauptaxe nach Dr. Brewsters System, und die dritte die Neigung der optischen Axen.

Schwefelsaurer Nickel	+	3° 0′
Kohlensaures Blei	—	5° 15′
Kohlensaures Schwefelblei	—	——
Kohlensaures Strontium	—	6° 56′
Kohlensaurer Baryt	—	——
Salpetersaures Kali	—	5° 20′
Glimmer	—	6° 0′
Talk	—	7° 24′
Perlenmutter	—	11° 28′
Barythydrat	—	13° 18′
Glimmer	—	14° 0′
Arragonit	—	18° 18′
Blausaures Kali	+	19° 24′
Glimmer		25° 0′
Cymophan	+	27° 51′
Anhydrit	+	28° 7′
Borax	+	28° 42′

Glimmer von Biot untersucht		30° 0′
		31° 0′
		32° 0′
		34° 0′
		37° 0′
Doppeltaxiger Apophyllit	—	35° 8′
Schwefelsaure Magnesia	—	37° 24′
Schwefelsaurer Baryt	+	37° 42′
Wallrath (ungefähr)	+	37° 40′
Tincal (natürlicher Borax)	—	38° 48′
Salpetersaurer Zink (ungefähr)		40° 0′
Stilbit	+	41° 42′
Schwefelsaurer Nickel	+	42° 4′
Kohlensaures Ammoniak	+	43° 24′
Schwefelsaurer Zink	—	44° 28′
Anhydryt (nach Biot)		44° 41′
Glimmer	—	45° 0′
Lepidolit	—	45° 0′
Benzoesaures Ammoniak	+	45° 8′
Schwefelsaure Magnesia und Natron		46° 49′
Schwefelsaures Ammoniak	+	49° 42′
Brasilianischer Topas (Brewster und Biot)		49° bis 50°
Zucker	—	50° 0′
Salzigschwefelsaure Magnesia und Eisen	—	51° 16′
Schwefelsaures Ammoniak und Magnesia	+	51° 22′
Phosphorsaures Kali	—	55° 20′
Comptonit	+	56° 6′
Schwefelsaurer Kalk	+	60° 0′
Salpetersaures Silberoxyd	+	62° 16′
Jolit	—	62° 50′
Feldspath	—	63° 0′
Topas (Aberdeenshire)	+	65° 0′
Schwefelsaures Kali	+	67° 0′
Kohlensaures Natron	—	70° 1′
Essigsaures Blei	—	70° 25′
Citronensäure	+	70° 29′
Weinsteinsaures Kali	—	71° 20′
Weinsteinsäure	—	79° 0′

Weinsteinsaures Kali und Natron	+ 80° 0′
Kohlensaures Kali	80° 30′
Cyanit	+ 81° 48′
Chlorkali	82° 0′
Epidot (ungefähr)	84° 19′
Salzsaures Kupfer	84° 30′
Peridot	87° 56′
Salzkrystalle von Cheltenham	88° 14′
Bernsteinsäure (ungefähr)	90° 0′
Schwefelsaures Eisen	90° 0′

1125. Unter die Krystalle mit einer Axe hat Dr. Brewster den Vesuvian mit Recht gezählt. Hätte er jedoch in den von ihm untersuchten Arten die auffallende Umkehrung der Newtonianischen Skale bei den Ringen, die derselbe zeigt, bemerkt, so würde er diesen Umstand gewiß angegeben haben. Wir geben hier die Farbenreihe, wie sie ein solcher Krystall gezeigt hat, da derselbe einen andern merkwürdigen Fall einer solchen Umkehrung giebt, die schon bei mehreren Arten von Apophyllit bemerkt worden ist.

Tafel über die Farben, welche eine Platte von Vesuvian zeigte, deren Dicke = 0,11035 Zoll betrug, und die etwas schief gegen eine auf der Axe errichtete Normale geschnitten war.

Anmerk. Die obere Zeile giebt die Farbe des gewöhnlichen, die zweite die des ungewöhnlichen an.

Einfallswinkel.	Farbe der Bilder.	φ =	Brechungsw. ρ.
+ 66° +′	Kein Licht ging durch		
	Kein Licht ging durch		
+ 66° 0′	Ziegelroth.		
	Mattes Blaßgrün.		
+ 64° 0′	Orangeroth.		
	Schönes Blaugrün.		
+ 60 . 0	Röthlich-Orange.		
	Schönes bläuliches Grün.		
+ 52 . 0	Blasses Gelbroth.		
	Blasses Gelbgrün.		
+ 47 . 0	Röthlich ins Violette spielend.		
	Sehr glänzendes Gelb.		

Einfallswinkel.	Farbe der Bilder.	n =	Brechungsw. ρ,
+ 42 . 0	Blasses Violett.		
	Schönes Gelb.	1/2	— 25° 56′
+ 37 . 0	Bläuliches Weiß.		
	Gelb.		
+ 30 . 0	Sehr blasses Weißgelb.		
	Mattes bräunliches Gelb.		
+ 15 . 0	Gelbliches Weiß.		
	Dunkles Gelbbraun.		
+ 10 . 0	Gelbliches Weiß.		
	Das Bild fast ganz erloschen.	0	— 6 . 31 ±
+ 3 . 0	Gelbliches Weiß.		
	Sehr dunkles violettes Braun.		
± 0 . 0	Gelbliches Weiß.		
	Mattes bräunliches Gelb.		
— 9 . 0	Bläulich Weiß.		
	Mattes Gelb.		
— 12 . 0	Mattes violettes Blau.		
	Glänzend Gelb.	1/2	+ 7 . 48
— 16 . 0	Röthlich Violett.		
	Blaßgelb.		
— 19 . 0	Röthlich ins Ziegelroth fallend.		
	Unvollkommnes Grün.		
— 22 . 0	Gelblich Roth.		
	Erträglich bläulich Grün.		
— 26 . 0	Gelb ins Orange spielend.		
	Schönes grünliches Blau.		
— 28 . 0	Glänzendes Gelb.		
	Violettes Blau.		
— 28 . 30	Glänzendes Gelb.		
	Violett.	1	+ 18 . 10
— 29 . 0	Glänzendes Gelb.		
	Röthliches Violett.		
— 30 . 0	Gelbgrün.		
	Carmoisin.		
— 32 . 0	Schönes Grün.		
	Röthlich.		

Einfallswinkel.	Farbe der Bilder.	n =	Brechungsw. ρ.
— 35 . 0	Grünlich Blau.		
	Röthliches Orange.		
— 37 . 30	Blauviolett.		
	Blaßgelb.		
— 38 . 30	Violett.		
	Blaßgelb.	3/2	+ 24 . 0
— 39 . 15	Röthliches Violett.		
	Grünliches Gelb.		
— 41 . 30	Schönes Roth.		
	Schönes Grün.		
— 45 . 0	Röthliches Gelb.		
	Grünliches Blau.		
— 47 . 20	Gelbliches Weiß.		
	Blauviolett.		
— 47 . 30	Gelbliches Weiß.		
	Violett.	2	+ 28 . 48
— 48 . 0	Sehr blasses Grün.		
	Röthliches Violett.		
— 49 . 30	Schönes Grün.		
	Schönes Roth.		
— 53 . 0	Schönes Blaugrün.		
	Orangeroth.		
— 54 . 0	Grünliches Blau.		
	Gelb.		
— 54 +	Kein Licht ging durch.		

Es ist zu bemerken, daß wenn man den ersten Ring nach dieser Tafel berechnet, so zieht derselbe sich mehr zusammen, als nach dem Gesetz der Sinus stattfinden sollte, wahrscheinlich weil der hier untersuchte Durchschnitt nicht genau durch ihren gemeinschaftlichen Mittelpunkt ging, und derselbe giebt eine größere polarisirende Kraft, als diejenige, die aus den Winkeln, welchen die Werthe $n = 1$, $n = 3/2$, $n = 2$ entsprechen, ist, und deren Maß ungefähr $= 41, 35$ gesetzt werden kann.

Es folgt aus dieser Reihe, daß bei den beiden Bildern, die durch die doppelte Brechung im Vesuvian und andern ähnlichen Kry-

stallen entstehen, das am meisten gebrochene das am wenigsten zerstreute seyn müsse, eine Eigenheit, die wir noch nicht durch directe Versuche haben ausmachen können. Es folgt jedoch unmittelbar aus der oben gegebenen Theorie der Ringe, daß je kleiner der Durchmesser der Ringe irgend eines gefärbten Strahls wird, desto größer ist die Trennung der Lichtstrahlen vermöge der doppelten Brechung. Im gegenwärtigen Fall werden daher die rothen Strahlen durch einen größern Zwischenraum als die violetten in beiden Farbenbildern von einander getrennt seyn, und daher besitzt das am wenigsten gebrochene Farbenbild die größte Länge. Bei derjenigen Art des Apophyllits, die weiße und schwarze Ringe zeigte (Leucocyclit), sollten die beiden Zerstreuungen fast gleich groß ausfallen, und der Unterschied beider Farbenbilder dürfte bloß in einer kleinen Veränderung der proportionalen Breite der verschiedenen gefärbten Räume derselben bestehen.

1126. Ein anderer wichtiger optischer Charakter ist die Intensität der polarisirenden oder doppelt brechenden Kraft. Diese kann aus der Messung der scheinbaren Trennung der Bilder gefunden werden, allein dieser Winkel ist gewöhnlich zu klein, als daß er mit hinreichender Genauigkeit bei so unvollkommen gebildeten Arten, die man doch meistentheils allein einer Vergleichung mit andern zu unterwerfen braucht, gemessen werden könnte. Man thut daher in jeder Rücksicht besser, daß man diejenige Farbe, welche bei senkrechtem Einfall auf einer Platte in einer Richtung normal auf beide optische Axen entwickelt wird, zum Gegenstand der Untersuchung macht. Diese Farbe, welche wir die Aequatorialfarbe nennen wollen, läßt sich unmittelbar aus irgend einer andern, bei beliebigem Winkel beobachteten Farbe durch die Formel

$$N = \frac{n}{t} \cdot \frac{\cos \varrho}{\sin \theta \, . \sin \theta'},$$

berechnen, wo N die gesuchte Farbe ist, n diejenige, die bei einem Einfallswinkel, dessen entsprechender Brechungswinkel ϱ ist, durch eine Platte von der Dicke t (in englischen Zollen und Decimaltheilchen ausgedrückt) hervorgebracht wird, und endlich θ, θ' die Winkel bedeuten, welche der durch die Platte gehende Strahl mit den Axen macht. Dieser Werth von N ist derjenige, welcher in der Gleichung §. 907 durch $\frac{1}{h}$ ausgedrückt ist. Folgende Tabelle einiger weniger Substan-

zen wird hinreichend seyn, die große Ausdehnung des Werthes von N zu zeigen, und der daher rührende Vortheil ihn als ein physisches Kennzeichen zu benutzen, und wir hoffen, daß sich die Beobachter durch diese Betrachtungen bewogen fühlen mögen, die Tabelle sowohl weiter auszudehnen, als ihr alle mögliche Genauigkeit zu geben.

Einaxige Krystalle.

Für mittlere gelbe Strahlen.

	N	$h = \frac{1}{N}$
Isländischer Spath	35801	0,000028
Strontiumhydrat	1246	0,000802
Turmalin	851	0,001175
Ueberschwefelsaurer Kalk	470	0,002129
Quarz	312	0,003024
Leucocyclit (einaxiger Apophyllit 1ste Art)	109	0,009150
Kampher	101	0,009856
Vesuvian	41	0,024170
Einaxiger Apophyllit 2te Art	33	0,030374
— 3te Art	3	0,0366624

Zweiaxige Krystalle.

Für mittlere gelbe Strahlen.

	N	$h = \frac{1}{N}$
Salpeter	7400	0,000135
Anhydrit (Winkel d. Axen = 43° 48′)	1900	0,000526
Glimmer (Winkel d. Axen = 45°) .	1307	0,000765
Schwefelsaurer Baryt	521	0,001920
Heulandit (weiß, Wink. d. Axen = 54° 17)	249	0,004021

1127. Die Erscheinungen der Brechung, Zurückwerfung und Polarisation lassen sich durch Hülfe solcher Tabellen nicht allein auf die Untersuchung und Bestimmung der Körper im Allgemeinen anwenden, sondern sie lassen sich auch mit großem Nutzen dazu gebrauchen, um in einzelnen Arten die Abweichungen ihrer Structur, die sonst der Beobachtung entgangen wären, aufzufinden. Der besondern Structur des Amethyst ist schon Erwähnung gethan worden, und es läßt sich eine große Menge Fälle von Hemitropismus nachweisen, in denen die Anordnung der Theile vermittelst des polarisirten Lichts deutlich gezeigt werden kann. Unter diesen Fällen sind jedoch

die interessantesten diejenigen, bei denen sich die aneinandergelegten Theile zu einem regelmäßigen Ganzen verbinden, und so eine Art von Pseudokrystall bilden, der gleichsam von verschiedenen Individuen aufgebaut, in gewisser Rücksicht symmetrisch geordnet, und von mehr oder minder verwickelter Structur ist. Beispiele dieser Art finden sich sehr häufig im Salpeter, Arragonit, Apophyllit, schwefelsaurem Kali, Analcim, Harmotom u. s. w.

1128. Die gewöhnliche Gestalt der Salpeterkrystalle, wenn sie groß und gut gebildet sind, ist die des regelmäßigen sechsseitigen Prisma; man findet aber gewöhnlich, daß ein Durchschnitt dieses Prisma senkrecht auf die Axe aus zwei oder mehr Theilen besteht, in denen die optischen Meridiane unter Winkeln von 60° gegen einander geneigt sind; die Ebene des Durchschnitts schneidet aber sehr oft eine der Seitenflächen des Prisma, ohne ein sichtbares äußeres Kennzeichen des Bruchs der Continuität, so daß man ohne die Beihülfe des polarisirten Lichts die fehlerhafte Bauart nie würde erkennen können. Die Erscheinungen, welche der Arragonit zeigt, sind in dieser Rücksicht denen des Salpeters sehr ähnlich.

1129. Untersucht man eine Platte von brasilianischem Topas, die senkrecht auf die Axe geschnitten ist, welche durch das rhombische Prisma geht, in denen er krystallisirt, durch polarisirtes Licht, so zeigt sich ein centraler Rhombus, welcher mit einem Rand umgeben ist, bei welchem die optischen Meridiane der gegenüberliegenden Seiten gegen den des mittlern Theils um den vierten Theil eines rechten Winkels geneigt sind, und selbst einen halben rechten Winkel mit einander bilden. Wird daher eine solche rautenförmige Platte mit ihrer längern Diagonale in die Ebene der primitiven Polarisation gehalten, so erscheinen zwei gegenüberstehende Seiten des Randes hell, die andern schwarz, und die mittlere Stelle etwas weniger erleuchtet. Solche Platten zeigen oft die Erscheinungen des Dichroismus in der Mitte, während der Rand in allen Lagen farblos erscheint.

1130. Vorzüglich bei der Abart des Apophyllit, die Dr. Brewster Tesselit genannt hat, zeigt sich diese Umhüllung eines Krystalls durch den andern auf eine regelmäßige und ungewöhnliche Art. Bei einer Art dieses sonderbaren Körpers, dessen Gestalt das grade rechtwinkliche Prisma mit flachen Grundflächen ist, zeigten die Blättchen, welche von den Grundflächen abgenommen wurden, eine gleichförmige Structur; allein die folgenden Blättchen zeigten einen recht=

winklichen Rand, die nicht weniger als neun verschiedene Flächentheile einschlossen, und von einander durch feine Linien oder Blättchen getrennt waren (Fig. 223). Jeder Flächentheil besitzt seine eigene krystallographische Structur, und polarisirt besondere Farben, wobei das Gesetz der Symmetrie befolgt wird. Bei einigen Arten fehlten die dreiseitigen Räume p q r s, während sie in andern aus zwei Theilen zu bestehen schienen, die von einander durch die gedachte Verlängerung der Linie, welche ihre stumpfen Winkel mit dem centralen Rhombus verbindet, getrennt waren.

Die Gränzplatten, die mittlere Route und die kleinen Streifen, welche die Räume von einander trennen, und Durchschnitte von Blättchen sind, die der Axe des Krystalls durch dessen ganze Länge parallel laufen, bestehen aus der einaxigen Art des Apophyllit, die wir Leucocyclit genannt haben. Die Rechtecke RV, ST (ausgenommen die Theile, welche in der Route und den Unterabtheilungen enthalten sind) bestehen aus einem doppeltaxigen Mittel, deren Axen einen Winkel von 34° mit einander bilden, und deren optischer Meridian mit der Axe des Prisma parallel läuft, und durch die Diagonalen RV, ST dieser Rechtecke geht. Die andern Rechtecke sind aus einem ähnlichen Mittel zusammengesetzt, deren optischer Meridian jedoch auf dem der erstern senkrecht steht, oder durch die Diagonalen RT, SV geht.

1131. Eine noch merkwürdigere und künstlichere Structur hat Dr. Brewster in einer Art der Farber Apophylliten von grünlichweißer Farbe bemerkt. Setzt man ein vollkommenes Prisma dieser Art dem polarisirten Licht aus, so daß die Axe in 45° Azimuth kommt, und das Licht senkrecht durch zwei einander gegenüberliegende Seitenflächen geht, so entsteht die in Figur 224 dargestellte Farbenerscheinung, wo die mittlere krummlinige Fläche roth ist, und ihre Ergänzungen zu dem umgebenden Rechteck grün sind. Die unmittelbar in der Richtung der Axe anliegenden Quadrate sind in ihrer Mitte roth, und gehen ins Weiße über, während das Uebrige aus einer sehr glänzenden Reihe von rothen, grünen und gelben Streifen besteht. Wegen einer illuminirten Figur müssen wir den Leser auf die Originalabhandlung (Edinburgh Transactions Vol. IX. part. II., und Edinburgh Philosophical Journal Vol. I.) verweisen.

1132. Auch das schwefelsaure Kali giebt ein merkwürdiges Beispiel von zusammengesetzter Structur. Dieses Salz kommt in

sechs-

sechsseitigen Prismen und Dodekaëder vor. Außer diesen Gestalten finden sich auch rhombische Prismen von 114° und 66°. Dr. Brewster fand, daß diese zwei Axen haben, während die sechsseitigen Prismen nur eine besitzen. Bei näherer Untersuchung der Dodekaëder ergab sich jedoch, daß sie aus sechs gleichseitigen dreieckigen Prismen bestanden, die zur doppeltartigen Art gehörten, und deren optische Meridiane gegen die gemeinschaftliche Axe convergirten; die Mollecülen hatten in jedem gegenüberliegenden Paar eine solche Lage, daß der Winkel zwischen den entgegengesetzten Seiten jeder Pyramide (114°) dem stumpfen Winkel des Rhomboids gleich kam.

1133. Die Structur und Wirkungsart des Analcim, welche Dr. Brewster im zehnten Bande der Edinburgh Transactions part. I. p. 187 beschrieben hat, sind so sonderbar, daß es schwer ist zu entscheiden, ob man diesen Körper als einen gruppirten Krystall, der aus unabhängigen an einander liegenden Theilen besteht, oder als eine Masse ansehen soll, in welcher der Aether nach einem allgemeinen und gleichförmigen Gesetz vertheilt ist; das letztere ist jedoch wahrscheinlicher. Die Gestalt dieses Krystalls ist das Ikositetraëder, welches von vier und zwanzig ähnlichen und gleichen Trapezen eingeschlossen ist, und man kann es so betrachten, als ob es dadurch entstanden wäre, daß man die Ecken eines Würfels durch drei gegen die Kanten symmetrisch gelegene Ebenen abgeschnitten hätte. Legen wir durch den Mittelpunkt dieses Würfels, durch die Kanten und die Diagonalen der Seitenflächen Ebenen, so theilen sie den Würfel in vier und zwanzig irreguläre Tetraëder, und alle Seiten derselben, welche durch Kanten des Würfels gehen, müssen ebenfalls durch Kanten der abgeleiteten Figur gehen, während diejenigen Ebenen, welche durch die Diagonalen der Seiten des Würfels gelegt sind, durch die Diagonalen der Seiten der abgeleiteten Gestalt gehen, und die stumpfen Winkel derselben halbiren müssen. Es scheint nun den Beobachtungen von Dr. Brewster zufolge, daß alle Theilchen, die irgendwo in diesen Ebenen liegen, die brechende und polarisirende Kraft nicht besitzen, und daß, je entfernter ein solches Theilchen von diesen Ebenen ist, desto größer seine polarisirende Kraft wird. In dieser Rücksicht ist der Analcim von allen bisher betrachteten Krystallen unterschieden, da bei den andern jedes Theilchen, wenn es zu derselben Krystallart gehört, auch einerlei polarisirende Kraft besitzt. Auch findet keine Analogie dieses Körpers mit den Eigen-

schaften des schnellgekühlten Glases oder ähnlicher Substanzen statt; denn bei diesen ist eine Veränderung der äußern Form immer mit einer Aenderung der polarisirenden Kraft verbunden, während beim Analcim jedes Theilchen, es mag von der übrigen Masse abgelöst werden, oder mit derselben verbunden bleiben, dieselben optischen Eigenschaften beibehält. Auch die Wirkung derjenigen Theilchen, die eine polarisirende Kraft besitzen, bezieht sich nicht bloß auf Axen, deren Richtung gegeben ist, und die durch jedes Theilchen gehen, sondern auf Ebenen, deren Richtung und absolute Lage innerhalb der Masse gegeben ist, indem sich die in einem Punkt gebildete Farbe wie das Quadrat seines Abstandes von der nächsten Ebene verhält; die isochromatischen Linien bestehen daher aus graden Linien, die mit den schwarzen Streifen, durch welche sich die Durchschnitte der besagten Ebenen mit der Platte auszeichnen, parallel gehen. Zugleich findet eine merkliche doppelte Brechung statt. Rücksichtlich des mehreren Details verweisen wir den Leser auf die schon erwähnte Abhandlung und auf ein Werk über die optische Mineralogie, welches von demselben berühmten Naturforscher erscheinen wird.

---

§. XIV. Von den Farben der natürlichen Körper.

1134. Wir hatten anfangs die Absicht einen beträchtlichen Theil dieses Werkes der Erklärung solcher Naturerscheinungen zu widmen, welche von optischen Grundsätzen abhängen, aber die Länge, zu welcher [redacted]

abgeändert werden kann. Sie sind mit kurzen Worten die letzten Atome, und werden diese zerbrochen, so wird ihr Daseyn zerstört und neue Formen der Materie gebildet, die ganz andere Eigenschaften besitzen.

1137. 3. Diese Atome sind völlig durchsichtig, und Licht von jeder Brechbarkeit geht durch dieselben hindurch, welches, wenn es einmal durch ihre Oberfläche hindurchgegangen ist, seine Bahn innerhalb ihrer Masse fortsetzt.

Newton nimmt zwar seine Atome nur als zum Theil durchsichtig an; allein er macht nie Gebrauch von dieser Einschränkung, und seine Theorie hängt wesentlich von der vollkommenen Durchsichtigkeit ab, wie man aus seiner Erklärung der Undurchsichtigkeit der Körper im folgenden Paragraph deutlich sieht.

1138. 4. Die Undurchsichtigkeit der Körper entsteht aus der großen Menge von Zurückwerfungen in ihren innern Theilen.

Es ist daher einleuchtend, daß wenn wir nicht in den Atomen eine Ursache der Undurchsichtigkeit annehmen, die unter dieser Hypothese von der verschieden ist, welche bei der Aggregation dieser Atome zu Körpern die Undurchsichtigkeit hervorbringt, so müssen erstere völlig durchsichtig seyn, da keine Zurückwerfung stattfinden kann, wo nicht Zwischenräume und Veränderung der Mittel vorhanden ist. Es scheint uns jedoch noch zweifelhaft zu seyn, ob diese Ursache sowohl bei Körpern als Atomen hinreichend zur Erklärung sey, da es schwer ist, diese innern Zurückwerfungen so zu begreifen, daß die Strahlen immer von einem Atom zum andern geworfen werden, ohne die Oberfläche zu erreichen, und daselbst herauszugehen; sollten die Strahlen wieder durch die Oberfläche heraustreten können, so ist es klar, daß jeder dunkle Körper, der einen Lichtstrahl erhält, denselben nach allen Seiten wie ein selbstleuchtender Körper zerstreuen würde.

1139. 5. Die Farben der Körper sind die Farben der dünnen Blättchen, welche bei den Körpern durch dieselbe Ursache hervorgebracht werden, welche sie in dünnen Schichten von Luft, Glas u. s. w. bewirkt, nämlich der Zwischenraum zwischen der vordern und hintern Fläche der Atome. Ist dieser ein ungrades Vielfaches der halben Länge einer Anwandlung vom leichtern Zurückgehen oder Durchgehen, so wird der Durchgang an der zweiten Fläche verhindert; ist derselbe ein grades Vielfaches, so wird das Durchgehen erleichtert (§. 655)

Es ist also die Dicke der Atome und ihr gegenseitiger Abstand, die die Farbe bestimmen, welche bei senkrechter Zurückwerfung oder Brechung gebildet wird. Sind daher die Atome und die Zwischenräume kleiner als der Raum, bei welchem ein vollständiges Durchgehen stattfindet, oder kleiner als derjenige, welcher dem Rande des schwarzen Flecks bei den zurückgeworfenen Ringen entspricht, so ist dieser Körper völlig durchsichtig. Sind die Atome und Zwischenräume größer, so wirft der Körper die Farbe zurück, die diesem Raum entspricht.

1140. Man kann hierbei einwerfen, daß nicht alle natürlichen Farben sich in den Farbenreihen der dünnen Blättchen vorfinden, sogar bei denjenigen Körpern, deren chemische Zusammensetzung gleichförmig ist; hierauf läßt sich aber antworten, daß bloß die von den obersten Lagen der Atome zurückgeworfenen Farben rein zu seyn brauchen, indem die von den tiefen Lagen zurückgeworfenen Lichttheilchen ihren Weg durch die darüber liegenden Schichten nehmen müssen, und daselbst mancherlei Veränderungen erleiden können. Außerdem ist es unmöglich, welche Gestalt wir auch den Atomen beilegen wollen, daß alle Strahlen eine gleiche Dicke derselben durchlaufen können, wenn wir sie nicht als bloße Blättchen ohne Winkel und Kanten und mit einer ungeheuern brechenden Kraft begabt betrachten wollen.*) Dieselbe Antwort muß man auf den Einwand geben, daß die durchgelassene Farbe in allen Fällen das Complement der zurückgeworfenen seyn müßte, welches bei Goldblättchen, opalisirendem Glase, und dem Aufguß des Griesholzes (lignum nephriticum) stattfindet; während alle Körper, bei denen diese Bedingung nicht stattfindet, Ausnahmen für die allgemeine Theorie bilden würden. Allein die durchgegangenen Strahlen haben die ganze Dicke des Mittels durchlaufen, und haben daher viel öfter die Einwirkung der Atome erlitten, als die zurückgeworfenen Strahlen, vorzüglich diejenigen, welche nahe an der Oberfläche reflectirt werden, und die die glänzendste Farbe geben.

1141. Der Aufguß des lignum nephriticum bietet ein sonderbares Beispiel dar, und seine Eigenschaften sind von Dr. Young unter der Voraussetzung erklärt worden, daß kleine Theilchen von bestimmter Größe darin schwimmen. Obgleich derselbe sehr durch-

---

*) Newton scheint sehr wohl die Nothwendigkeit eingesehen zu haben, dieses in Betrachtung zu ziehen. Prop. VII. Liber. II. Opt.

sichtig ist, so reflectirt er eine bläulichgrüne Farbe, während das durchgehende Licht gelb oder weinfarbig ist, und in dieser Rücksicht beinahe den vollkommenen Gegensatz eines Goldblättchens bildet. Es findet jedoch hierbei ohne Zweifel eine Art von Opalisiren statt, wie man es bei einigen gelben Glasarten antrifft, bei denen eine dünne sichtbare Schicht von opalisirender Materie an der Oberfläche eine bläulichgrüne Farbe ins Auge wirft, während das durchgelassene Licht die dem Glas eigenthümliche gelbe Farbe besitzt. Die Zurückwerfung rührt hierbei von Theilchen her, die mit dem durchgehenden Licht nichts gemein haben.

1142. Wie es uns aber scheint, so ist wirklich der Einwand noch nicht völlig beantwortet. Durchsichtige gefärbte Mittel (klare Flüssigkeiten, in denen keine Theile schwimmen) besitzen keine zurückgeworfene Farbe. Untersucht man sie in einem undurchsichtigen Gefäß, welches inwendig geschwärzt und bis an den Rand gefüllt ist, und wird die farbenlose Zurückwerfung an ihrer obern Fläche durch eine Zurückwerfung in einer entgegengesetzten Ebene unter dem Polarisationswinkel aufgehoben, so sieht man, daß das Mittel gar kein Licht zurückwirft, weder in der Nähe der Oberfläche, noch in größern Tiefen, und sollte man dieser Methode etwa den Einwurf machen, daß vielleicht die innere sowohl als die äußere Zurückwerfung aufgehoben würde, so kann man ebenfalls antworten, daß das Bild eines weißen Gegenstandes, wenn es von einer beliebig gefärbten Flüssigkeit, die sich in einem undurchsichtigen Gefäß befindet, zurückgeworfen wird, weiß erscheint. Uns scheint dieser Einwand beträchtliches Gewicht zu haben, und wir müssen glauben, daß außer den bloßen innern Zurückwerfungen noch ein anderer Umstand vorhanden seyn muß, welcher verhindert, daß die Complementärfarbe ins Auge gelange, und daß die Verschluckung mit ihrer verwandten Erscheinung, der Dunkelheit, nicht genügend durch diese Theorie erklärt wird, sondern als ein Factum betrachtet werden muß, dessen Ursache noch zu suchen ist.

1143. Gesteht man das Vorige zu, so können alle Farben der Körper unterschieden werden, in wahre, d. h. solche, welche von Strahlen entstehen, die wirklich in ihre Substanz eingedrungen sind, und ihre aufsaugende Wirkung erlitten haben (wie z. B. die Farben der Pulver durchsichtiger gefärbter Mittel, Zinnober, Mennige, Berlinerblau, die Farben der Blumen u. s. w.) und in falsche

oder oberflächliche, welche nach dem Gesetz der Interferenz entstehen, wie die Farben der Federn, Insectenflügel, gestreiften Oberflächen, oxydirter Stahl, und einer großen Zahl anderer, wo sich die Newtonianische Theorie genau anpassen läßt. Als Beispiel mag folgender Versuch gelten. Thut man einige Tropfen einer sehr schwachen Auflösung von salpetersaurem Silber in eine sehr verdünnte Auflösung von schweflichtsaurem Kalk, so bildet sich ein Niederschlag von opalisirender Weiße und außerordentlicher Dünnheit. Bringt man mehr salpetersaures Silber hinzu, so nimmt der Niederschlag an Gewicht und Dichtigkeit zu, und verändert zugleich seine Farbe, indem er erst gelb, dann gelbbraun, dann orangebraun, dann violettbraun, und zuletzt schwarzbraun wird. Während dessen wird der Niederschlag immer dichter, und sinkt endlich schnell zu Boden. Man findet sehr leicht in dieser Reihe die Farben der ersten Ordnung von Ringen, indem sich die kleinen Theilchen nach und nach mehr verdicken; allein eben so leicht erkennt man hierbei auch die Wirksamkeit einer Kraft, die die Undurchsichtigkeit der Mischung durch eine verschluckende Wirkung in viel größerem Maße, und unabhängig von der Wirkung der Theilchen als dünne Blättchen vermehrt. Die Erscheinungen der Hämatine, welche Chevreul beschrieben hat, und die Dr. Brewster anführt (Encycl. Edin. Optics p. 623. Biot Traité de Physique tom. IV. p. 134), schließen sich zu sehr an die Farbenreihe der zweiten Ordnung an, als daß man nicht annehmen könnte, die Newtonianische Theorie ließe sich ebenfalls auf diesen Fall anwenden. Das zerstreute blaue Licht des Himmels giebt ein anderes genügendes Beispiel. Dieses Blau ist ohne Zweifel ein Blau der ersten Ordnung, welches von kleinen wässerigen Theilchen in der Luft zurückgeworfen wird. Der Beweis hiervon ist, daß in einer Entfernung von 74° von der Sonne es vollständig in einer Ebene polarisirt wird, die durch den Mittelpunkt der Sonne geht.

1144. Ein anderer Einwurf gegen die Newtonianische Theorie, der eben so nahe liegt, ist von Newton selbst mit dem besten Erfolg beantwortet worden. Man kann nämlich sagen, daß eine Veränderung in der Schiefe des Einfallswinkels eine Veränderung der Farbe hervorbringen müßte, da bekanntlich eine Platte von gegebener Dicke bei senkrechtem und schiefem Einfall verschiedene Farben giebt. Diese Veränderung ist aber desto geringer, je größer die brechende Kraft des Mittels ist, und da die brechende Kraft mit der Dichtigkeit

wächst, so muß die der dichtesten Atome der Körper ungeheuer groß seyn, so daß die von ihnen zurückgeworfene Farbe sich wenig mit dem schiefen Einfall ändert (§. 669). Die Farben des oxydirten Stahls geben in dieser Rücksicht ein vortreffliches Beispiel ab. Obgleich nämlich die brechende Kraft (2,1) dieses Oxyds sehr groß ist, so ist sie doch ohne Zweifel noch gering gegen die der Atome selbst, und dessen ungeachtet ändern sich die Farben des blauen Stahls sehr wenig, wenn die Schiefe des Einfalls geändert wird. Außerdem ist auch die Farbe, welche ein Körper von merklicher Größe giebt, in der That eine Mischung der Farben, welche alle Molleculen unter allen möglichen Einfallswinkeln zurückwerfen, so daß die Aenderung des Einfalls der Strahlen die Farbe nicht ändern sollte.

1145. Was die Kleinheit der letzten Theilchen der Körper betrifft, so scheint Newton keine richtige Idee von derselben gehabt zu haben, indem er annahm, daß man sie durch Mikroskope, die drei- oder viertausendmal vergrößerten, sehen könnte. *) Wir haben einen Gegenstand ohne die geringste Undeutlichkeit durch ein Mikroskop von

*) Wir setzen diese ganze Stelle hierher, da sie unabhängig von den theoretischen Ansichten einen Untersuchungsgeist anzeigt, der weit über seine Zeit erhaben war.

„Bei diesen Beschreibungen bin ich um so mehr ins Einzelne gegangen, weil es nicht unmöglich ist, daß die Mikroskope endlich noch so verbessert werden könnten, daß man die Theile entdeckt, welche die Farben der Körper geben, wenn sie nicht sogar schon einigermaßen bis zu diesem Grade der Vollkommenheit gelangt sind. Denn sollte man diese Instrumente so weit verbessern, daß sie die Gegenstände fünf- oder sechshundertmal größer zeigen, als sie in der Entfernung von einem Fuß dem bloßen Auge erscheinen, so sollte ich hoffen, daß wir im Stande seyn würden, die größten dieser Theilchen zu entdecken. Durch eines, welches drei- bis viertausendmal vergrößerte, würden sie alle gesehen werden können, diejenigen ausgenommen, welche die schwarze Farbe hervorbringen. Vor der Hand sehe ich in diesen Schlüssen nichts, was man vernünftigerweise bezweifeln könnte, ausgenommen den Satz, daß durchsichtige Körperchen von derselben Dicke und Dichtigkeit als eine Platte auch dieselben Farben geben. Auch muß man diesen Satz mit gewisser Vorsicht gebrauchen, weil sowohl diese Theilchen irreguläre Gestalt haben können, und viele Strahlen schief auf dieselben fallen, und so einen kürzern Weg innerhalb derselben haben, als längs der Durchmesser, als auch weil die grade Ausdehnung des Mittels nach allen Seiten die Bewegung und andere Eigenschaften, von denen die Zurück-

Amici gesehen, welches mehr als dreitausendmal im Durchmesser vergrößerte, und doch war noch gar nicht daran zu denken, daß der Gegenstand sich seiner Auflösung in die Atome nur näherte. Es scheint aber, als ob Newton seine farbengebenden Atome als theilbare Gruppen noch feinerer Atome von noch dichterer Art betrachtet hat, und so fort bis zu der letzten Gränze der völligen Untheilbarkeit. Biot hat in seinem Traité de Physique eine auffallende, ja sogar malerische Darstellung dieser Theorie gegeben.

---

§. XV. Von den wärmenden und chemischen Strahlen des Sonnenspectrum.

1146. Man hat seit langer Zeit beobachtet, daß das Sonnenlicht einen besondern Einfluß auf die Veränderung der Farben der Körper, die ihm ausgesetzt werden, ausübt, indem sie entweder dunkler oder heller werden, sogar wenn die Luft gänzlich von ihnen abgehalten wird, und daß verschiedene Metallsalze und Oxyde schnell geschwärzt oder reducirt werden, wenn sie dem Sonnenlicht oder auch dem bloßen Tageslicht ausgesetzt sind. Es blieb lange unbestimmt, ob diese Eigenschaft der Wärme der Strahlen oder einer andern Ursache zuzuschreiben war. Der erste Schritt zur genauern Kenntniß geschah von Scheele; dieser fand, daß das salzsaure Silber in den violetten Strahlen viel stärker und schneller geschwärzt wird, als in den andern Theilen des Spectrum (Traité de l'air et du Feu §. 66). Die Versuche von Herschel über die erwärmende Kraft der Sonnenstrahlen, welche im Jahr 1800 er-

---

werfung abhängen kann, ändern mag. Dessen ungeachtet kann ich das Letztere nicht wohl glauben, weil ich bei einigen kleinen Blättchen von Marienglas, die von gleicher Dicke waren, bemerkt habe, daß sie durch ein Mikroskop von einerlei Farbe an den Kanten und Ecken, wo das eingeschlossene Mittel begränzt wurde, waren, als an andern Stellen. Es wird jedoch unsere Ueberzeugung vermehren, wenn diese kleinen Theilchen durch Mikroskope entdeckt werden, und ich fürchte, daß dieses die äußerste Verstärkung unserer Sinne seyn wird. Denn es scheint unmöglich, wegen der Durchsichtigkeit derselben noch tiefer in die geheimern und edlern Werke der Natur innerhalb dieser Theilchen einzudringen.

schienen, zeigten hinreichend, daß die stärker brechbaren Strahlen sehr wenig erwärmende Kraft besitzen, indem die Wärme ihr Maximum in den rothen Strahlen, und sogar erst noch jenseits der Gränze des Farbenbildes selbst erreicht. Diese merkwürdige Entdeckung, welche die Unabhängigkeit zwischen den leuchtenden und erwärmenden Sonnenstrahlen aufstellte, bewog den Professor Ritter in Jena, im Jahre 1801 zu untersuchen, ob nicht auch eine ähnliche Ausdehnung jenseits des sichtbaren Farbenbildes für die chemischen oder desoxydirenden Strahlen stattfinden möchte, und indem er an verschiedenen Stellen innerhalb und außerhalb des Farbenbildes salzsaures Silber aufstellte, fand er, daß das Maximum jenseits der sichtbaren violetten Strahlen liegt, indem die Wirkung im Violett weniger stark, noch geringer im Blauern, und äußerst schnell abnahm, indem er sich den weniger brechbaren Theil des Spectrum näherte. Dr. Wollaston gelangte unabhängig von ihm zu denselben Resultaten.

1147. Die Sonnenstrahlen besitzen also wenigstens drei verschiedene Kräfte, zu erwärmen, zu erleuchten und chemische Verbindungen und Trennungen hervorzubringen, welche Kräfte in verschiedenen Verhältnissen unter den verschieden brechbaren Strahlen ausgetheilt sind, so daß man deutlich ihre gegenseitige vollkommene Unabhängigkeit erkennt. Spätere Versuche haben eine neue Kraft hinzugefügt; diejenige nämlich, Magnetismus hervorzubringen. Ohne daß wir die Genauigkeit der Beobachtungen berücksichtigen, die zur Feststellung dieses Gegenstandes dienten, so dürfen wir wohl hoffen, daß fernere Untersuchungen zeigen werden, aus welchen Ursachen bei so vielen Versuchen kein Magnetismus hervorgebracht werden konnte.

1148. Die Wärmestrahlen scheinen den Versuchen Berards zufolge den Gesetzen der Polarisation und der doppelten Brechung, eben so wie die Lichtstrahlen, zu gehorchen. Ihre Interferenz zu beobachten ist den größten Schwierigkeiten unterworfen, welches bei den chemischen Strahlen nicht stattfindet, von denen Dr. Young und Arago hinreichend gezeigt haben, daß sie dieselben Gesetze der Interferenz beobachten, sie mögen polarisirt seyn oder nicht, wie die Lichtstrahlen in gleichen Umständen. Indem nämlich eine Reihe Franzen, die durch die Interferenz zweier Sonnenlichtstrahlen, deren Anfangspunkt gemeinschaftlich war, hervorgebracht waren, lange Zeit auf eine und dieselbe Stelle eines mit salzsaurem Sil-

der geriebenen Papiers gehalten wurde, so bildete sich eine Reihe schwarzer Streifen, deren Zwischenräume kleiner waren, als die Zwischenräume der Streifen, die sich im violetten Licht bilden.

1149. Da Dr. Wollaston beobachtet hatte, daß das Guajacharz dem Sonnenlicht an der Luft ausgesetzt, grün wird, so nahm er zwei Stücke Papier, die mit der gelben Auflösung dieses Harzes in Alkohol gefärbt waren, und legte das eine an die Sonne, das andere ins Dunkel. Das erste wurde in fünf Minuten merklich grün, und die Veränderung war in wenig Stunden vollkommen, während das letztere nach mehreren Monaten seine Farbe nicht geändert hatte. Er concentrirte hierauf vermittelst einer Glaslinse die violetten Strahlen auf einem solchen Papier, und die Veränderung ging schnell vor sich, während in den rothen Strahlen die grüne Farbe nicht nur nicht entstand, sondern von dem Papier, welches den violetten Strahlen ausgesetzt war, sogar wieder weggenommen, und die ursprüngliche gelbe Farbe hergestellt wurde. Dieß scheint jedoch bloß eine Wirkung der Wärme gewesen zu seyn, da ein erhitzter silberner Löffel über das Papier gehalten, die grüne Farbe ebenfalls verschwinden ließ.

1150. Faraday hat gefunden, daß Glas, welches mit Mangan violett gefärbt ist, vermittelst der durchgehenden Sonnenstrahlen eine viel tiefere Färbung erhält, und daß zwei Stücke derselben Platte, von denen das eine im Dunkeln, das andere im Hellen aufbewahrt wird, nach einiger Zeit in der Intensität ihrer Farbe sehr von einander verschieden sind.

[redacted]

genau ausgemacht worden, obgleich verschiedene Versuche hierüber angestellt sind, wir hoffen aber, daß die Untersuchungen, welche ein berühmter Mann über diesen Gegenstand angefangen hat, unsere Kenntnisse in dieser Rücksicht bald vermehren werden.

1152. Wir können diese Abhandlung nicht schließen, ohne das Bedauern auszudrücken, daß die Abhandlung des Professors Airy über die Abweichung wegen der Kugelgestalt bei Ocularglässern, welche so eben in den Transactions of the Cambridge Philosophical Society gedruckt wird, und zu spät zu Händen kam, als daß wir sie hier mit benutzen konnten, und wir empfehlen sie unsern Lesern als das Beste, was über diesen Gegenstand erschienen ist. Dasselbe müssen wir auch von der Schrift Theory of Systems of Rays von Professor Hamilton in Dublin sagen, die der königlich irländischen Akademie im Jahr 1824 vorgelegt wurde, und jetzt gedruckt wird, die wir aber doch durch die Güte des Verfassers in den frühern Theilen dieses Werkes benutzen konnten.

Register.

(Die Zahlen beziehen sich auf die Paragraphen.)

Druckfehler.

Seite	Zeile	statt	l. m.
20	21	der Sonnenwende	dem Sonnenrande
24	21	erlangt	verlangt
41	21	α	a
45	8	richten	nehmen
46	17	a x	α x
55	29 und 30	d p	d P
57	14	d p	d P
67	25	Bennlinie	Brennlinie
69	7	der kleinste Abweichungskreis	der Radius des kleinsten Abweichungskreises
78	15	Lichtmeer	Luftmeer
82	50	$\mu . \sin \varrho'$	$\mu' \sin \varrho'$
103	33	$QE - a$	$QE = a$
113	18	$f' = f$	$f' = f''$
148	11	das Licht	das Auge
167	15	$Gq : \frac{ab}{pr}$	$Gq . \frac{ab}{pr}$
171	15	die feinere	der feinern
175	12	und senkrecht auf dem Strahl steht, indem zugleich die Kante desselben mit dem Horizont parallel geht	indem zugleich die Kante desselben mit dem Horizont parallel geht und senkrecht auf dem Strahl steht
199	7	und zugleich	und derselbe zugleich
204	5	Anhang	Anfang
305	24	v	v
322	2	des Quadrats der Schwingungen	des Quadrats der Amplitude der Schwingungen
326	1	Dann	Denn
329	56	cos Q	cot Q
363	25	Schiefe	Dicke
391	27	Entschlüsse	Endschlüsse
397	1	Z	z
450	6	$\frac{\gamma'}{\cos}$	$\frac{\gamma'}{\cos \theta'}$
457	15	$\frac{1}{\mu}$ sn	$\frac{1}{\mu} \sin \theta$.
480	26	hörizontal	horizontal
501	10	hier	für
547/6	9	$\cos (95^\circ - \theta)$	$\cos (90^\circ - \theta)$
548	38	hypothesische	hypothetische
566	33	$(V^2 - {}^2)$	$(V^2 - c^2)$
573	14	$(a \sin \alpha^2 - b \sin \beta^2)^2$	$(a \sin \alpha^2 + b \sin \beta^2)^2$
575	14	$\frac{a - b}{4 \cos x^2} = \frac{b}{4}$	$= - \frac{b}{4}$

Außerdem überall statt Mollecul, l. m. Molecul.

Fig. 5 Art

Art 1

Fig. 5. Art. 44.

Fig 8. Art. 77.

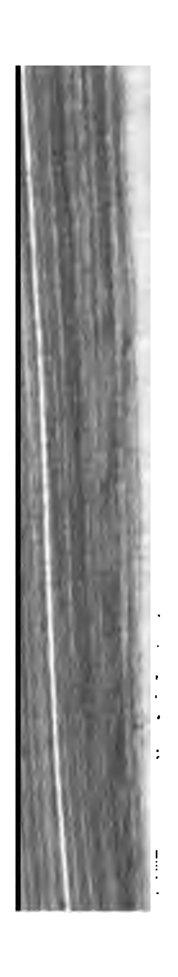
Fig. 9 Art. 97.

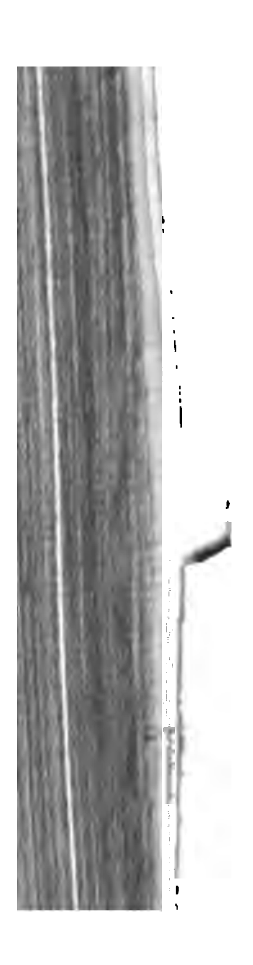
13. Art. 119.

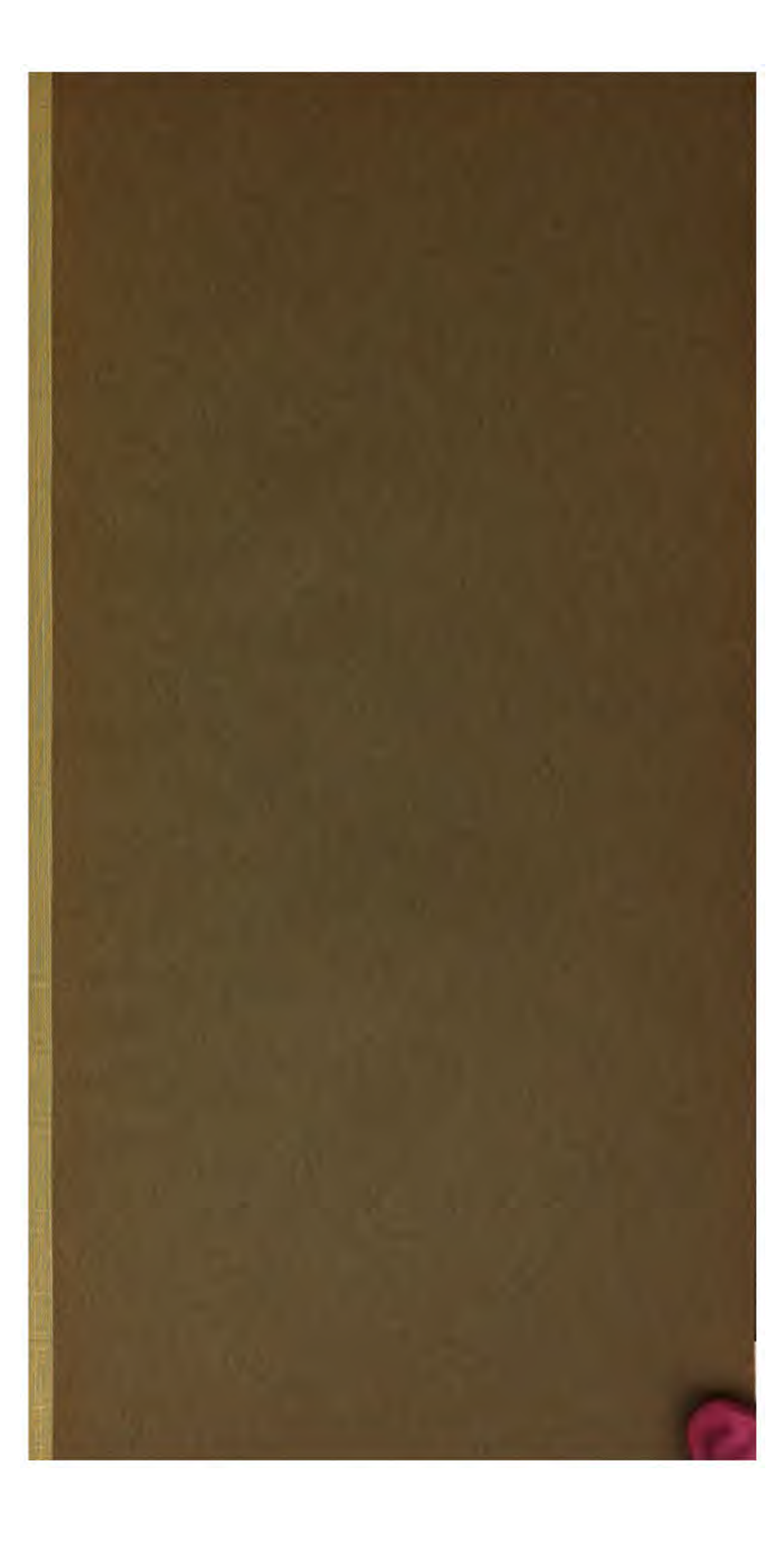
Art 122.

Fig 19

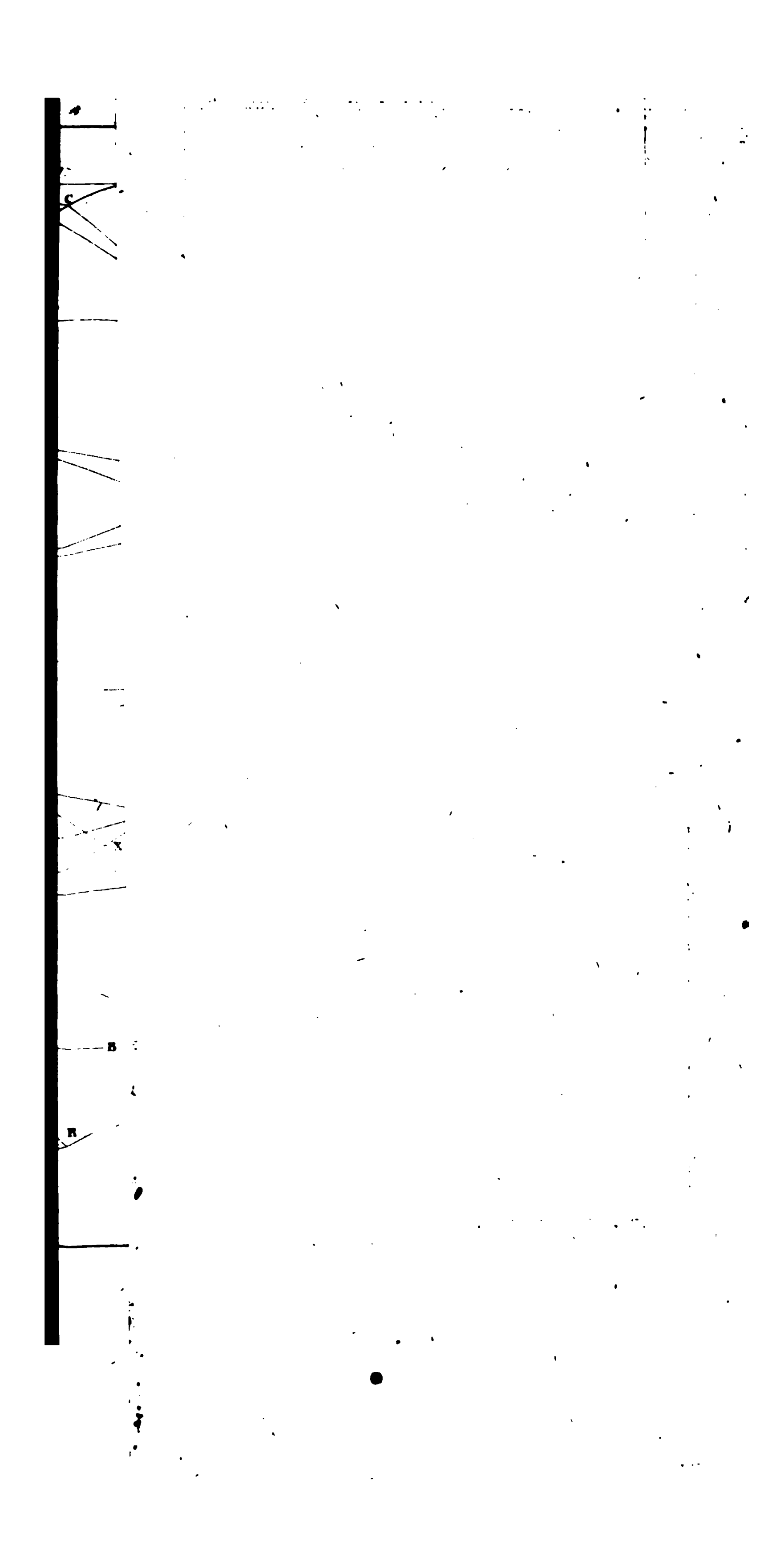
34.



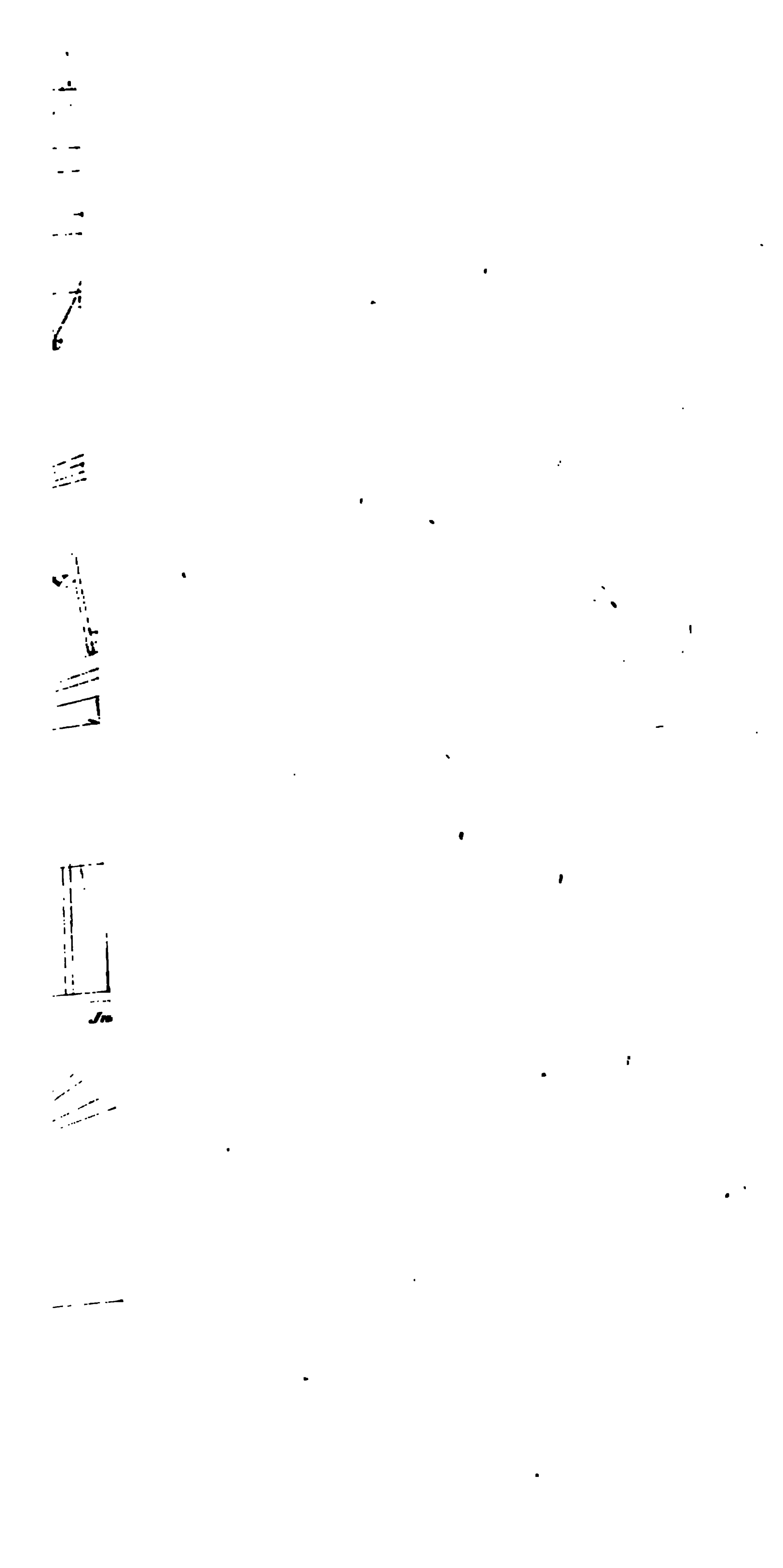




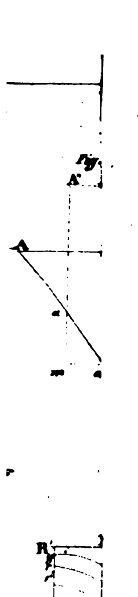


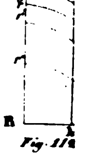

C
B
R

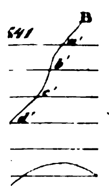


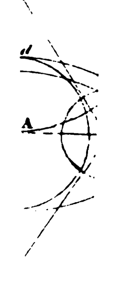





Fig.
A'
A
a
m


R'
R
Fig. 11


B
a'
b'
c'
d'

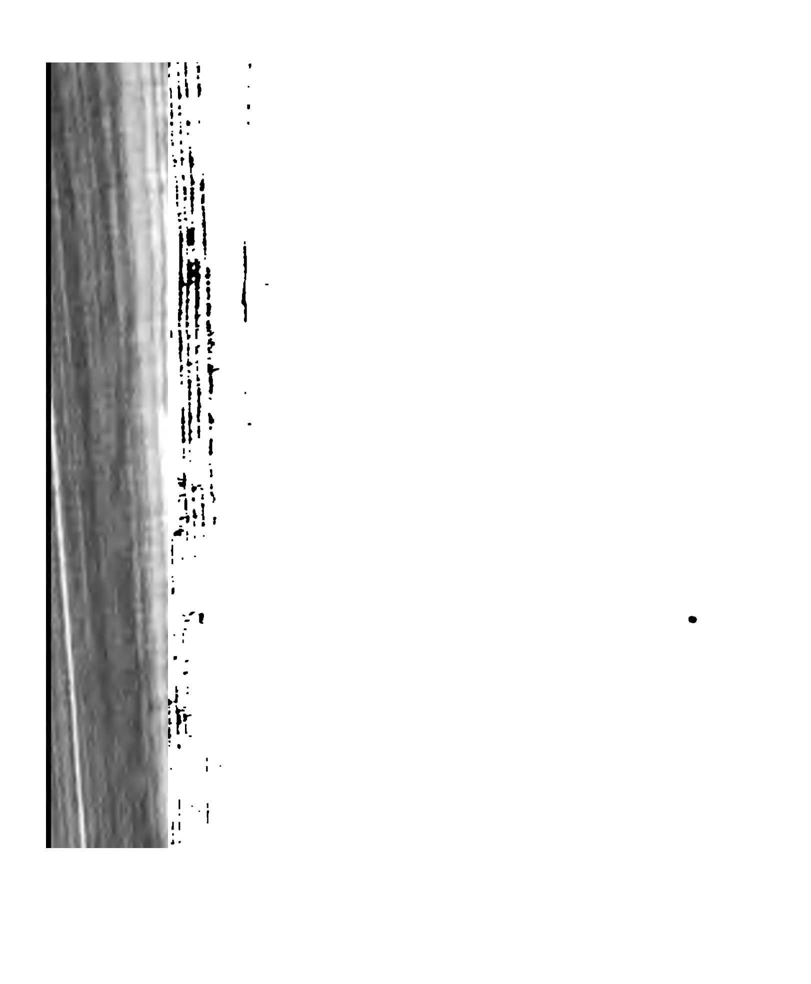

d
A











87_Art 778

A

Fig 176_Art 8

ig 180 Art 90

5 Art 911



190 . Art. 2

Fig 197

C

E

200 Art

Q

θ

Q

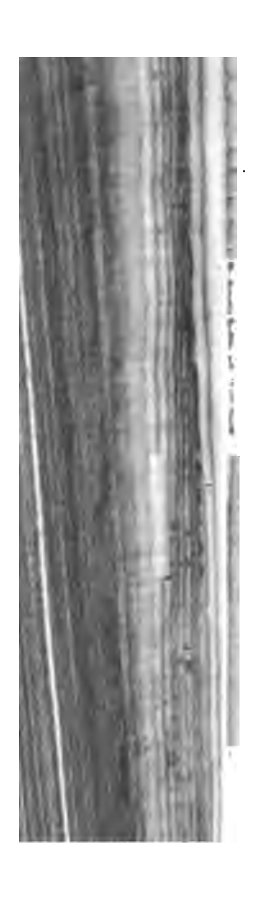
C

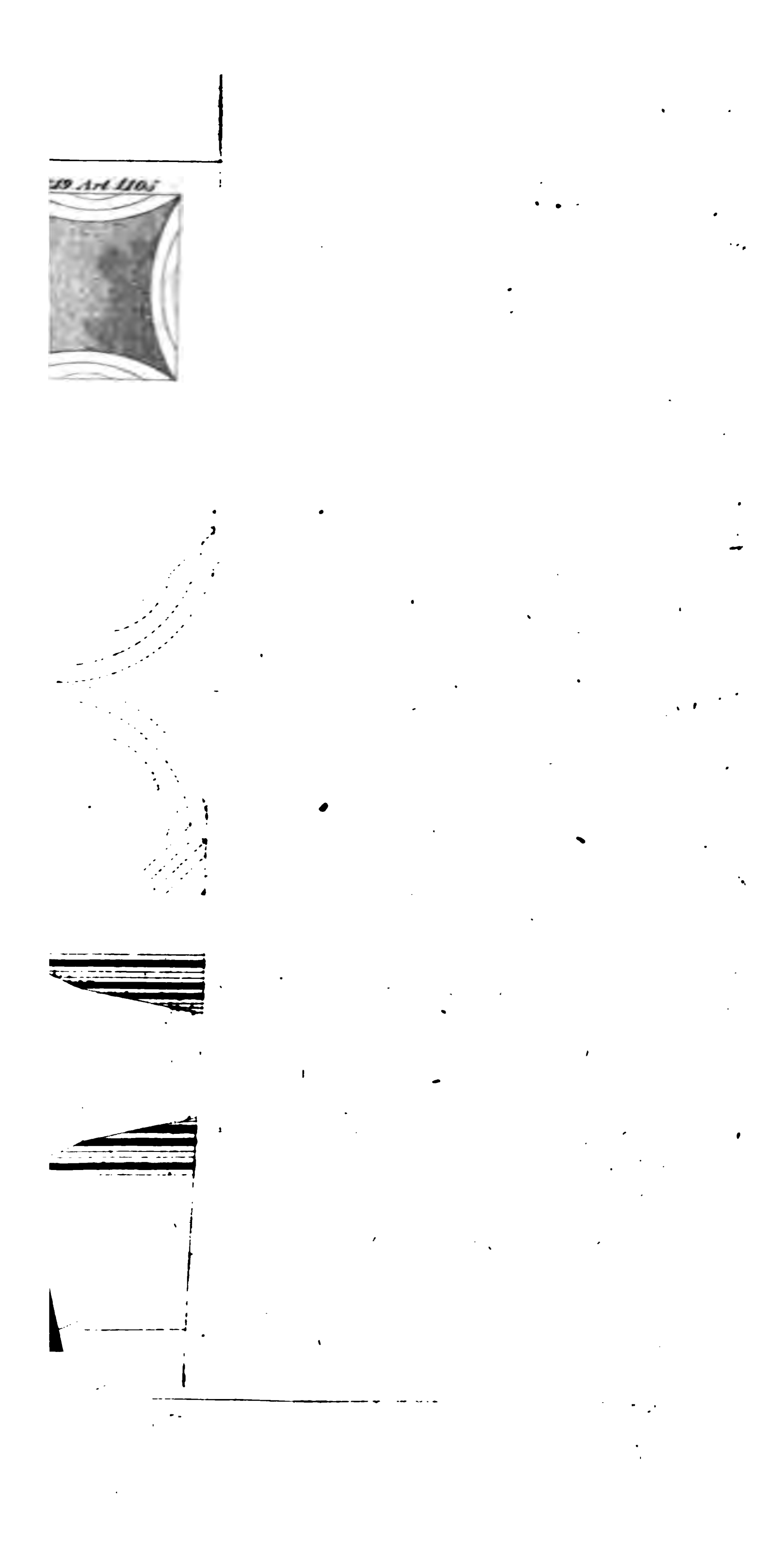
Art 1071

A

A

212 Art 16




Art 1105







